

Научная статья
УДК 621.396.98

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182668>

ОЦЕНИВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ НАБЛЮДАЕМОГО ОБЪЕКТА СИСТЕМОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Евгений Николаевич Белихин^{1✉}, Дмитрий Александрович Щелков²

^{1,2}Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского,

Санкт-Петербург, Россия

¹yka@mil.ru✉

Аннотация. В статье рассматривается орбитальная группировка системы космической триангуляции. Введены понятия продольной и поперечной составляющих погрешности вычисления расстояния между двумя космическими аппаратами данной группировки. Представлены аналитические зависимости погрешности определения положения наблюдаемого объекта от продольной и поперечной составляющих. Получены значения погрешностей определения расстояния до наблюдаемого объекта при различных взаимных расположениях космических аппаратов-наблюдателей. Сделаны выводы о степени влияния отдельных параметров орбитальной группировки на итоговую точность измерений.

Ключевые слова: космическая триангуляция, погрешность измерений, наблюдение за космическими объектами

Для цитирования: Белихин Е.Н., Щелков Д.А. Оценивание точности определения координат наблюдаемого объекта системой космической триангуляции // Труды МАИ. 2024. № 138. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182668>

Original article

ESTIMATION OF THE ACCURACY OF DETERMINING THE COORDINATES OF THE OBSERVED OBJECT BY THE SPACE TRIANGULATION SYSTEM

Eugeny N. Belikhin¹✉, Dmitry A. Shchelkov²

^{1,2}Military Space Academy named after A.F.Mozhaisky,
Saint Petersburg, Russia

¹yka@mil.ru✉

Abstract. The authors of the article note topicality of the space objects' position determining task. This statement is being set forth forcefully by the growing number of space objects of various origins threatening domestic spacecraft. The authors choose the space triangulation method as a position determining method. Further, the authors point at the necessity for studying the system accuracy characteristics impact on the object under observation position determining error.

The article indicates the initial data, as well as accepted limitations and assumptions. Besides, it introduces the concepts of the error longitudinal and transverse components in the distance determining between the spacecraft of an orbital segment.

Subsequently, the authors present one of the basic equations of the space triangulation, intended for computing the distance to the object being observed. With trigonometric transformations based on the said equation, the authors obtained analytical expressions, which reflected the measurement error dependence on the distance determining error between the spacecraft in the orbital segment. These expressions are employed to the graphs plotting. Analyzing the graphs, the authors of the article draw several conclusions. Firstly, as the transverse component of the error increases, the measurement error increases nonlinearly. Secondly, the appearance of the graphs depends on the combination of viewing angles of the space object. For example, with the sum of the angles of ninety degrees, the measurement error is minimal. Thirdly, the transverse component of the error contributes significantly to the overall error in determining the position of the space object being observed.

The authors of the article note that the materials presented in the article may be used in the future when conducting studies on the orbital constellation functioning for triangulation observation of the outer space, as well as formulating requirements to the characteristics of measurement equipment located onboard the spacecraft as a part of this constellation.

Keywords: space triangulation, measurement error, observation of space objects

For citation: Belikhin E.N. Shchelkov D.A. Estimation of the accuracy of determining the coordinates of the observed object by the space triangulation system. *Trudy MAI*, 2024, no. 138. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=182668>

Введение

В настоящее время актуальность задачи определения положения космических объектов лишь возрастает. Многочисленные запуски иностранных космических аппаратов, увеличение числа космического мусора на орбите Земли, а также космические объекты естественного происхождения. Все перечисленные объекты требуют постоянного контроля их положения, так как представляют угрозу различного уровня отечественным космическим аппаратам.

Для определения положения, а также для противодействия космическим объектам существует множество подходов [1-13]. В данной статье рассматривается метод, предложенный в работах [13-15]. Согласно данному методу, космический объект попадает в поле зрения двух оптико-электронных средств, находящихся на бортах различных электронных средств, расположенных на борту различных космических аппаратов – наблюдателей (КАН), входящих в состав космической системы триангуляционного наблюдения. После обработки изображения, с учетом информации о положении КАН рассчитываются параметры движения наблюдаемого космического объекта (КО).

