

Научная статья  
УДК 629.7.023:539.3  
URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180650>

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕКРУГОВОЙ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ

**Лев Петрович Железнов**

Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина,  
Новосибирск, Россия  
Zgeleznov@sibnia.ru

**Аннотация.** Приводятся результаты исследования прочности и устойчивости овальных композитных цилиндрических оболочек при действии внешнего равномерного давления. Геометрически нелинейная задача для оболочки решается методом конечных элементов (МКЭ). Геометрические размеры оболочки близки к размерам фюзеляжей современных пассажирских самолетов. Исследовано влияние овальности поперечного сечения оболочки, нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния (НДС,) укладки монослоев по толщине на критические нагрузки и весовую эффективность композитных оболочек в сравнении с металлическими.

**Ключевые слова:** некруговые цилиндрические композитные оболочки, полимерные композиционные материалы, устойчивость овальной шарнирно-опертой цилиндрической оболочки, нелинейное деформирование композитных оболочек

**Для цитирования:** Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговой композитной цилиндрической оболочки при внешнем давлении // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 2. С. 75–84. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180650>

Original article

## NONLINEAR DEFORMATION AND STABILITY STUDY OF THE NONCIRCULAR COMPOSITE CYLINDRICAL SHELL AT THE EXTERNAL PRESSURE

**Lev P. Zheleznov**

S.A. Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation,  
Novosibirsk, Russia  
Zgeleznov@sibnia.ru

### **Abstract**

Polymer composite materials (PCM) gained wide application in modern aircraft structures. The said materials employing reduces the weight of the structure while retaining its strength and stiffness characteristics. Despite the large number of published works on such structures strength, the unsolved issues on strength and stability at their nonlinear deformation still exist. The latter is of especial necessity for the aircraft fuselage structures, for which

buckling loss of the composite skin is inadmissible. The problem of the non-circular shells from the PCM stability is being solved in this article with regard to the momentness and nonlinearity of their subcritical stress-strain state. The finite elements of the composite cylindrical shells of natural curvature developed the by author earlier based on the Timoshenko hypothesis are being employed. Their rigid displacement are being accounted for in the approximation, which significantly improves convergence of the nonlinear problem solution. The nonlinear buckling problem was solved geometrically by the finite element and Newton-Kantorovich methods. Solution of a system of nonlinear algebraic equations with respect to nodal displacements of the shell is being found with the method of successive approximations and the step-by-step method of loading in the following way. A small value of the load parameter is set. The linear problem solution is being assumed herewith as a zero approximation. An iterative process, ensuring convergence of the solution with a given accuracy not exceeding 5% is being performed. Further, the loading increases, and the iterative process, in which the solution from the previous load step is assumed as the initial approximation is being performed again. Solution of the system of linear algebraic equations is being found by the Krauth method using the  $L^TDL$  decomposition of the matrix into a diagonal  $D$  and two triangular matrices  $L$  at each iteration. The critical load is found either as a ultimate on the divergence of the iterative process, or as a bifurcation one by the energy stability criterion, according to which the equilibrium state is stable if the second variation of potential energy is greater than zero and unstable if it is less than zero. Critical loads are being determined in the process of solving a nonlinear problem. The stability of an oval, cantilevered cylindrical shell made of the PCM under external pressure is being studied. A shell with a length of  $L = 2000$  mm, a thickness of  $h = 3.456$  mm, and a radius of  $R_0 = 2000$  mm, made of 18-layer Torayca T700 PCM is being regarded. Five different layups were considered, including shells made of D16T aluminum alloy for comparison. Assessment of the effect of monolayers stacking over the shell thickness, deformation nonlinearity and out-of-roundness parameter on the critical loadings causing the shell stability losses and weight efficiency of composite shells was performed. It was revealed that:

1. The critical values of the external pressure depend on both the stacking and the out-of-roundness parameter of the shell. The out-of-roundness of the shells reduces the critical values of the external load. The most optimal stacking options are considered to be those with pre-eminent installation angles of  $90^\circ$ . The nonlinearity reduces the critical values of loading parameter for all options of the monolayer stacking for all considered shells (up to 43%).

2. The weight efficiency of composite shells depends on the stacking angle and slightly (within the limit of 5%) on the out-of-roundness parameter of the shell in the case of both linear and nonlinear initial stress-strain states. With the angle  $\varphi$  increase, the weight efficiency of composite shells increases. Nevertheless, for the angles  $\varphi < 40^\circ$ , metal shells are more effective than the composite ones.

