

Научная статья  
УДК 629.786.2:621.396.677:534.1  
DOI: 10.34759/vst-2022-3-29-40

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИННОМЕРНОЙ КОНСТРУКЦИИ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧАСТОТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

**Владимир Юрьевич Ермаков**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ,  
Москва, Россия  
v\_ermakov2003@mail.ru

**Аннотация.** Описан подход к определению параметрических динамических характеристик космического аппарата с учетом влияния системы обезвешивания при испытаниях длинномерной конструкции и соответствия между расчетными и экспериментальными характеристиками.

**Ключевые слова:** длинномерная конструкция, система обезвешивания, система разгрузки

**Для цитирования:** Ермаков В.Ю. Экспериментально-математическое моделирование длинномерной конструкции на основе результатов частотных испытаний // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 29-40. DOI: 10.34759/vst-2022-3-29-40

Original article

## EXPERIMENTAL-MATHEMATICAL MODELING OF A LONG-LENGTH STRUCTURE BASED ON THE FREQUENCY TESTS RESULTS

**Vladimir Yu. Ermakov**

Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI,  
Moscow, Russia  
v\_ermakov2003@mail.ru

### **Abstract**

Spacecraft, as a rule, have outboard structures of low rigidity, such as solar panels. When simulating a dynamic model of elastic spacecraft and selecting control system settings, it is necessary to set up a system of equations of motion, as well as determine its coefficients characterizing both elastic (eigenforms, oscillation frequencies and inertial coupling coefficients) and dissipative (logarithmic decrements and damping coefficients) properties of the structure. As the result of frequency tests, the dynamic characteristics of the solar panel were obtained, namely the spectrum of natural frequencies, shapes, decrements, as well as the dependence of frequencies and decrements on the amplitude of the panel oscillations. It should be noted

that with the amplitude changes, the spread of the decrements values of the oscillations might be rather significant. It is stipulated by the fact that at small oscillation amplitudes, energy dissipation is mainly determined by internal friction in the material and structural damping, which is characterized by friction in kinematic pairs, as well as in splined, threaded, etc. joints. While loading, small slippages in such joints occur over the contact surfaces, which may lead to drastic energy dissipation increase, and does not meet the flight conditions in outer space. Besides, the weight-killing tether system, which introduced extra stiffness, weight and damping, was employed while these tests for the docking nodes with gaps offloading. The system with vibrators makes as well its contribution through the attached masses of coils and their attachment points.

The elastic and dissipative characteristics refinement of solar battery wing of the “Spectrum” type spacecraft based on frequency tests results of the panels and analytical studies with account for the weight-killing system impact was performed. The solar battery wing herewith, consisted of four panels, was the object of the studies.

The results of frequency tests of the wing of the solar battery of the “Spectrum” type spacecraft were analyzed. The obtained results demonstrate that the oscillations are of nonlinear character. The presence of backlashes in the drive are stipulated by the dependence of natural frequencies and decrements of oscillations on the oscillations amplitude. This is also the reason for the oscillations forms deviation from the obtained calculations.

The modal parameters of the solar battery wing of the spacecraft were identified based on the results of the frequency tests with account for the weight-killing system impact. A good agreement herewith between the calculated and experimental characteristics with the offloading system was obtained, which allows feasible selection of the dynamic model parameters values of “Spectrum” type spacecraft.

**Keywords:** long-length structure, weightlessness system, unloading system

**For citation:** Ermakov V.Y. Experimental-Mathematical Modeling of a Long-Length Structure Based on the Frequency Tests Results. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 3, pp. 29-40. DOI: 10.34759/vst-2022-3-29-40

---

---

## Введение

Космические аппараты (КА), как правило, имеют выносные конструкции малой жесткости, такие как панели солнечных батарей (СБ), штанги магнитометров, панели системы терморегулирования и др. При моделировании динамической модели упругого КА и выборе настроек системы управления необходимо составить систему уравнений движения, а также определить ее коэффициенты, характеризующие упругие (собственные формы, частоты колебаний и коэффициенты инерционных связей) и диссипативные (логарифмические декременты, коэффициенты демпфирования) свойства конструкции. Для простых конструкций, поведение которых описывается линейной теорией, эти коэффициенты с высокой степенью точности могут быть получены расчетным путем. Однако для конструкций, имеющих сложные геометрические формы и многочисленные сопряжения деталей, значения коэффициентов, полученные расчетным путем, могут в разы отличаться от реальных. Такое отличие обусловлено нелинейным характером поведения узлов соединений фрагментов конструкции, которое

можно выявить только экспериментальным путем. Типичным примером сложной конструкции является панель СБ КА типа «Спектр», прошедшая частотные испытания. В результате проведенных испытаний были получены динамические характеристики панели СБ – спектр собственных частот, форм, декрементов, а также зависимость частот и декрементов от амплитуды колебаний панели.

