

Влияние возмущающих аэродинамических сил на эволюцию орбиты космического аппарата

А.В. Ващенко

В работе исследуется возмущенное движение космического аппарата (КА). Описывается влияние возмущающих аэродинамических сил на эволюцию орбиты КА. В работе представлены результаты расчетов эволюции околокруговых орбит для космических аппаратов различной характеристической площади, массы. Также в работе описывается влияние уровня солнечной активности на эволюцию орбиты КА и зависимость величины возмущающего аэродинамического ускорения от высоты орбиты.

На КА, движущийся на высоте 150-1500 км, заметное влияние оказывает сопротивление атмосферы. Аэродинамическая сила от сопротивления земной атмосферы, действующая на КА имеет следующий вид:

$$\Phi a = S_k \rho V^2,$$

а проекции возмущающих ускорений записываются в виде:

$$AS = -\sigma_x \rho V_0 V_{os}$$

$$AT = -\sigma_x \rho V_0 V_{ot}$$

$$AW = -\sigma_x \rho V_0 V_{ow},$$

где $\sigma_x = \frac{c_x S_m}{2m}$ - баллистический коэффициент, характеризующий геометрию и массу КА.

S_x - коэффициент лобового сопротивления КА, S_m - характерная площадь КА, m - масса КА.

При расчетах принимается следующее допущение, что σ_x принимается постоянным по времени. Это упрощение связано с наличием солнечных батарей и их переменной ориентацией по Солнцу.

Проекция скоростей имеют вид:

$$V_{os} = \sqrt{\frac{fm}{p}} e \sin(u - \omega)$$

$$V_{ot} = \sqrt{\frac{fm}{p}} (1 + e \cos(u - \omega)) - \omega 3r \cos(i)$$

$$V_{ow} = \omega 3r \sin(i) \cos(u)$$

$$V_0 = \sqrt{V_{os}^2 + V_{ot}^2 + V_{ow}^2}$$

В формулах для расчета аэродинамической силы и проекций возмущающих ускорений одним из элементов является ρ – плотность земной атмосферы. Плотность атмосферы вычисляют по ГОСТ 25645.101-83. Данный ГОСТ устанавливает модель плотности, методику расчета и значения средней плотности верхней атмосферы Земли и её предельных отклонений для различных уровней солнечной активности при неопределенности даты и времени запуска искусственного спутника Земли. Модель плотности верхней атмосферы Земли по ГОСТ 25645.101-83 представляет собой среднегодовую плотность атмосферы как функцию высоты для десяти фиксированных значений индекса солнечной активности: F0=65; 75; 100; 125; 150; 175; 200; 225; 250; 275 (в $10^{(-22)}$ Вт/(м²*Гц)). В работе расчет производится только для минимального – $65 \cdot (10^{(-22)})$ Вт/(м²*Гц), среднего – $150 \cdot (10^{(-22)})$ Вт/(м²*Гц) и максимального – $275 \cdot (10^{(-22)})$ Вт/(м²*Гц) индексов солнечной активности.

Модельная плотность атмосферы вычисляют по формуле:

$$\rho = a_0 e^{(a_{isa,1} - a_{isa,2} \sqrt{(h - a_{isa,3})})}$$

где ρ - модельная плотность атмосферы, кг/м³;

a_0 , $a_{isa,1}$, $a_{isa,2}$, $a_{isa,3}$ – коэффициенты модели, используемые для расчета плотности атмосферы при различных значениях F0;

F0 – фиксированное значение индекса солнечной активности F10.7 за рассматриваемый период времени;

F10.7 – индекс солнечной активности равный плотности потока радиоизлучения Солнца на длине волны 10,7 см (на частоте 2800 МГц), выраженной в солнечных единицах потока: $10^{(-22)}$ Вт/(м²*Гц);

h – геометрическая высота над поверхностью общего земного эллипсоида, км.

В приведенных ниже рисунках 1 и 2 показана зависимость плотности земной от высоты орбиты и уровня солнечной активности (данные показаны для минимального, среднего и максимального уровней солнечной активности: $65, 150$ и $275 \cdot 10^{(-22)}$ Вт/м²Гц).