**Keywords:** noncircular cylindrical composite shells, polymer composite materials, stability of an oval hinged cylindrical shell, nonlinear deformation of composite shells

**For citation:** Zheleznov L.P. The Nonlinear Deformation and Stability Study of the Non-circular Composite Cylindrical Shell at the External Pressure. *Aerospace MAI Journal*, 2024, vol. 31, no. 2, pp. 75–84. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180650>

---

## Введение

Оболочки некругового поперечного сечения нашли широкое применение в конструкциях самолетов большой вместимости, таких как Boeing 747, Airbus A380, ИЛ-96 и др. Как правило, это фюзеляжи самолетов, представляющие собой тонкостенные подкрепленные оболочки, для которых потеря устойчивости недопустима. Поэтому вопросы их прочности и устойчивости весьма актуальны. Опубликовано множество работ по устойчивости круговых оболочек [1], но число публикаций об устойчивости некруговых оболочек незначительно. Характер поведения таких оболочек и сложность решения задач устойчивости, связанная с переменностью коэффициентов в уравнениях устойчивости, ограничи́ли число ис-

следований и публикаций. Впервые задача устойчивости эллиптической оболочки была решена еще в 1935 году Х.М. Муштари [2]. Долгое время такие оболочки не рассматривались исследователями. Только в 60-х годах такие исследования получили продолжение [3]. В большинстве работ в основном рассматривались аналитические решения задачи устойчивости в безмоментной постановке при однородных напряженно-деформированных состояниях [4]. И только появление эффективных численных методов и вычислительных программных комплексов для решения задач статики тонкостенных оболочек (МКЭ, метода конечных разностей (МКР) и др.) позволило рассмотреть такие решения в линейной [5, 6] и нелинейной постановке [7, 8]. Несколько работ

посвящены экспериментальным исследованиям некруговых оболочек [9, 10].

В настоящее время большинство конструкций планера самолета изготавливаются из металла. Тем не менее стали появляться новые перспективные технологии их изготовления. В частности, для обеспечения снижения массы планера самолета и, как следствие, повышения полезной нагрузки отдельные элементы конструкции самолета стали изготавливать из композиционных материалов, обладающих высокой прочностью и малой массой. В России исследованиями элементов тонкостенных конструкций ЛА из композиционных материалов занимались ведущие ученые нашей страны, в том числе С.А. Амбарцумян, Г.А. Ванин, Н.П. Семенов, В.В. Васильев [11]. Опубликовано достаточно большое число работ по исследованию прочности конструкций из полимерных композитных материалов (ПКМ) [12–14]. Так, в работе [15] рассматривается задача оптимального проектирования панелей крыла летательного аппарата (ЛА) из ПКМ с учетом ограничений по прочности и устойчивости. Однако опубликовано очень мало работ, посвященных вопросам прочности и устойчивости оболочек из ПКМ при нелинейном исходном НДС. Это объясняется высокой сложностью математических алгоритмов, а также большой вычислительной трудоемкостью и ресурсоемкостью программного обеспечения для решения таких задач. Тем не менее для обеспечения безопасности ЛА требуется проводить прочностные расчеты в нелинейной постановке. Такие исследования представлены в работах [16, 17].

В данной статье нелинейная задача прочности и устойчивости оболочек из ПКМ решена методами КЭ и Ньютона–Канторовича [18] с использованием шагового метода по нагрузке и энергетического критерия устойчивости.

Основные соотношения численного алгоритма решения нелинейной задачи прочности и устойчивости тонкостенных конструкций летательных аппаратов в нелинейной постановке приведены в работе [19].

### Материалы и методы решения задач, принятые допущения

Рассмотрим шарнирно-опертую ( $v = w = 0$ ) некруговую цилиндрическую оболочку. Оболочка изготовлена из ПКМ и нагружена внешним равномерным давлением  $q$ . Поперечное сечение оболочки в виде овала с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 1) построено из двух пар дуг окружностей, радиусами  $R$  и  $r$ .

Согласно рисунку основные геометрические характеристики оболочки имеют вид

рисунку основные геометрические характеристики оболочки имеют вид

$$\begin{aligned} r &= a \frac{1+k^2 - \sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}}; \\ R &= a \frac{1-k(\sqrt{1+k^2} - k)}{1+k - \sqrt{1+k^2}}; \\ k &= \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$P = 4(R\alpha + r\gamma); \quad \gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha; \quad R_0 = \frac{P}{2\pi}; \quad (2)$$

где  $P$  – периметр поперечного сечения оболочки,  $R_0$  – так называемый эквипериметрический радиус окружности, периметр которой совпадает с периметром овала.

Для исследования выбрана овальная оболочка с параметрами  $L = 2000$  мм,  $h = 3,456$  мм,  $R_0 = 2000$  мм. 18-слойная композитная обшивка выполнена из препрега (монослой) ПКМ Torayca T700. Основные формулы для жесткостных характеристик материала оболочки и прочностные характеристики препрега Torayca T700 приведены в работе [20].

Обозначим  $k = q^*/q_0$ , где  $q^*$  – критические значения внешнего давления;  $q_0$  – верхнее критическое внешнее давление для эквипериметрической круговой цилиндрической изотропной оболочки [1]:

$$q_0 = 0,92E \frac{R_0}{L} \left( \frac{h}{R_0} \right)^2 \sqrt{\frac{h}{R_0}}.$$

На приведенных ниже рисунках сплошными линиями показаны результаты линейного с учетом моментности исходного НДС, а пунктирными – геометрически нелинейного решения.