Следует отметить, что при изменении амплитуды разброс значений декрементов колебаний может быть весьма существенным. Это обусловлено тем, что при малых амплитудах колебаний рассеяние энергии в основном определяется внутренним трением в материале и в этом случае коэффициенты демпфирования могут быть очень маленькими. Возрастание амплитуды колебаний ведет к увеличению относительных смещений элементов конструкции и, следовательно, к увеличению конструкционного демпфирования, которое характеризуется трением в кинематических парах, а также в соединениях типа шлицевых, резьбовых и т.п. При нагружении в

таких соединениях возникают малые проскальзывания по контактным поверхностям, что может привести к существенному увеличению диссипации энергии. Однако проведенные испытания не могли в полной мере обеспечить получение динамических характеристик панели СБ, соответствующих условиям полета в космическом пространстве. Кроме того, при испытаниях для разгрузки стыковочных узлов, имеющих зазоры, использовалась тросовая система обезвешивания, которая вносит дополнительную жесткость, массу и демпфирование в систему «конструкция + система обезвешивания». Свой вклад вносит и система с вибраторами, за счет присоединенных масс катушек и узлов их крепления.

### Проведение испытаний и аналитические исследования

Цель данной работы – уточнение упругих и диссипативных характеристик конструкции крыла СБ КА типа «Спектр» на основе результатов частотных испытаний панелей и аналитических исследований с учетом влияния системы обезвешивания, при этом объектом исследований являлось крыло СБ, состоящее из четырех панелей. На рис. 1 приведена фотография панелей в развернутом положении. Панели испытывались совместно с приводом их вращения, к которому они крепились своим корнем. Фотография корневой части панелей показана на рис. 2.

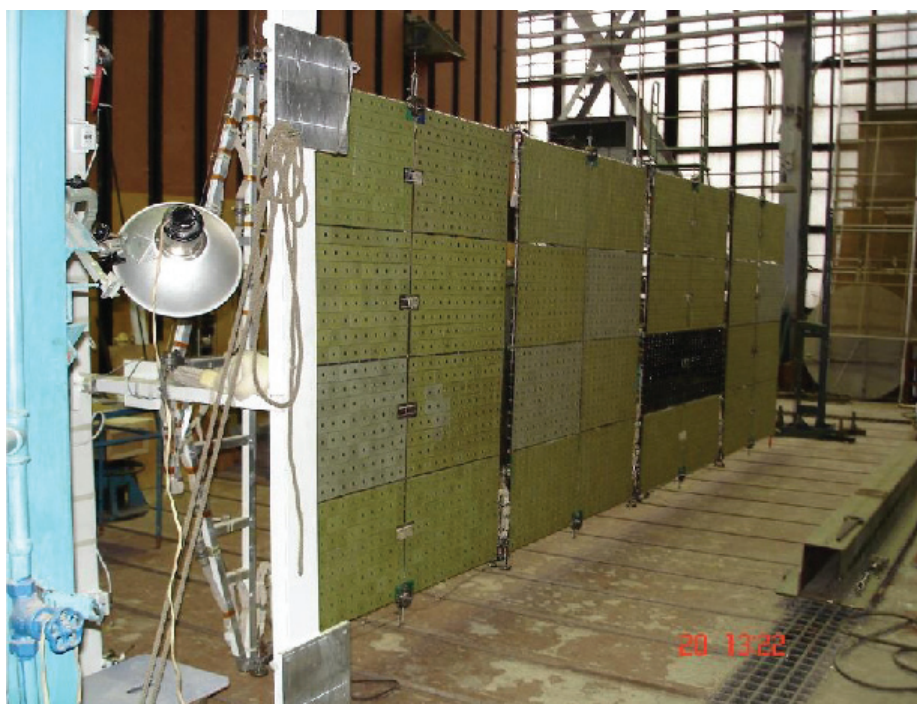


Рис. 1. Крыло солнечной батареи при частотных испытаниях

Испытания панелей проводились на двух стендах. Схема первого стенда для определения первых тонов изгибных колебаний относительно горизонтальной плоскости показана на рис. 3. Для определения изгибных колебания относительно вертикальной плоскости панели и крутильных колебаний использовался стенд, показанный на рис. 4.