Точность определения данных параметров зависит от ряда причин. Так в работе [15] проведен анализ влияния продольной ошибки определения длины базы (расстояния между КАН). Авторы работ [16-19] пошли по другому пути, и исследовали влияние погрешности оптико-электронных средств. В работе [20] сделан следующий шаг в этом направлении и проведены исследования комплексного влияния указанных выше погрешностей. Однако в перечисленных трудах не учитывалась поперечная составляющая погрешности определения базы.

Следовательно, необходимо изучить вопросы и определить степень влияния поперечной составляющей на ошибку определения положения КО.

Исходные данные и постановка задачи исследования

Для исследования влияния поперечной погрешности определения базы на точность определения положения КО рассмотрим систему, состоящую из восьми КАН, расположенных на круговой орбите на одинаковом угловом расстоянии друг от друга [17]. В данной работе обоснован выбор высоты орбиты КАН $H = 2200$ км, при этом расстояние между соседними КАН будет $l = 6700$ км. Оптико-электронными камерами, расположенными на борту КАН формируются зоны двойного обзора там, где поля зрений данных камер пересекаются. В работе [15] проведен сравнительный анализ зон двойного обзора различного порядка и обоснован выбор третьей зоны, которая формируется каждым первым и четвертым КАН. Для этой зоны длина базы $b = 16000$ км; углы между базой и направлением на КО изменяются в диапазоне: $\alpha = 26 \div 64^\circ$.

В качестве продольной составляющей погрешности определения базы Δb примем ее проекцию $\Delta b_{\text{пр}}$ на прямую, содержащую базу (рис.1). Соответственно, поперечной составляющей погрешности $\Delta b_{\text{п}}$ – проекцию на перпендикулярную к базе прямую (рис.2). Для оценки погрешности определения расстояния от КАН1 до КО ΔR_1 примем допущение, что известно истинное положение КАН1, в свою очередь положение КАН2 определено с некоторой погрешностью. Таким образом, изменяя

величину продольной и поперечной погрешностей необходимо проследить характер изменения DR1.

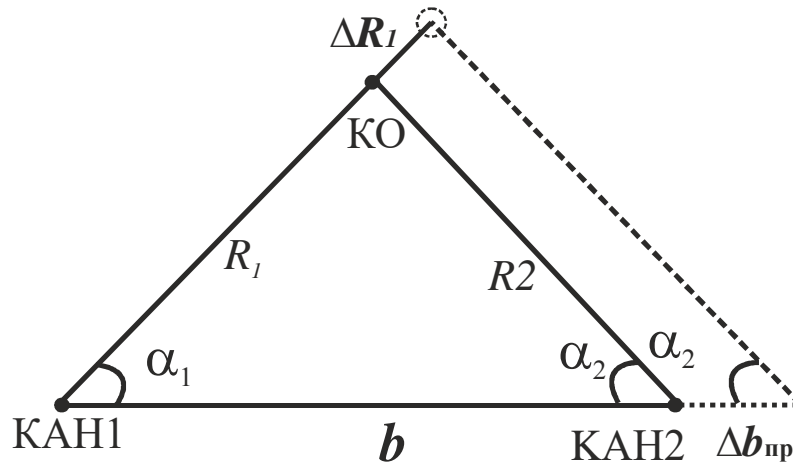


Рис. 1 – Влияние $\Delta b_{\text{пр}}$ на ΔR_1

Математическая модель зависимости погрешности определения расстояния до космического объекта от погрешностей $\Delta b_{\text{пр}}$ и $\Delta b_{\text{п}}$

Согласно методу космической триангуляции [15], по известным координатам КАН, и измеренным углам α_1 и α_2 , по формулам (1) определяются расстояния R_1 и R_2 , от КАН до КО (рис.1)

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{b \sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}; \\
 R_2 &= \frac{b \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

По известным расстояниям определяются параметры движения КО. При наличии продольной составляющей погрешности определения базы, расстояние от КАН1 до КО будет определено с ошибкой ΔR_1 , которая рассчитывается по формуле (2)

$$\Delta R_1 = (b + \Delta b_{\text{пр}}) \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} - b \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} = \Delta b_{\text{пр}} \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (2)$$