Для исследования выбрано пять вариантов укладки препрегов по толщине обшивки компо-

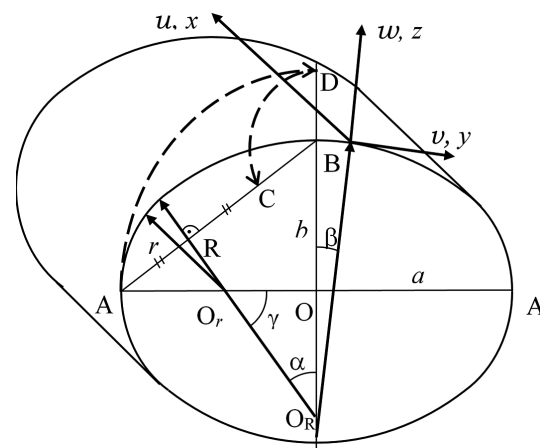


Рис. 1. Овальная оболочка

зитной оболочки, а также вариант металлической оболочки из алюминиевого сплава Д16Т:

$$\begin{aligned} v_1 &\rightarrow [0^\circ, 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ]_s; \\ v_2 &\rightarrow [\pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ]_s; \\ v_3 &\rightarrow [\pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_s; \\ v_4 &\rightarrow [0^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ]_s; \\ v_5 &\rightarrow [0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ]_s; \\ v_6 &\rightarrow [\text{металл}], \end{aligned}$$

где  $s$  в индексах означает «симметрично».

Шестой вариант необходим для оценки весовой эффективности композитных оболочек по сравнению с традиционными металлическими оболочками.

На рис. 2 показаны значения параметра критического давления  $k_q$  в зависимости от параметра

овальности  $\bar{a} = a/b$ . Цветом обозначены варианты укладки препрегов в оболочке.

Из рис.2 следует, что критические значения параметра  $k_q$  зависят как от параметра овальности, так и от укладки монослоев. С увеличением овальности критические значения внешнего давления понижаются. Наибольшие значения параметра  $k_q$  наблюдаются для круговых оболочек независимо от варианта укладки монослоев. Наиболее эффективной укладкой являются варианты  $v_3$  и  $v_4$ , наименее эффективен вариант  $v_5$ . Нелинейность приводит к снижению значений параметра критического давления  $k_q$ .

Результаты влияния нелинейности исходного НДС  $\Delta(\%)$  ( $\Delta(\%) = [(k_{qn} - k_{ql})/k_{ql}] \cdot 100\%$ ) представлены в табл. 1. Здесь  $l$  и  $n$  в индексах относятся к линейному и нелинейному решениям. Варианты оболочек, для которых влияние нелинейности превышает 30%, выделены жирным шрифтом.

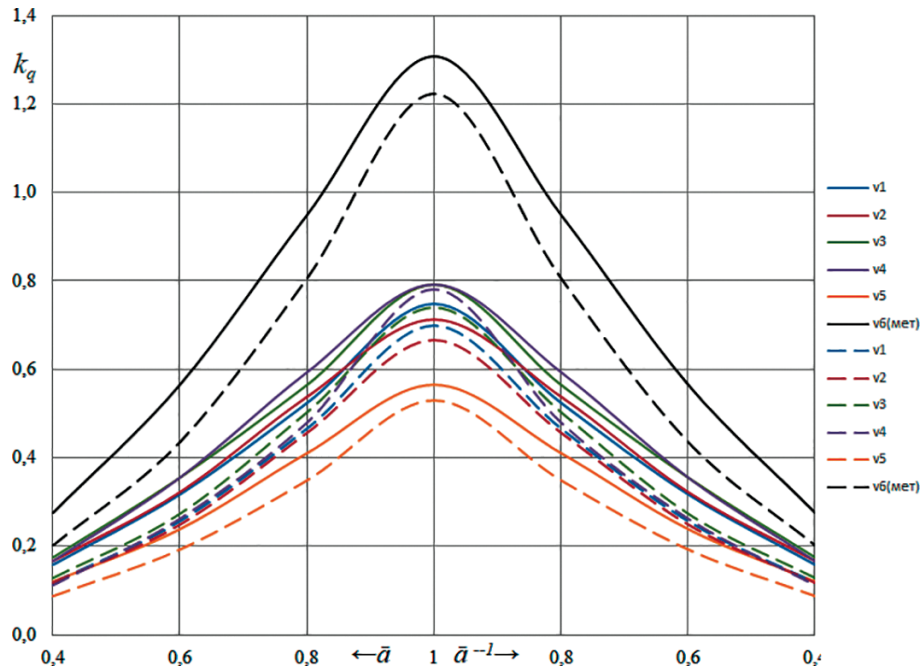


Рис. 2. Значения параметра  $k_q$  в зависимости от параметра  $\bar{a}$

Таблица 1

Влияние нелинейности на значения  $k_q$

Вариант укладки	$\bar{a}$						
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,67	2,5
$v_1$	<b>-37,1%</b>	-23,8%	-17,6%	-6,9%	-17,6%	-23,8%	<b>-37,1%</b>
$v_2$	<b>-36,3%</b>	-29,7%	-21,3%	-12,3%	-21,3%	-29,7%	<b>-36,3%</b>
$v_3$	<b>-36,9%</b>	-23,7%	-12,3%	-1,7%	-12,3%	-23,7%	<b>-36,9%</b>
$v_4$	<b>-43,9%</b>	<b>-36,1%</b>	-23,6%	-1,7%	-23,6%	<b>-36,1%</b>	<b>-43,9%</b>
$v_5$	-29,7%	-24,1%	-21,7%	-6,9%	-21,7%	-24,1%	-29,7%
$v_6$ (металл)	<b>-35,9%</b>	-29,7%	-17,8%	-1,8%	-17,8%	-29,7%	<b>-35,9%</b>

Анализ табл. 1 показывает, что учет нелинейности приводит к снижению критических значений параметра  $k_q$  для всех вариантов изготовления оболочки. С увеличением овальности оболочки влияние нелинейности на значения параметра  $k_q$  повышается независимо от способа укладки. Для круговой оболочки ( $\bar{a} = 1$ ) влияние нелинейности незначительно, в пределах 7%, за исключением варианта укладки  $v_2$ .