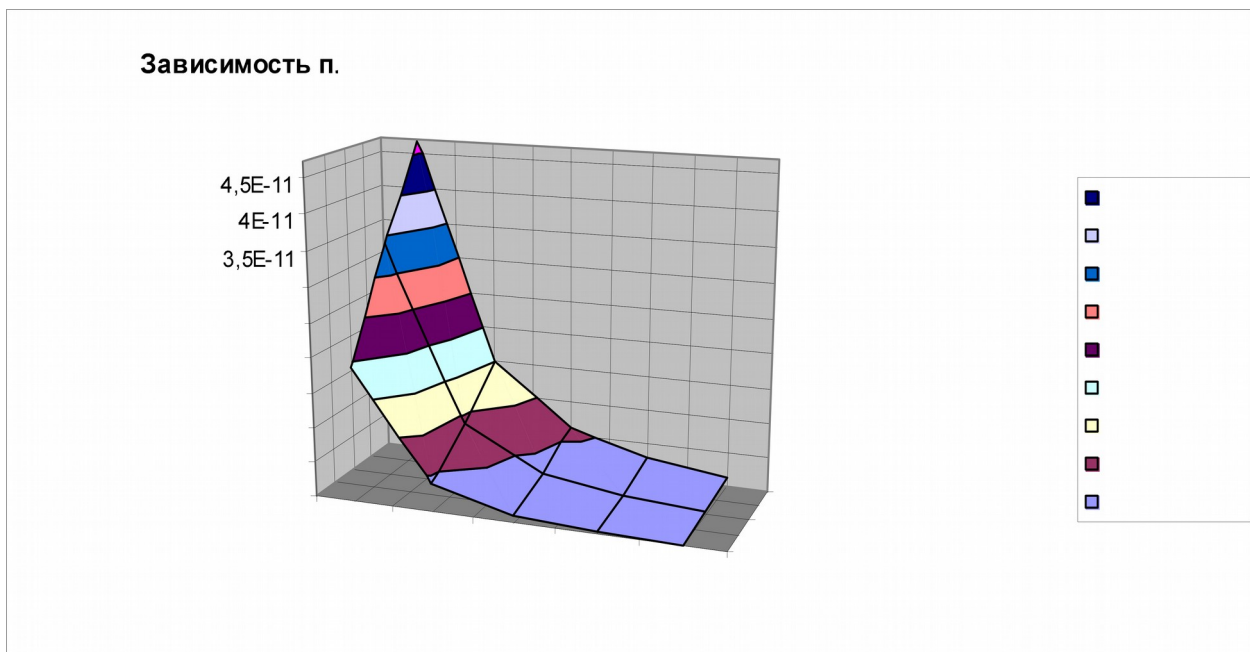


Рисунок 1 Зависимость плотности земной атмосферы от уровня солнечной активности и высоты орбиты (от 200 до 400 км.).