Особенностью поперечной погрешности определения базы является тот факт, что при ее наличии не только увеличивается расстояние между КАН1 и КАН2, но и появляется угол β между реальной и мнимой базой b' (рис.2). Данный угол зависит от величины ошибки $\Delta b_{\text{п}}$

$$\beta = \text{arctg} \left(\frac{\Delta b_{\text{п}}}{b} \right).$$

В таком случае, погрешность определения расстояния от КАН1 до КО можно рассчитать по формуле (3)

$$\Delta R'_1 = b \frac{\sin \alpha_2}{\cos \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 - \beta)} - b \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (3)$$

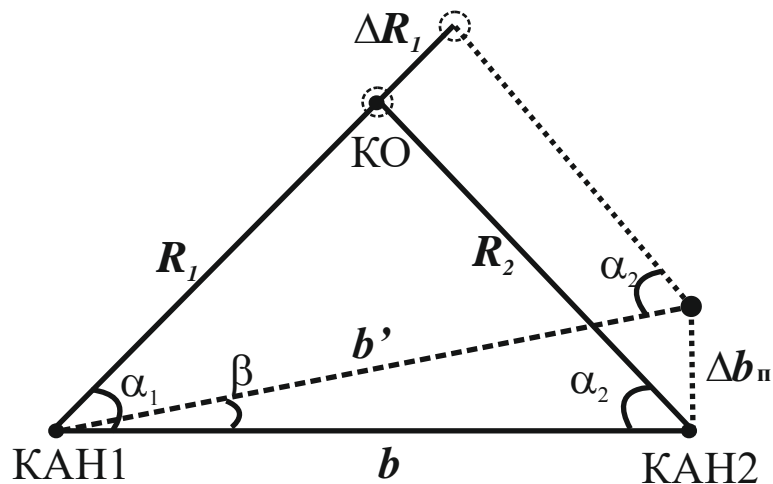


Рис. 2 – Влияние $\Delta b_{\text{п}}$ на ΔR_1

Для того, чтобы учесть влияние погрешности определения базы в целом, необходимо составить выражение, включающее как продольную, так и поперечную составляющую. Данное выражение будет иметь следующий вид

$$\Delta R_{1\Sigma} = (b + \Delta b_{\text{пр}}) \frac{\sin(\alpha_2 + \Delta\alpha)}{\cos(\arctg(\Delta b_{\text{п}} / (b + \Delta b_{\text{пр}}))) (\sin(\alpha_1 + \alpha_2 - \beta))} - b \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (4)$$

Пользуясь приведенными выше выражениями, можно получить зависимости ошибки определения расстояния до КО от погрешности определения базы, а так же рассчитать данные ошибки при различных исходных данных.

Расчет значений погрешности ΔR и получение зависимости погрешности

ΔR от ошибок $\Delta b_{\text{пр}}$ и $\Delta b_{\text{п}}$

Пользуясь выражением (3) были получены зависимости погрешности определения расстояния до КО от поперечной составляющей погрешности определения базы (рис 3). При получении графиков были использованы значения углов $\alpha_2=45^\circ$, и $\alpha_2=26^\circ$, 45° и 64° . Для того, чтобы проиллюстрировать, что зависимости являются нелинейными, они представлены кроме как в диапазоне $\Delta b_{\text{п}}$ ($0 \div 200$ м), (рис.3 а), так же в диапазоне $\Delta b_{\text{п}}$ ($0 \div 10000$ м) (рис.3 б).