В ходе испытаний были определены динамические характеристики (собственные частоты, собственные формы и декременты колебаний) панели СБ для первых тонов колебаний. Диапазон амплитуд колебаний характерных точек панели не превышал 0,1 м.

Учет системы обезвешивания проводился с использованием экспериментальной отработки и аналитических методов. Описываемый ниже аналитический метод позволяет определять влияние на конструкцию сил, действующих со стороны экспериментальной оснастки, независимо от схемы испытаний, если только известны значения этих сил. Особенно полезным этот метод является при определении парциальных динамических характеристик КА отдельных консольно-закрепленных или упруго-опертых элементов конструкции КА, обезвешиваемых с помощью различного рода систем разгрузки, путем частотных испытаний. Такими в нашем случае будут панели СБ КА типа «Спектр».

Рассмотрим колебания конструкции, в  $n$  точках которой приложены инерционные, упругие

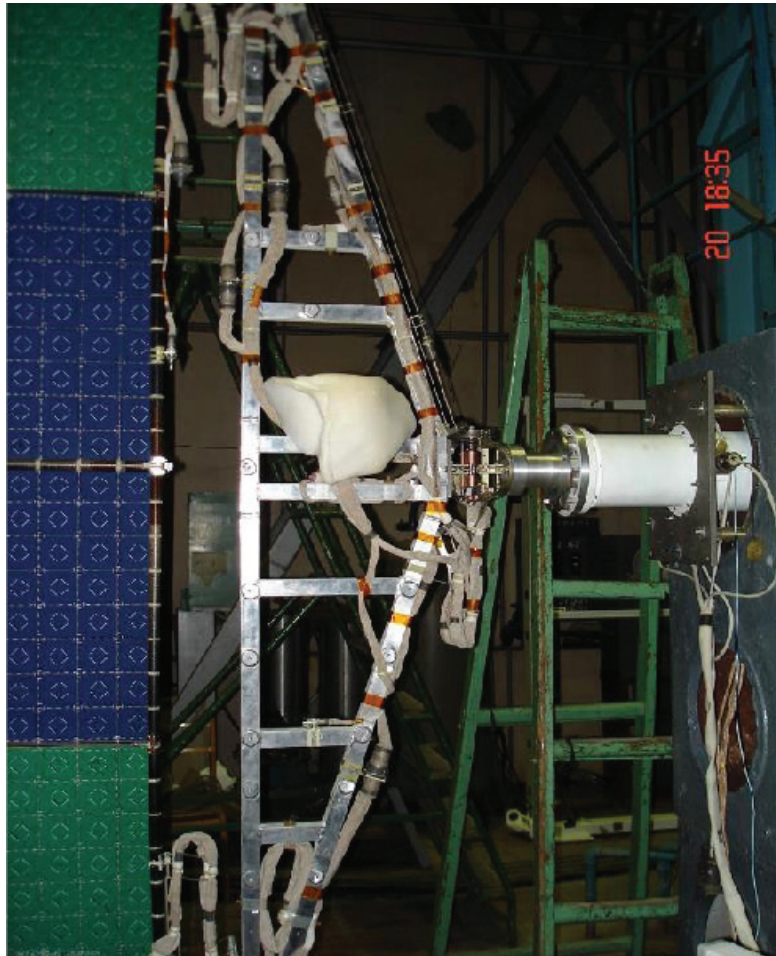


Рис. 2. Крепление привода солнечной батареи

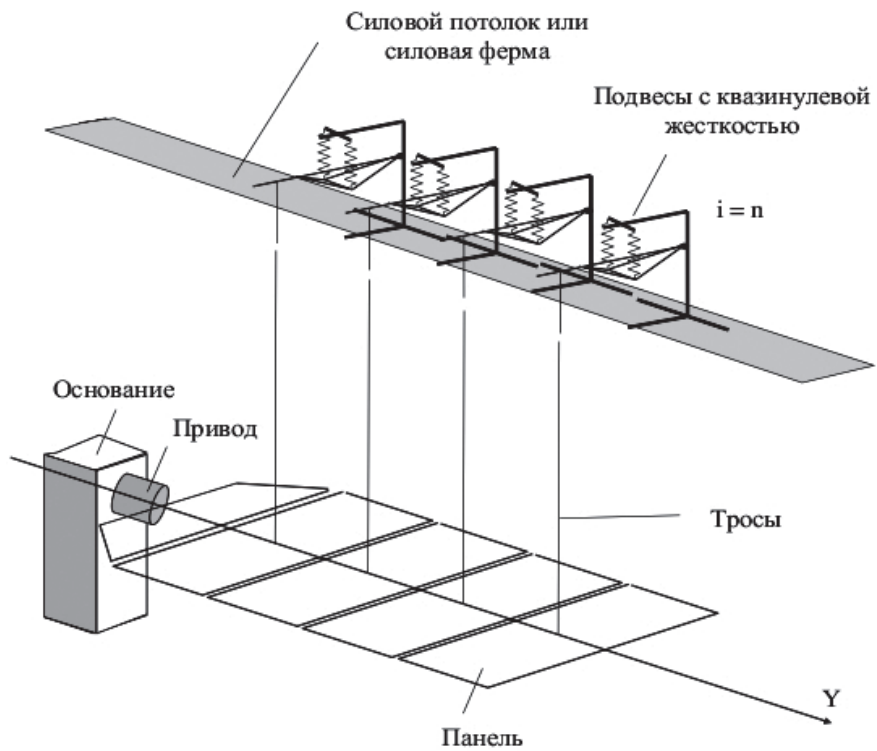


Рис. 3. Стенд для определения первых тонов изгибных колебания относительно горизонтальной плоскости

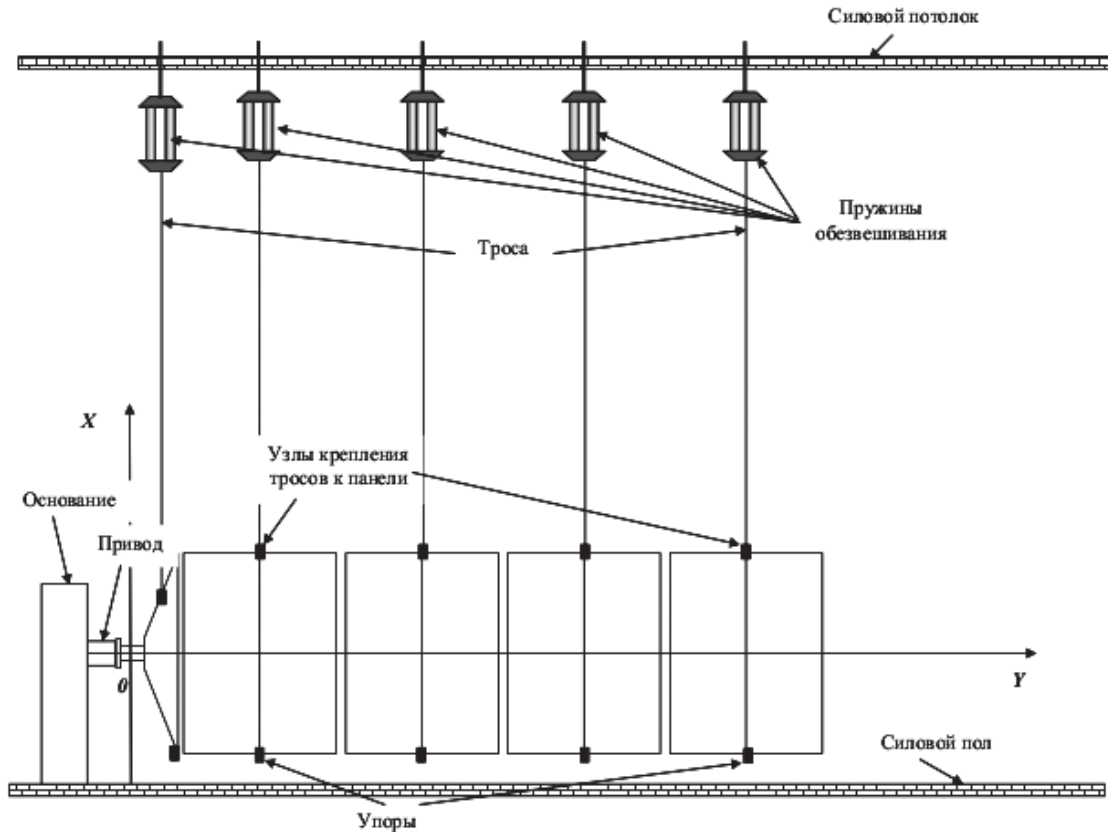


Рис. 4. Стенд для определения тонов изгибных колебания относительно вертикальной плоскости и крутильных колебаний панели