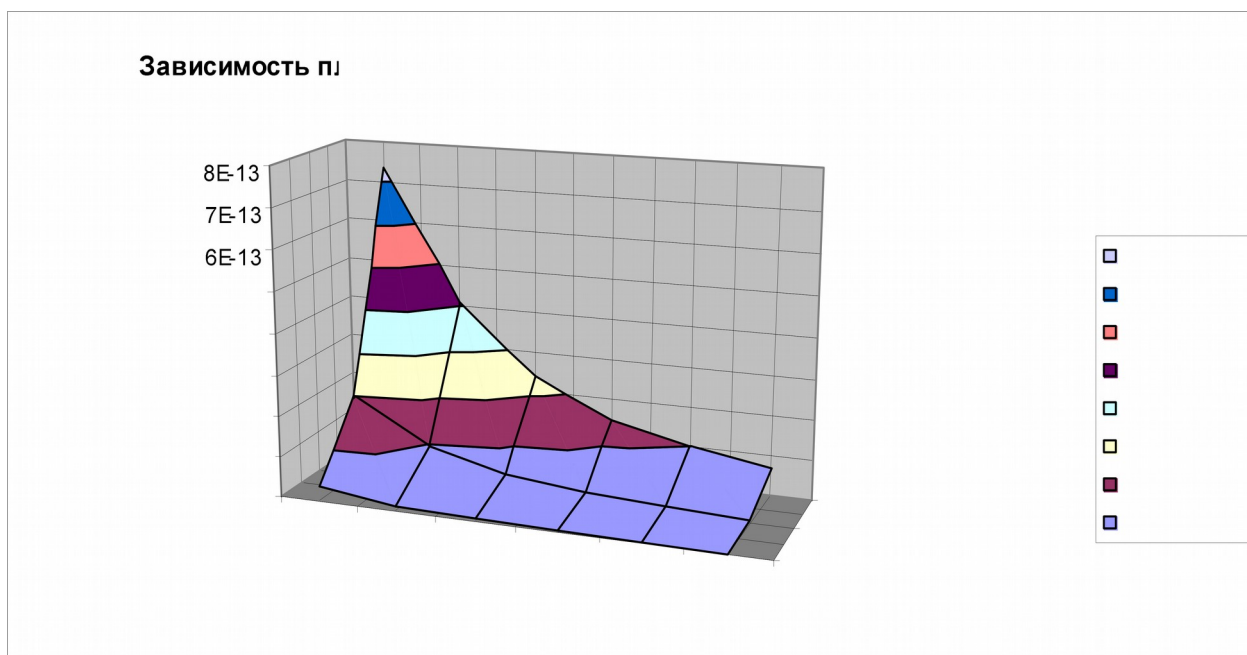


Рисунок 2 Зависимость плотности земной атмосферы от уровня солнечной активности и высоты орбиты (от 450 до 700 км.).

В программе баллистических расчетов задается условная величина индекса солнечной активности ($isa=1,2,3$; что соответствует: $isa=1$ - минимуму солнечной активности $F_0 = 65 \cdot 10^{(-22)}$ Вт/м²*Гц, $isa=2$ - номиналу солнечной активности $F_0 = 150 \cdot 10^{(-22)}$ Вт/м²*Гц и $isa=3$ - максимуму солнечной активности $F_0 = 275 \cdot 10^{(-22)}$ Вт/м²*Гц).

В соответствии с этими величинами программа производит присвоение соответствующих значений $a_{isa,1}$, $a_{isa,2}$, $a_{isa,3}$ величинам из матрицы:

$$a = \begin{pmatrix} -15.77005 & 0.78319 & 70.58367 \\ -18.70041 & 0.57145 & 110.48925 \\ -20.35393 & 0.42793 & 135.74445 \end{pmatrix} - \text{данные по ГОСТ 25645.101-83.}$$

Значение a_0 принимается равным 9.8067, так как оно не зависит от уровня солнечной активности (ГОСТ 25645.101-83).

Расчет производится с помощью программы баллистических расчетов (на базе математической системы компьютерной алгебры Maple 7).

В расчетах используется система дифференциальных уравнений в оскулирующих элементах с модификацией – вместо времени прохождения перицентра используется аргумент широты. Данная система может использоваться для анализа движения любого типа (эллипс, парабола, гипербола), но она имеет особенности при $e=0$ и $i=0$. Для исключения особенности $e=0$ используются две новых формальных переменных (составляющие вектора Лапласа): $l(t)=e(t)\sin(\omega(t))$ и $q(t)=e(t)\cos(\omega(t))$.

Метод оскулирующих элементов сводится к тому, что исследование возмущенной траектории КА может быть сведено к анализу совокупности невозмущенных траекторий, соответствующих каждому моменту времени. Т.е., при анализе возмущенного движения мы можем считать, что в любой момент времени КА находится на дуге конического сечения с определенными значениями элементов орбиты, а коническое сечение при движении КА изменяется. При этом изменяются элементы орбиты [1]:

$$p=p(t); e=e(t); \omega=\omega(t); \Omega=\Omega(t); i=i(t); u=u(t).$$

Элементы орбиты, рассматриваемые как функции времени, через которые координаты и составляющие скорости в возмущенном движении выражаются теми же формулами, что и в невозмущенном движении, называются оскулирующими элементами [1].

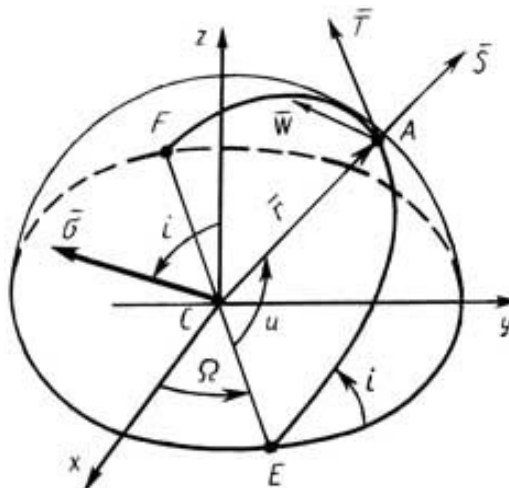


Рисунок 3 Элементы возмущенного движения

Обозначения: $p(t)$ – параметр, $e(t)$ – эксцентриситет, $\omega(t)$ – аргумент широты перицентра, $\Omega(t)$ – долгота восходящего узла, $i(t)$ – наклонение, $u(t)$ – аргумент широты, $A(t)$ – большая полуось, $r(t)$ – радиус, $f(t)$ – истинная аномалия, $_{-}S(t)$, $_{-}T(t)$, $W(t)$ проекции возмущающих ускорений на оси орбитальной системы координат (по радиус-вектору, по нормали к нему в плоскости орбиты и по нормали к плоскости орбиты).