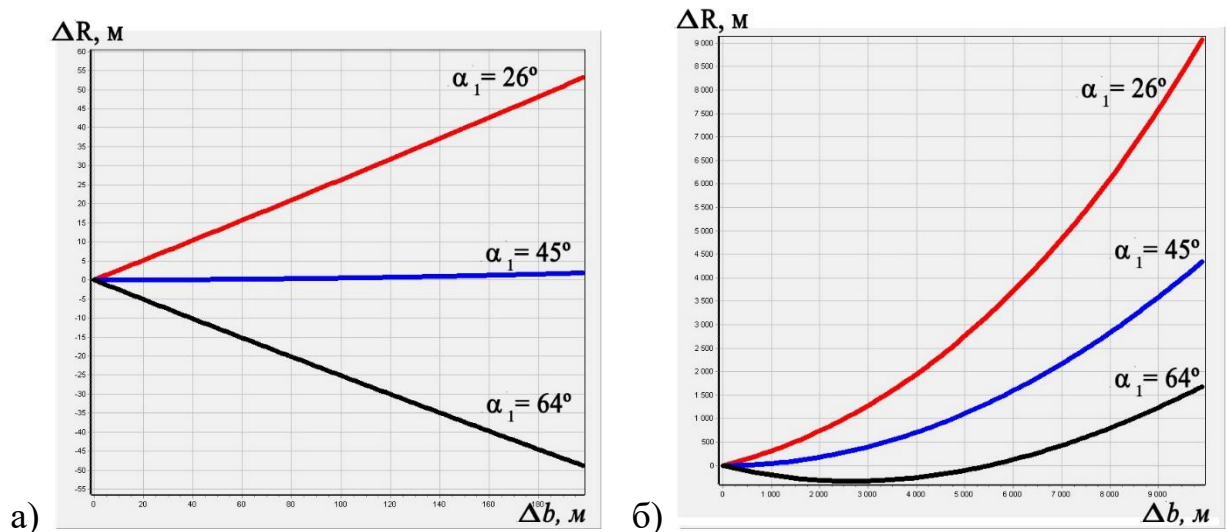


Рис. 3 – Зависимость ΔR от $\Delta b_{\text{п}}$

Как можно судить по рис. 3, при увеличении погрешности $\Delta b_{п}$, ошибка ΔR нелинейно увеличивается. Причем при различных сочетаниях углов α_1 и α_2 , графики ведут себя различно. Поэтому представляется необходимым проследить поведение графика при фиксированных значениях погрешности Δb и угла α_1 и различных величинах угла α_2 . На рис. 4 приведены графики, отражающие изменение погрешности ΔR при увеличении α_2 от 26° до 64° при значениях $\alpha_1 = 26^\circ, 45^\circ$ и 64° . Величина Δb принята равной 100 м.

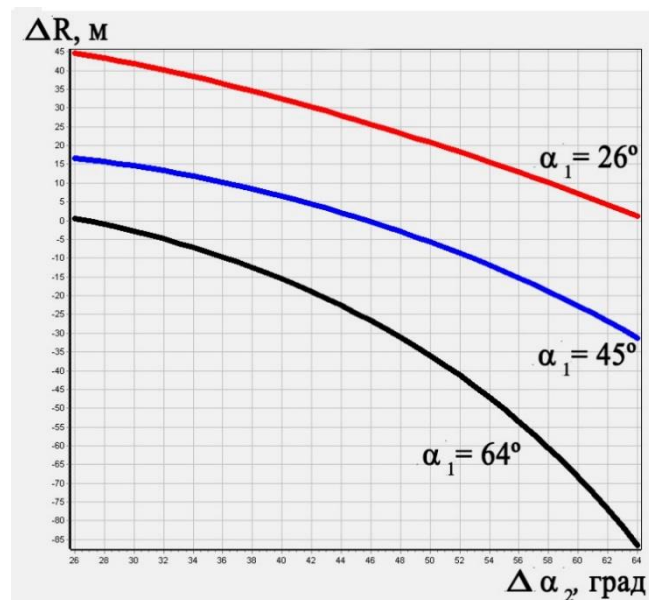


Рис. 4 – Зависимость ΔR от α

Как видно из рис.4, погрешность ΔR минимальна при сумме углов $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, что доказывает утверждение, сделанное в работе [15].

На основании выражений (2 - 4), получены сравнительные характеристики зависимостей ошибки ΔR от различных составляющих погрешности определения базы и от погрешности в целом Δb (рис.5).