На рис. 3 показана зависимость параметра весовой эффективности композитных оболочек  $k_g$ , подсчитываемого по формуле  $k_g = k_q/[k_{q1}(G/G_1)]$ , где  $k_q$  и  $k_{q1}$  – параметры критического внешнего давления для композитной и металлической оболочек,  $G$  и  $G_1$  – их масса, от параметра  $\bar{a}$ . Цветом обозначены варианты укладки препрегов в оболочке.

Из рис. 3 следует, что параметр весовой эффективности композитных оболочек зависит как от вариантов укладки препрегов, так и от параметра

овальности оболочки  $\bar{a}$ . Весовая эффективность доходит до 13% (вариант  $v_3$ ). С увеличением овальности оболочек весовая эффективность композитных оболочек несколько повышается. Нелинейность, как правило, повышает весовую эффективность, в пределах 5%. Для вариантов укладки  $v_1$  и  $v_2$  при малой овальности металлические оболочки эффективнее композитных ( $k_g < 1,0$ ).

В табл. 2 представлены значения параметра  $k_q$  для различных значений параметра овальности  $\bar{a}$  и вариантов укладки монослоев при нелинейном исходном напряженно-деформированном состоянии. Жирным шрифтом выделены варианты расчета оболочек с наиболее эффективной укладкой монослоев.

Наиболее эффективной укладкой в этом случае является укладка по варианту  $v_3$ :

$$[\pm 45^\circ, \pm 45^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, ]_s.$$

Учитывая это, проведем исследование углов укладки препрегов по толщине оболочки для данного варианта.

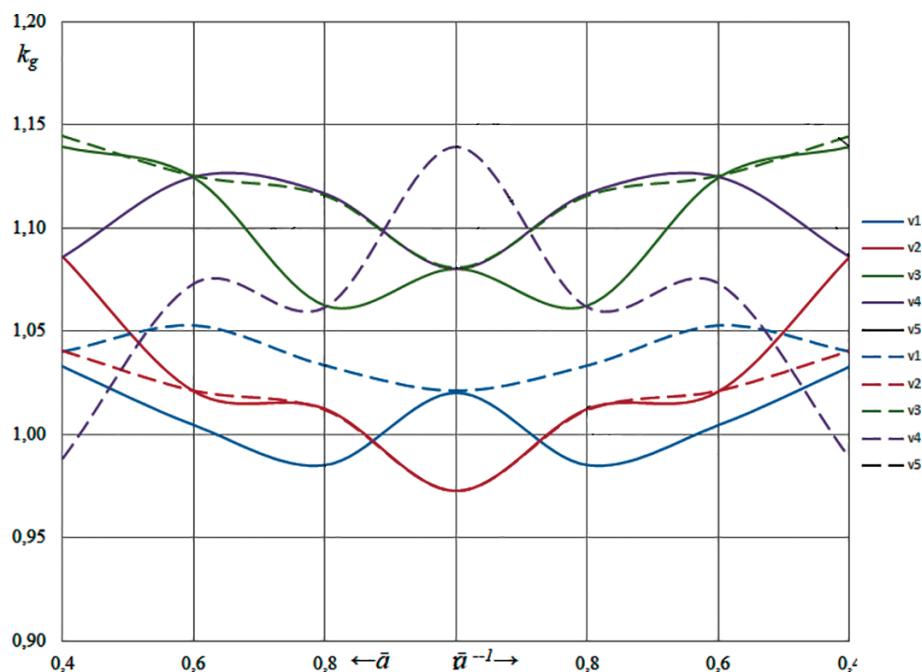


Рис. 3. Значения параметра  $k_g$  в зависимости от параметра  $\bar{a}$  для различных вариантов укладки препрегов

Таблица 2

Критические значения параметра  $k_q$

Вариант укладки	$\bar{a}$						
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,67	2,5
$v_1$	0,1054	0,2450	0,4236	0,6666	0,4236	0,2450	0,1054
$v_2$	0,1113	0,2372	0,4148	0,6344	0,4148	0,2372	0,1113
$v_3$	<b>0,1220</b>	<b>0,2743</b>	<b>0,4792</b>	<b>0,7408</b>	<b>0,4792</b>	<b>0,2743</b>	<b>0,1220</b>
$v_4$	0,1054	0,2372	0,4568	0,7408	0,4568	0,2372	0,1054
$v_5$	0,0830	0,1825	0,3318	0,5036	0,3318	0,1825	0,0830



Ниже приведены результаты исследования влияния углов  $\varphi$  для варианта укладки  $v_3$ . Угол  $45^\circ$  заменим параметром  $\varphi$  (в градусах). Таким образом, для варианта  $v_3$  имеем следующую укладку  $[\pm\varphi, \pm\varphi, \pm\varphi, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_s$ .