После всех преобразований система дифференциальных уравнений движения в оскулирующих элементах при исключении особенностей $e \rightarrow 0$ принимает вид:

$$st01 := \frac{\partial}{\partial t} p(t) = 2 \frac{\sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \text{_{-}T}(t) p(t)}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$st02 := \frac{\partial}{\partial t} l(t) = -\text{_{-}S}(t) \sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \cos(u(t)) - \frac{\sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \text{_{-}T}(t) (-q(t) \sin(u(t)) \cos(u(t)) - 2 l(t) - 2 \sin(u(t)) + l(t) \cos(u(t))^2)}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$- \frac{q(t) \text{_{-}W}(t) \cot(i(t)) \sin(u(t)) \sqrt{\frac{p(t)}{fm}}}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$st03 := \frac{\partial}{\partial t} q(t) = \text{_{-}S}(t) \sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \sin(u(t)) + \frac{(q(t) \cos(u(t))^2 + q(t) + l(t) \sin(u(t)) \cos(u(t)) + 2 \cos(u(t))) \sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \text{_{-}T}(t)}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$+ \frac{l(t) \text{_{-}W}(t) \cot(i(t)) \sin(u(t)) \sqrt{\frac{p(t)}{fm}}}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$st04 := \frac{\partial}{\partial t} \Omega(t) = \frac{\sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \text{_{-}W}(t) \sin(u(t))}{(1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))) \sin(i(t))}$$

$$st05 := \frac{\partial}{\partial t} i(t) = \frac{\sqrt{\frac{p(t)}{fm}} \text{_{-}W}(t) \cos(u(t))}{1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))}$$

$$st06 := \frac{\partial}{\partial t} u(t) = \frac{\sqrt{fm} \left(1 - \frac{\text{_{-}W}(t) p(t)^2 \cot(i(t)) \sin(u(t))}{(1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t)))^3 fm} \right) (1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t)))^2}{p(t)^{(3/2)}}$$

$$st07 := \frac{\partial}{\partial t} A(t) = 2 \frac{\sqrt{\frac{p(t)}{fm}} A(t)^2 (1 + q(t) \cos(u(t)) + l(t) \sin(u(t))) _T(t)}{p(t)} + \frac{2 \sqrt{\frac{p(t)}{fm}} A(t)^2 (\sin(u(t)) q(t) - \cos(u(t)) l(t)) _S(t)}{p(t)}$$

$$st08 := \frac{\partial}{\partial t} f8(t) = 0$$

$$st09 := \frac{\partial}{\partial t} f9(t) = 0$$

$$st10 := \frac{\partial}{\partial t} f10(t) = 0$$

Данная система дифференциальных уравнений используется при исследовании эволюции орбиты КА в программе баллистических расчетов.

Результаты баллистических расчетов

В приведенных ниже рисунках 4 и 5 показана зависимость величины возмущающего аэродинамического ускорения от высоты орбиты.

Характеристики космического аппарата следующие:

Масса КА на орбите	1950 кг.
Наклонение орбиты	75°
Характерная площадь аппарата	20 м ²

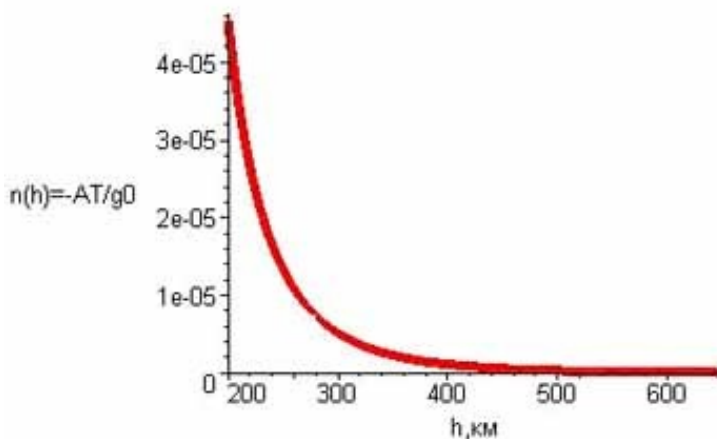


Рисунок 4 Зависимость величины возмущающего аэродинамического ускорения для орбит высотой от 180 до 650 км.