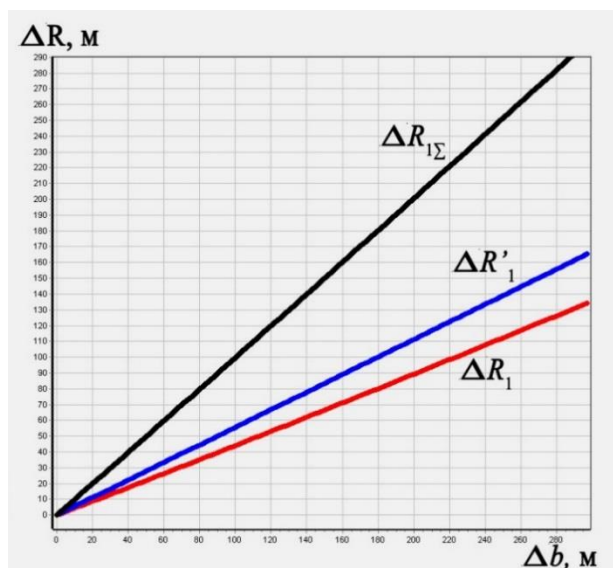


Рис. 5 – Зависимость ΔR от Δb , $\Delta b_{пр}$, $\Delta b_{п}$

На рис.5 отчетливо видно, что поперечная составляющая погрешности вносит соизмеримый вклад в общую ошибку определения положения наблюдаемого космического объекта. Это доказывает, что поперечную составляющую необходимо учитывать при моделировании функционирования космической системы триангуляционного наблюдения.

Пользуясь выражениями (2 - 4) были рассчитаны погрешности определения расстояния от КАН до КО. Данные расчёты были проведены при различных сочетаниях углов α_1 и α_2 и представлены в Таблице 1.

Таблица 1

Погрешность определения расстояния от КАН до наблюдаемого КО

α_1 , град	α_2 , град	$\Delta b_{пр}$, м	$\Delta b_{п}$, м	ΔR_1 , м	$\Delta R'_1$, м	$\Delta R_{1\Sigma}$, м
26	26	50	50	21.8	27.8	49.7
	45			13	37.3	50.4
	64			0.2	44.9	45

	26			44	55.6	99.7
	45			26.3	74.8	101.1
	64			0.6	89.8	90.5
45	45	100	100	0.5	70.7	71.2

По значениям, приведенным в Таблице 1 можно сделать ряд выводов. Так погрешность ΔR_1 , зависящая от продольной составляющей ошибки минимальна при сумме углов $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, однако значение погрешности $\Delta R'_1$ с увеличением угла α_2 лишь возрастает. При равенстве углов $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$ суммарная погрешность минимальна.

Заключение

Погрешность определения расстояния до наблюдаемого космического объекта нелинейно зависит от ошибки определения расстояния между КАН, которые формируют измерительный треугольник. При рассмотрении влияния Δb на ΔR стоит комплексно рассматривать продольную и поперечную составляющую Δb .

В статье получены математические выражения, позволяющие рассчитать итоговую ошибку ΔR . На основании данных выражений были получены и проанализированы графики зависимостей $\Delta R (\Delta b_{\text{п}})$, $\Delta R (\alpha)$ и $\Delta R (\Delta b, \Delta b_{\text{пр}}, \Delta b_{\text{п}})$. Кроме того, сделаны выводы о степени влияния каждой составляющей погрешности Δb и о наилучших сочетаниях углов α_1, α_2 для проведения расчетов с максимальной точностью.

Представленные в статье материалы в дальнейшем можно использовать при проведении исследований функционирования орбитальной группировки триангуляционного наблюдения космического пространства, а также для формирования требований к характеристикам измерительной аппаратуры, расположенной на борту космических аппаратов, входящих в состав данной группировки.