На рис. 4 показана зависимость  $k_q$  от параметра овальности поперечного сечения  $\bar{a}$ . Цветом обозначены варианты укладки препрегов при различных углах  $\varphi$  (в градусах).

На рис. 5 представлена зависимость  $k_q$  от углов  $\varphi$  (в градусах) для различных значений параметра  $\bar{a}$  оболочки (отмечены цветом).

Из анализа рис. 4 и 5 следует, что с увеличением угла укладки  $\varphi$  параметр  $k_q$  возрастает независимо от параметра овальности оболочки  $\bar{a}$ . Причем при малой овальности он возрастает более интенсивно, чем при большой. Нелинейность снижает параметр  $k_q$ , наиболее

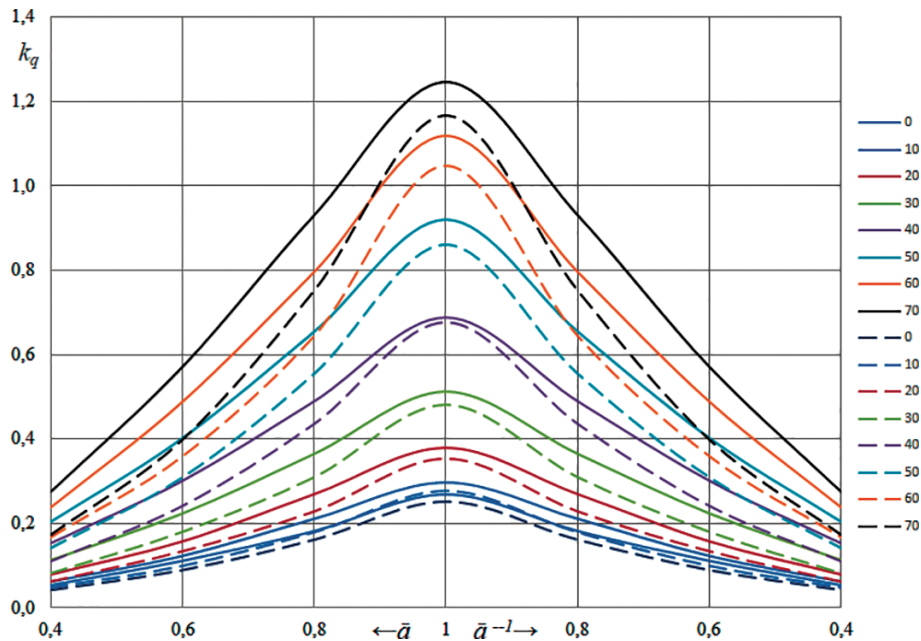


Рис. 4. Значения параметра  $k_q$  в зависимости от параметра  $\bar{a}$  для различных углов укладки  $\varphi$

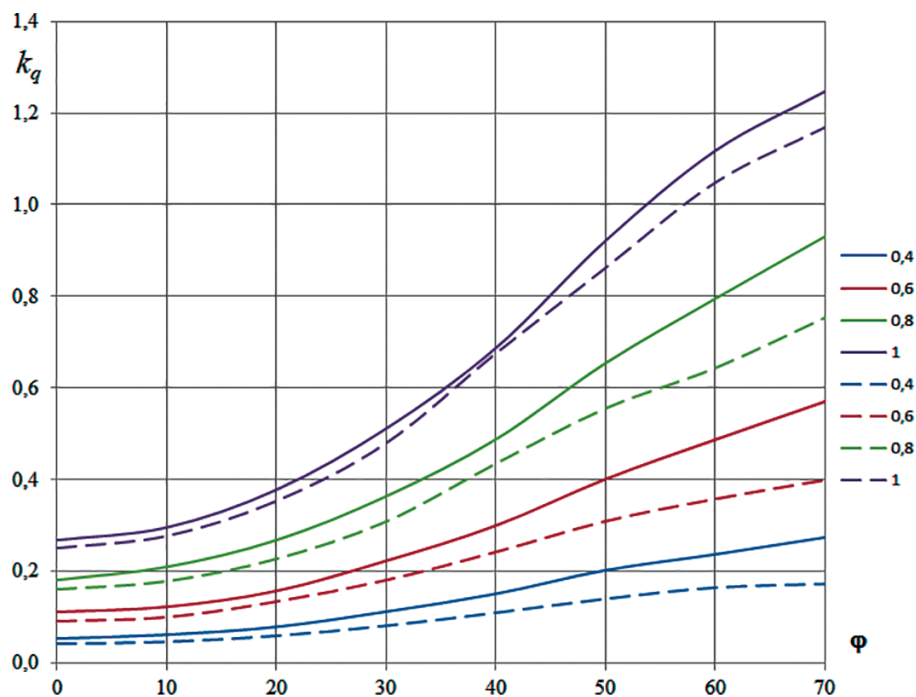


Рис. 5. Значения параметра  $k_q$  в зависимости от угла укладки  $\varphi$

существенно для большой овальности оболочек и больших углов  $\varphi$ .

На рис. 6 показана зависимость параметра  $k_g$  от параметра  $\bar{a}$ . Цветом отмечены варианты укладки препрегов при различных углах  $\varphi$  (в градусах).

Влияние на параметр  $k_g$  угла укладки монослоев  $\varphi$  по толщине оболочки для различных значений параметра овальности  $\bar{a}$  показано на рис. 7.