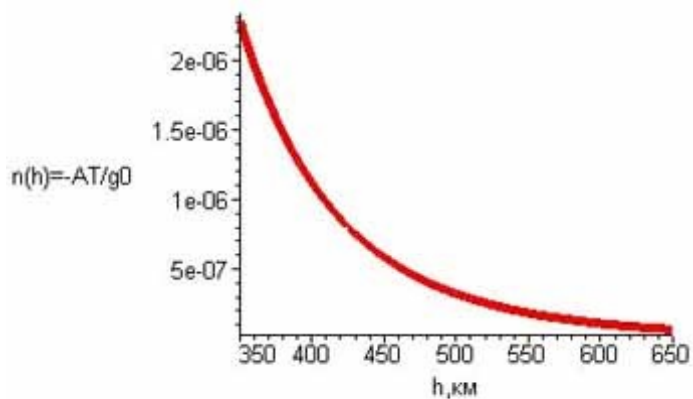


Рисунок 5 Зависимость величины возмущающего аэродинамического ускорения для орбит высотой от 350 до 650 км.

На рисунках 6 и 7 показаны зависимости изменения большой полуоси и долготы восходящего узла от уровня солнечной активности и высоты орбиты.

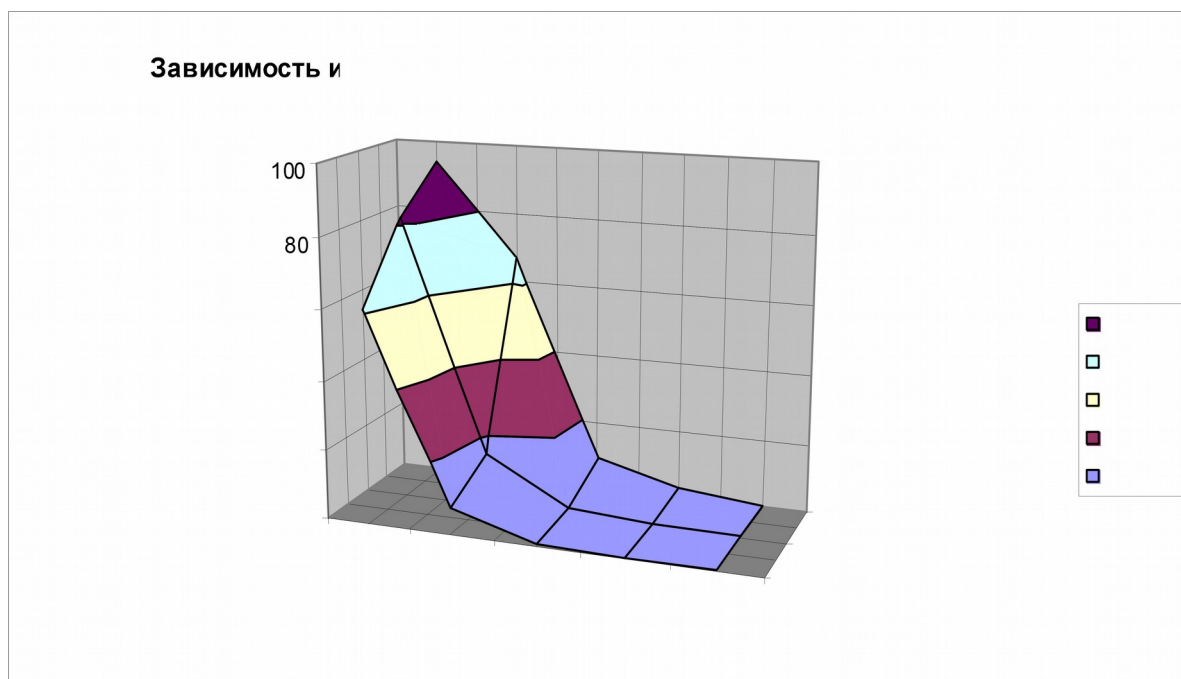


Рисунок 6 Зависимость изменения большой полуоси от уровня солнечной активности и высоты орбиты.