Список источников

1. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=93299>
2. Соколов Н.Л. Метод определения орбитальных параметров космического мусора бортовыми средствами космического аппарата // Труды МАИ. 2014. № 77. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=52950>
3. Ашурбейли И.Р., Лаговиер А.И., Игнатъев А.Б., Назаренко А.В. Возможности использования авиационной лазерной системы для борьбы с космическим мусором и поддержания орбит космического аппарата // Труды МАИ. 2011. № 43. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=24856>
4. Капелетти Ш., Гуардуччи Ф., Паолилло Ф., Ридолфи Л., Баттаглиере М.Л., Грациани Ф., Пьержентили Ф., Сантони Ф. Группировка микроспутников для обнаружения космического мусора // Труды МАИ. 2009. № 34. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=8237>

5. Жуков А.О., Приходько Д.В., Алдохина В.Н., Гоголевский А.С., Галич Р.Г. Модель космического аппарата наблюдения за обстановкой в космическом пространстве как элемента системы мониторинга и контроля воздушно-космического пространства // Научные технологии. 2024. Т. 25. № 3. С. 34–45.
6. Алдохина В.Н., Гудаев Р.А., Смирнов М.С., Шаймухаметов Ш.И. Модель системы мониторинга и контроля воздушно-космического пространства // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. № 668. С. 8–19.
7. Логунов С.В., Амосов И.С., Заверзаев А.А. и др. Наблюдение околоземных космических объектов наземными оптическими средствами в интересах получения фотометрических измерений // VI Всероссийская научно-практическая конференция «Вопросы контроля хозяйственной деятельности и финансового аудита, национальной безопасности, системного анализа и управления» (Москва, 28 декабря 2020): сборник трудов. - М.: Экспертно-аналитический центр, 2021. С. 517–523.
8. Хабаров Е., Мурманов Л. Канадские космические аппараты контроля космического пространства // Зарубежное военное обозрение. 2015. № 4. С. 75–78.
9. Малетин А.Н., Глущенко А.А., Мишина О.А. Исследование возможностей современных космических средств по мониторингу объектов в околоземном космическом пространстве // Труды МАИ. 2022. № 127. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=170351>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-21)
10. Зиновьев Ю.С., Мишина О.А., Глущенко А.А. Перспективы развития оптических телескопов наземного и космического базирования // Труды МАИ. 2018. № 101. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=96976>

11. Бабкин Ю.В., Якубовский С.В. Возможность мониторинга высокоорбитальных космических объектов радиолокационными средствами дальнего обнаружения // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2017. № 4 (2). С. 28–33.
12. Арсеньев В.Н., Белихин Е.Н., Трофимов И.А. Определение параметров движения космического аппарата по результатам их измерений бортовыми и наземными измерительными средствами // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2019. Вып. 668. С. 81–89.
13. Половников В.И. Метод высокоточной космической триангуляции // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2013. Вып. 638. С. 5–8.
14. Семенихин В.К. и др. Вариант баллистического построения орбитальной системы контроля космических объектов в ближней зоне околоземного космического пространства // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2015. Вып. 65. С. 112–116.
15. Половников В.И., Скутницкий В.М. Теоретические основы проектирования орбитальных систем космической триангуляции: монография. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2013. – 123 с.
16. Белихин Е.Н., Мингалиев Э.Р. Расчет допустимых точностных параметров оптико-электронных средств космических аппаратов наблюдения космической обстановки // Оборонный комплекс - научно-техническому прогрессу России. 2018. № 4 (140). С. 32-34.
17. Арсеньев В.Н., Балувев С.Ю., Белихин Е.Н., Ядренкин А.А. Оценивание характеристик точности определения координат космического объекта бортовыми

оптико-электронными средствами космических аппаратов наблюдения за обстановкой в космическом пространстве // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. 2019. Вып. 666. С. 173–179.

18. Арсеньев В.Н., Балуев С.Ю., Белихин Е.Н. Модель бортового оптико-электронного средства для исследования зависимости его погрешности от значений параметров // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2020. Вып. 671. С. 234–237.

19. Балуев С.Ю., Белихин Е.Н. Оценка допустимой погрешности угловых измерений бортовыми оптико-электронными средствами космических аппаратов контроля космического пространства // Сборник докладов X и XI научно-технических конференций молодых специалистов по радиоэлектронике в ОАО «Авангард». – Санкт-Петербург: Изд-во Авангард, 2018. С. 146–150.

20. Атакищев О.И., Белихин Е.Н., Мухин А.И., Павленко Д.П. Исследование точностных характеристик орбитальной группировки наблюдения за космическими объектами триангуляционным методом // Известия института инженерной физики. 2022. № 3 (65). С. 26–29.