Анализ рис. 6 и 7 показывает, что параметр  $k_g$  зависит в большей степени от угла  $\varphi$  и незначительно (в пределах 5%) от параметра  $\bar{a}$  как при линейном, так и при нелинейном решении. С увеличением угла укладки  $\varphi$  весовая эффективность композитных оболочек повышается. Тем не менее для углов  $\varphi < 40^\circ$  металлические оболочки в весовом отношении эффективнее композитных. Влияние не-

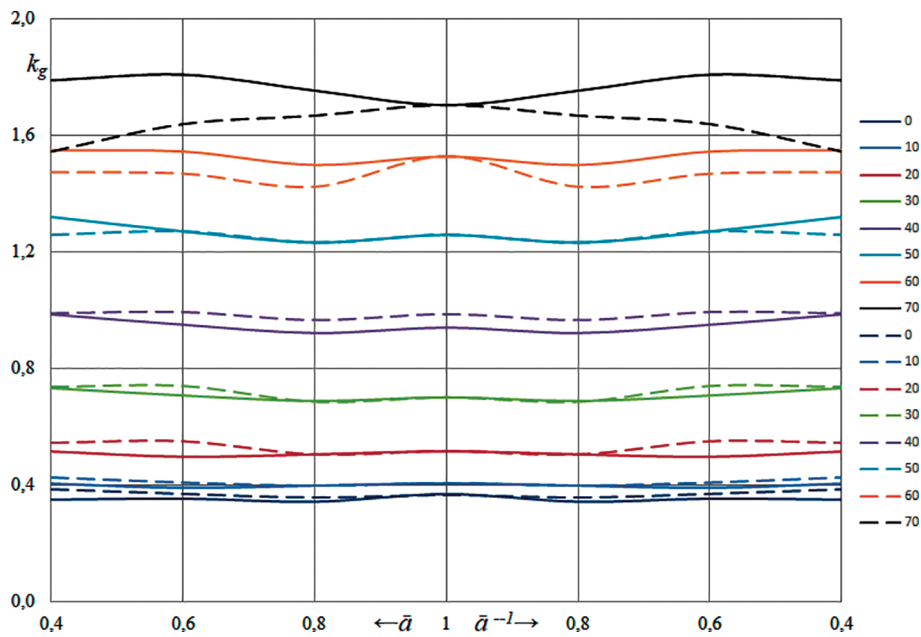


Рис. 6. Значения параметра  $k_g$  в зависимости от параметра  $\bar{a}$  для различных углов укладки препрегов  $\varphi$

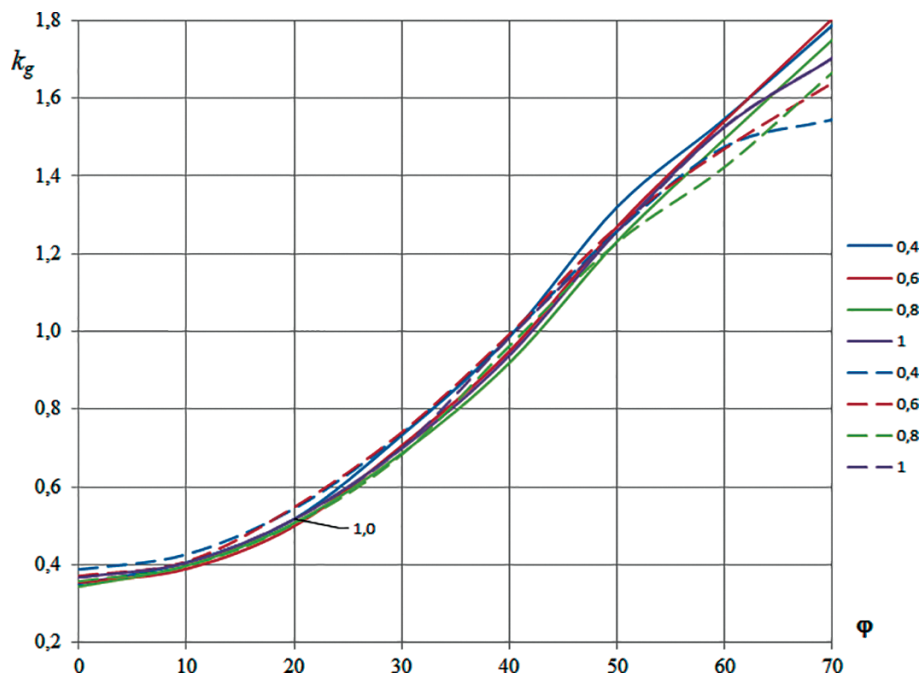


Рис. 7. Значения параметра  $k_g$  в зависимости от угла  $\varphi$  для различных углов укладки  $\varphi$

линейности на  $k_g$  практически не зависит от угла  $\varphi$  и минимально на уровне 1–2%.

На рис. 8 показаны формы потери устойчивости оболочки с параметрами  $\bar{a}$  ( $a - \bar{a} = 0,4$ ,  $b - \bar{a} = 0,8$ ). Форма потери устойчивости овальных оболочек практически не зависит от параметра овальности  $\bar{a}$  и обусловлена действием максимальных сжимающих окружных усилий  $T_y$ . Все оболочки теряют устойчивость в той части, в которой кривизна минимальна, что хорошо согласуется с формулой для критического давления, в которую радиус оболочки входит знаменателем.