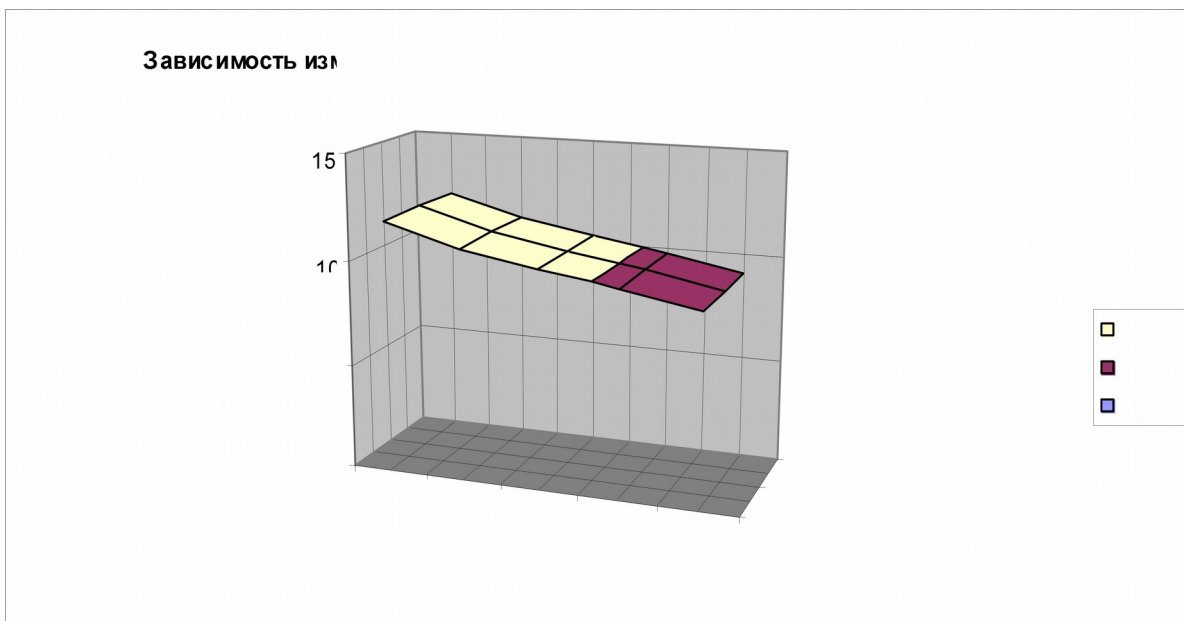


Рисунок 7 Зависимость изменения долготы восходящего узла от уровня солнечной активности и высоты орбиты.

На рисунках 8 и 9 показаны зависимости изменения большой полуоси и долготы восходящего узла от характеристической площади КА и наклона орбиты.

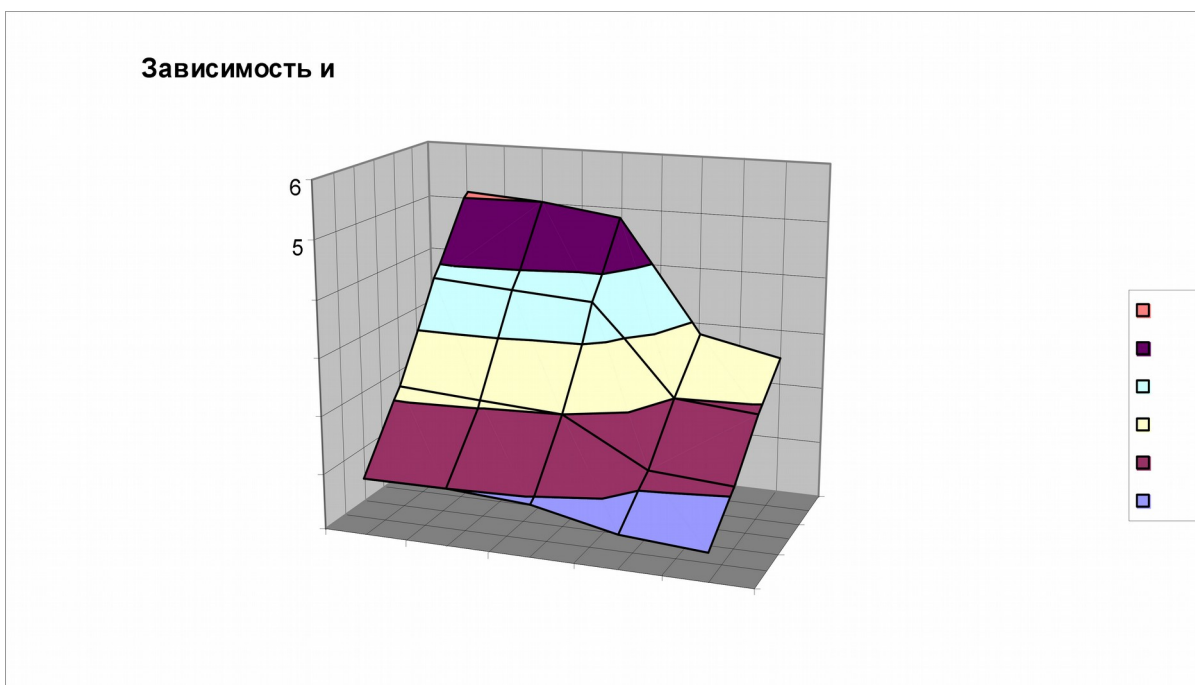


Рисунок 8 Зависимость изменения большой полуоси от характеристической площади и наклона орбиты