References

1. Pikalov R.S., Yudintsev V.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 100. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93299>
2. Sokolov N.L. *Trudy MAI*, 2014, no. 77. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=52950>

3. Ashurbeili I.R., Lagovier A.I., Ignat'ev A.B., Nazarenko A.V. *Trudy MAI*, 2011, no. 43. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=24856>
4. Kapeletti Sh., Guarduchchi F., Paolillo F., Ridolfi L., Battagliere M.L., Gratsiani F., P'erzhentili F., Santoni F. *Trudy MAI*, 2009, no. 34. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=8237>
5. Zhukov A.O., Prikhod'ko D.V., Aldokhina V.N., Gogolevskii A.S., Galich R.G. *Naukoemkie tekhnologii*, 2024, vol. 25, no. 3, pp. 34–45.
6. Aldokhina V.N., Gudaev R.A., Smirnov M.S., Shaimukhametov Sh.I. *Trudy Voennokosmicheskoi akademii im. A.F. Mozhaiskogo*, 2019, no. 668, pp. 8–19.
7. Logunov S.V., Amosov I.S., Zaverzaev A.A. et al. *VI Vserossiiskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Voprosy kontrolya khozyaistvennoi deyatel'nosti i finansovogo audita, natsional'noi bezopasnosti, sistemnogo analiza i upravleniya»*: sbornik trudov. Moscow, Ekspertno-analiticheskii tsentr, 2021, pp. 517–523.
8. Khabarov E., Murmanov L. *Zarubezhnoe voennoe obozrenie*, 2015, no. 4, pp. 75–78.
9. Maletin A.N., Glushchenko A.A., Mishina O.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=170351>. DOI: [10.34759/trd-2022-127-21](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-21)
10. Zinov'ev Yu.S., Mishina O.A., Glushchenko A.A. *Trudy MAI*, 2018, no. 101. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=96976>
11. Babkin Yu.V., Yakubovskii S.V. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva*, 2017, no. 4 (2), pp. 28–33.
12. Arsen'ev V.N., Belikhin E.N., Trofimov I.A. *Trudy Voennokosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2019, vol. 668, pp. 81–89.

13. Polovnikov V.I. *Trudy Voенno-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2013, vol. 638, pp. 5–8.
14. Semenikhin V.K. et al. *Trudy Voенno-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2015, vol. 65, pp. 112–116.
15. Polovnikov V.I., Skutnitskii V.M. *Teoreticheskie osnovy proektirovaniya orbital'nykh sistem kosmicheskoi triangulyatsii: monografiya* (Theoretical foundations of the design of orbital space triangulation systems: monograph), Saint Petersburg, VKA im. A.F. Mozhaiskogo, 2013, 123 p.
16. Belikhin E.N., Mingaliev E.R. *Oboronnyi kompleks - nauchno-tekhnicheskomu progressu Rossii*, 2018, no. 4 (140), pp. 32-34.
17. Arsen'ev V.N., Baluev S.Yu., Belikhin E.N., Yadrenkin A.A. *Trudy Voенno-kosmicheskoi akademii imeni A.F.Mozhaiskogo*, 2019, vol. 666, pp. 173–179.
18. Arsen'ev V.N., Baluev S.Yu., Belikhin E.N. *Trudy Voенno-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*, 2020, vol. 671, pp. 234–237.
19. Baluev S.Yu., Belikhin E.N. *Sbornik dokladov X i XI nauchno-tekhnicheskikh konferentsii molodykh spetsialistov po radioelektronike v OAO «Avangard»*, Saint Petersburg, Izd-vo Avangard, 2018, pp. 146–150.
20. Atakishchev O.I., Belikhin E.N., Mukhin A.I., Pavlenko D.P. *Izvestiya instituta inzhenernoi fiziki*, 2022, no. 3 (65), pp. 26–29.

Статья поступила в редакцию 05.08.2024

Одобрена после рецензирования 15.08.2024

Принята к публикации 25.10.2024

The article was submitted on 05.08.2024; approved after reviewing on 15.08.2024; accepted for publication on 25.10.2024