## Выводы

1. Критические значения параметра  $k_q$  зависят как от укладки монослоев в пакете, так и от параметра овальности оболочки. Овальность оболочек снижает критические значения внешнего давления. Наиболее эффективными считаются укладки  $v_3$  и  $v_4$  (с преимущественными углами укладки  $\varphi = 90^\circ$ ), наименее эффективна укладка  $v_5$ . С увеличением угла укладки  $\varphi$  параметр  $k_q$  возрастает независимо от овальности оболочки, наиболее существенно — для оболочек малой овальности.

2. Нелинейность снижает критические значения параметра критического давления  $k_q$ . С увеличением овальности оболочки влияние нелинейности повышается независимо от способа укладки препрегов монослоев (до 43%).

3. Весовая эффективность композитных оболочек существенно зависит от угла укладки препрегов и незначительно (в пределах 2%) от параметра овальности оболочки  $\bar{a}$ . С увеличением угла  $\varphi$  весовая эффективность композитных оболочек повышается. Тем не менее при углах  $\varphi < 40^\circ$  металлические оболочки эффективнее композитных. Влияние нелинейности на весовую эффективность оболочек незначительна — в пределах 5%.

## Список источников

1. Кабанов В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. — М.: Машиностроение, 1982. — 253 с.
2. Муштаров Х.М. Об одном возможном подходе к решению задач устойчивости тонких цилиндрических оболочек произвольного сечения // Труды Казанского авиационного института. 1935. № 3–4. С. 19–31.
3. Hutchinson J.W. Buckling and initial postbuckling behaviour of oval cylindrical shells under axial compression // Journal of Applied Mechanics. 1968. No. 35, pp. 66–72.
4. Иноземцев Б.Х. Некоторые задачи устойчивости цилиндрической оболочки овального сечения: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. - М.: Изд-во МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1967. — 9 с.
5. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика оболочечных конструкций. — М.: Машиностроение, 1975. — 376 с.

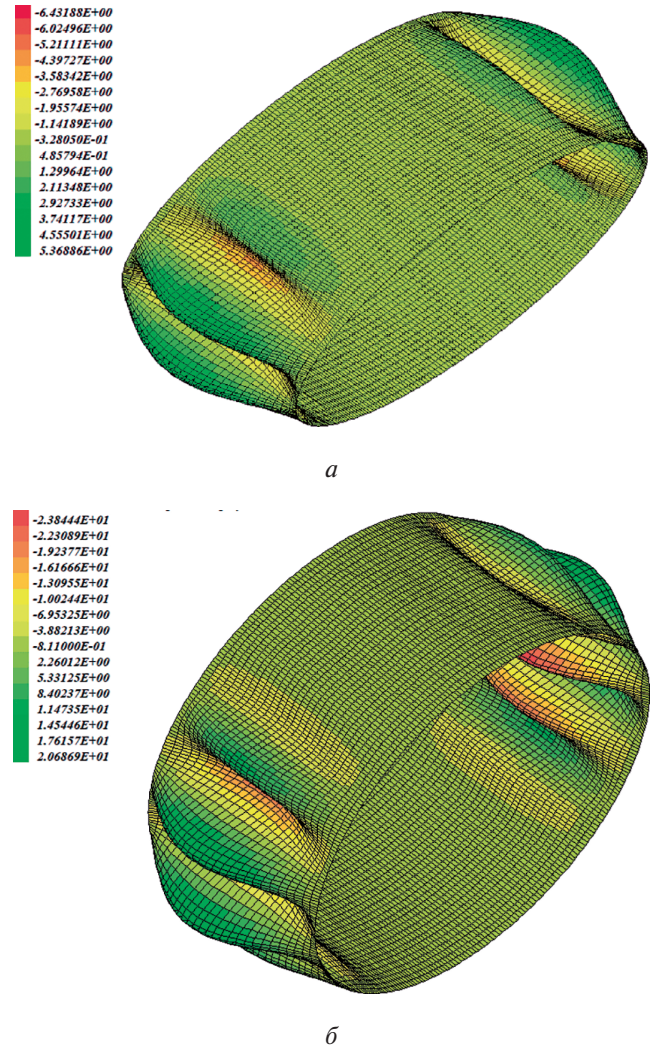


Рис. 8. Формы потери устойчивости

6. Feinstein G., Chen Y.N., Kempner J. Buckling of clamped oval cylindrical shells under axial loads // AIAA Journal. 1971. Vol. 9. No. 9, pp. 1733–1738. DOI: 10.2514/3.6423
7. Коробейников С.Н. Геометрически нелинейный анализ двухмерных упругих тел // Динамика сплошной среды: Сборник научных трудов. Новосибирск: ИГиЛ СО АН СССР, 1987. Вып. 80. С. 82–89.
8. Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость эллиптических цилиндрических оболочек при поперечном изгибе // Прикладная математика и механика. 2003. Т. 67. № 6. С. 933–939.
9. Tennyson R.C., Booton M., Caswell R.D. Buckling of imperfect elliptical cylindrical shells under axial compression // AIAA Journal. 1971. Vol. 9. No. 2, pp. 250–255.
10. Моссаковский В.И., Конох В.И., Красовский В.П. Устойчивость продольно сжатых цилиндрических оболочек, близких к круговым // Прикладная механика. 1974. Т. 10. № 3. С. 3–8.
11. Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. — 4th ed. — Amsterdam: Elsevier, 2018. 882 p.