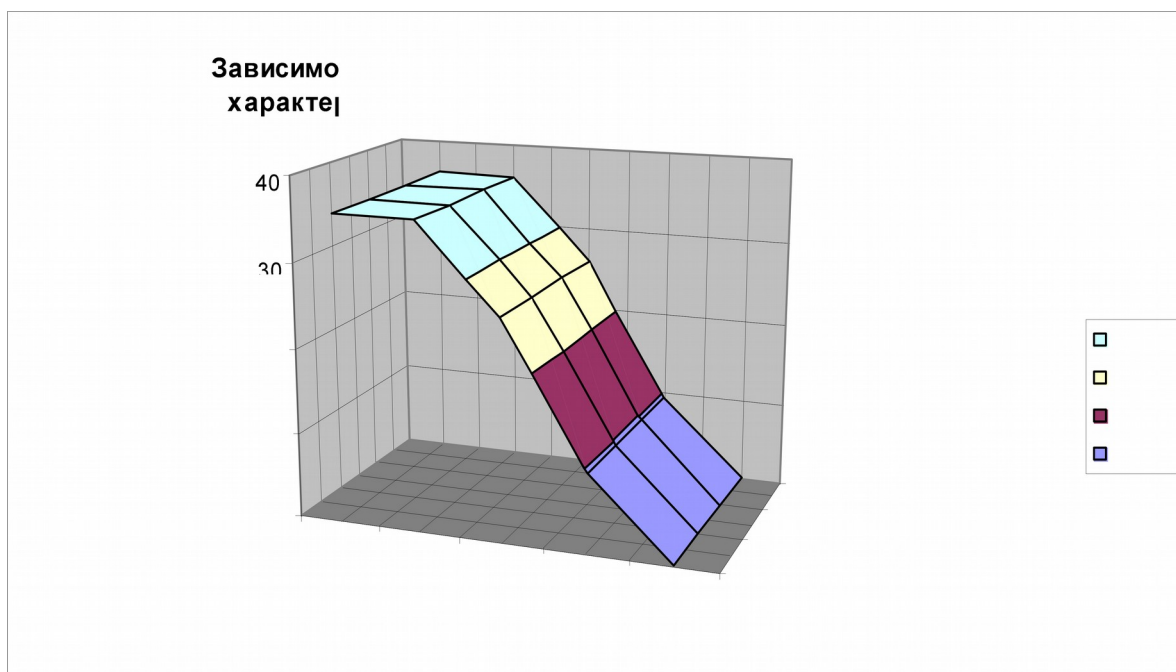


Рисунок 9 Зависимость изменения долготы восходящего узла от характеристической площади и наклоения орбиты

На рисунках 10 и 11 показаны зависимости изменения большой полуоси и долготы восходящего узла от массы КА и наклоения орбиты.