12. Левченков М.Д., Дубовиков Е.А., Миргородский Ю.С., Фомин Д.Ю., Шаныгин А.Н. Весовая эффективность сетчатой конструкции с нерегулярной структурой для отсека фюзеляжа пассажирского самолета // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 98–108. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177610>
13. Акулин П.В., Гаврилов Г.А. Влияние структуры многослойного композиционного материала на деградацию жесткостных характеристик конструкции летательного аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 78–84.
14. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 446 с.
15. Бадрухин Ю.И., Терехова Е.С. Рациональное проектирование тонкостенных несущих панелей из слоистого композита при комбинированном нагружении // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 130–139. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>
16. Ванин Г.А., Семенюк Н.П., Емельянов Р.Ф. Устойчивость оболочек из армированных материалов. – Киев: Наукова думка, 1978. – 211 с.
17. Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим и изгибающим моментами // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2022. № 4. С. 44–50.
18. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. – М.: Физматгиз, 1959. – 684 с.
19. Железнов Л.П., Кабанов В.В., Бойко Д.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно подкрепленных овальных цилиндрических оболочек при чистом изгибе и внутреннем давлении // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2013. № 6. С. 3–10.
20. Железнов Л.П., Серьёзов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при чистом изгибе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2021. № 3. С. 22–30.

## References

1. Kabanov V.V. *Ustoichivost' neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* (Stability of inhomogeneous cylindrical shells), Moscow, Mashinostroenie, 1982, 253 p.
2. Mushtari Kh.M. *Trudy Kazanskogo aviatsionnogo instituta*, 1935, no. 3-4, pp. 19–31.
3. Hutchinson J.W. Buckling and initial postbuckling behaviour of oval cylindrical shells under axial compression. *Journal of Applied Mechanics*, 1968, no. 35, pp. 66-72.
4. Inozemtsev B.Kh. *Nekotorye zadachi ustoichivosti tsilindricheskoi obolochki oval'nogo secheniya* (Some problems of stability of the cylindrical shell of oval section), Abstract of doctor's thesis, Moscow, MISI im. V.V. Kuibysheva, 1967, 9 p.
5. Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I., Frolov A.N. *Statika i dinamika obolocheknykh konstruktсий* (Statics and dynamics of shell structures), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 376 p.
6. Feinstein G., Chen Y.N., Kempner J. Buckling of clamped oval cylindrical shells under axial loads. *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no. 9, pp. 1733-1738. DOI: 10.2514/3.6423
7. Korobeinikov S.N. *Dinamika sploshnoi sredy. Sbornik nauchnykh trudov*. Novosibirsk, IGI SO AN SSSR, 1987, no. 80, pp. 82–89.
8. Boiko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 2003, vol. 67, no. 6, pp. 933- 939.
9. Tennyson R.C., Booton M., Caswell R.D. Buckling of imperfect elliptical cylindrical shells under axial compression. *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no. 2, pp. 250–255.
10. Mossakovskii V.I., Konokh V.I., Krasovskii V.P. *Prikladnaya mekhanika*, 1974, vol. 10, no. 3, pp. 3–8.
11. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. 4th ed. Amsterdam, Elsevier, 2018, 882 p.
12. Levchenkov MD., Dubovikov E.A., Mirgorodskii Y.S., Fomin D.Y., Shanygin A.N. Weight efficiency of the design of a passenger aircraft barrel with a nonregular lattice structural layout. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no 4, pp. 98–108. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177610>
13. Akulin P.V., Gavrilov G.A. Multilayer composite material structure impact on the aircraft structure stiffness characteristics degradation. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 78-84.
14. Alfutov N.A., Zinov'ev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloinykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* (Calculation of multilayer plates and shells made of composite materials). Moscow, Mashinostroenie, 1984, 446 p.
15. Badrukhin Y.I., Terekhova E.S. Rational design of thin-walled load-bearing laminated composite panels under combined loading. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 4, pp. 130–139. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>
16. Vanin G.A., Semenyuk N.P., Emel'yanov R.F. *Ustoichivost' obolochek iz armirovannykh materialov* (Stability of shells made of reinforced materials). Kiev, Naukova Dumka, 1978, 211 p.

17. Zheleznov L.P. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 2022, no. 4, pp. 44-50.
18. Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsional'nyi analiz v normirovannykh prostranstvakh* (Functional analysis in normalized spaces), Moscow, Fizmatgiz, 1959, 684 p.
19. Zheleznov L.P., Kabanov V.V., Boiko D.V. *Polet. Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal*, 2013, no. 6, pp. 3-10.
20. Zheleznov L.P., Ser'eznov A.N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 2021, no. 3, pp. 22-30.

Статья поступила в редакцию 01.03.2024; одобрена после рецензирования 28.03.2024; принята к публикации 29.03.2024.  
The article was submitted on 01.03.2024; approved after reviewing on 28.03.2024; accepted for publication on 29.03.2024.