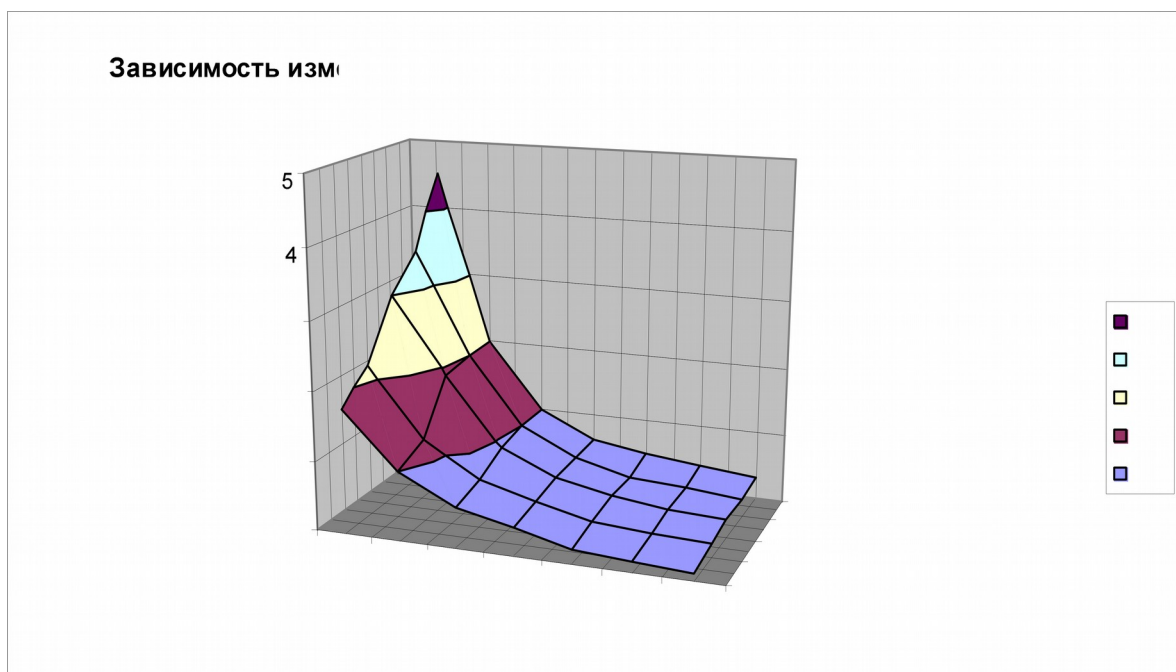


Рисунок 10 Зависимость изменения большой полуоси от массы КА и наклоения орбиты

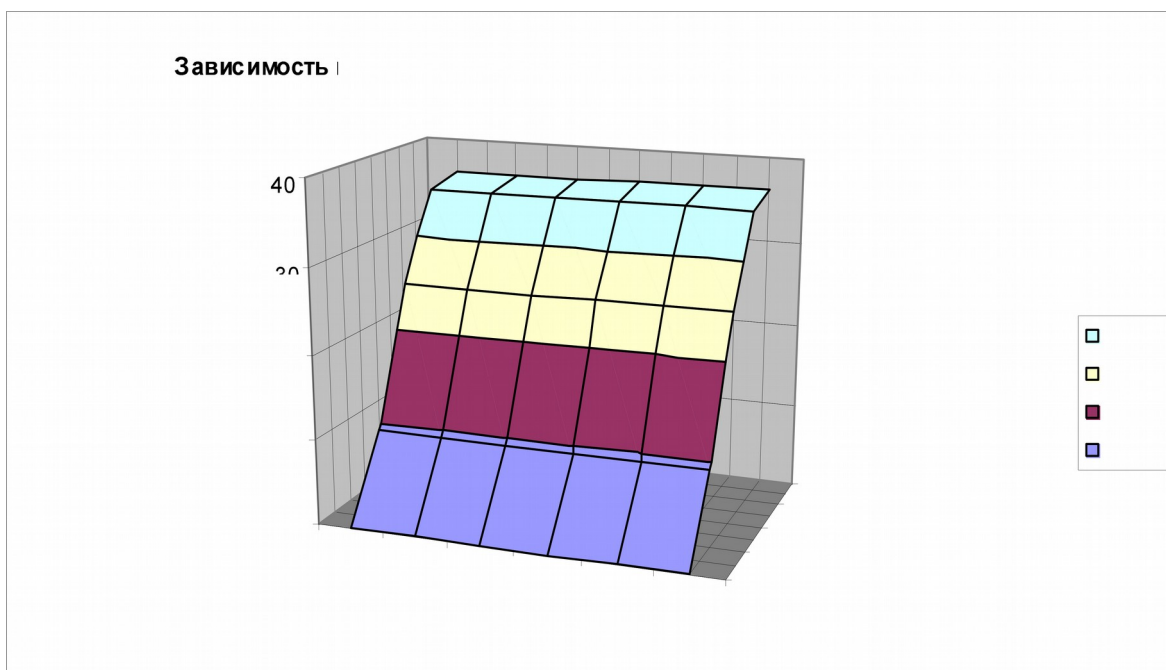


Рисунок 11 Зависимость изменения долготы восходящего узла от массы КА и наклона орбиты

Список используемой литературы:

1. Дубошин Т.Н. Справочное руководство по небесной механике. М.: Изд.«Наука», 1971.-431 с
2. Дубошин Т.Н. Небесная механика (основные задачи и методы). М.: Изд.«Наука», 1975.-385 с
3. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчетов искусственных спутников Земли. ГОСТ 25645.101-86. Москва. 1983.-168 с.
4. Гушин В.Н. Основы устройства космических аппаратов. М.:Машиностроение, 2003.-272 с.
5. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перельгин Б.П., Безвербый В.К. Механика космического полета. М.:Машиностроение, 1989.-408 с.

Сведения об авторах:

Ващенко Алексей Викторович, аспирант кафедры «Космические системы и ракетостроение» Московского авиационного института (государственного технического университета); e-mail: AlekseyVash@yandex.ru