и диссипативные силы, обусловленные влиянием экспериментальной оснастки. Свободные колебания конструкции описываются уравнением

$$M\ddot{q} + H\dot{q} + Kq = 0, \quad (1)$$

где  $M$ ,  $K$  — диагональные матрицы инерции и упругости соответственно;  $H$  — в общем случае полностью заполненная матрица коэффициентов демпфирования;  $q$  — матрица-столбец главных координат. Элементы матриц, включающие обобщенные массы  $m_k$ , обобщенные жесткости  $k_k = m_k p_k^2$  ( $p_k$  — собственная частота  $k$ -го тона колебаний) и обобщенные коэффициенты демпфирования  $h_{ik}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), определяются экспериментальным путем.

Требуется построить линейную дискретную модель, содержащую массы, пружины и элементы с конструкционным демпфированием, которая была бы эквивалентна конструкции по собственным частотам колебаний, коэффициентам демпфирования и формам колебаний в  $n$  выбранных точках при  $m$  измеренных тонах.

Уравнение колебаний дискретной модели, выраженное через ее физические параметры, запишем в виде

$$A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = 0, \quad (2)$$

где  $A$  — диагональная матрица дискретных масс;  $B$ ,  $C$  — полностью заполненные матрицы коэффициентов демпфирования и жесткостей пружин;  $x$  — матрица-столбец перемещений масс. Число степеней свободы модели определяется числом точек конструкции, в которых приложены силы, действующие на конструкцию со стороны экспериментальной оснастки, включающей систему обезвешивания, а также средства возбуждения и измерения колебаний.

Если обозначить через  $\Psi_{jk}$  значение собственной формы  $j$ -го тона колебаний, соответствующее перемещению  $k$ -й массы, то должны выполняться следующие условия ортогональности:

$$\Psi'_i A \Psi_i = \begin{cases} m_i, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } \Psi_i = \begin{pmatrix} \Psi_{i1} \\ \Psi_{i2} \\ \vdots \\ \Psi_{in} \end{pmatrix}; \quad \Psi'_i = (\Psi_{i1} \Psi_{i2} \dots \Psi_{in}).$$

Задав в качестве форм  $\Psi_j$  и обобщенных масс  $m_i$  собственные формы и обобщенные массы конструкции, определяемые экспериментальным путем, будем иметь на основании соотношений (3)  $N^* = m(m+1)/2$  линейных алгебраических уравнений для определения  $n$  неизвестных дискретных масс модели. Выбрав число точек на конструкции так, чтобы  $n \geq N^*$ , из уравнений (3) найдем искомые значения дискретных масс, т.е. определим матрицу  $A$ .

Матрицы жесткостей  $C$  и коэффициентов демпфирования  $B$  вычислим по соотношениям

$$C = (\Psi')^{-1} K \Psi^{-1}; \quad B = (\Psi')^{-1} H \Psi^{-1}, \quad (4)$$

где квадратная матрица линейного преобразования  $\Psi$  имеет в качестве столбцов собственные формы колебаний дискретной модели  $\Psi_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), совпадающие в  $n$  точках с  $m$  собственными формами колебаний, определяемыми экспериментально, а квадратные матрицы  $K$  и  $H$  имеют порядок  $n > m$ . Неизвестные формы колебаний  $\Psi_j$  ( $j = m+1, m+2, \dots, n$ ), входящие в матрицу  $\Psi$ , можно определить из условий ортогональности (3) при  $i \neq j$ , откуда получим  $P = n(n-1)/2 - m(m-1)/2$  уравнений для нахождения  $Q = n(n-m)$  значений форм  $\Psi_j$ .

При этом значения

$$Q - P = (n-m)(n-m+1)/2$$

неизвестных задаются произвольно. Неизвестные значения обобщенных масс

$$m_j \quad (j = m+1, m+2, \dots, n),$$

входящих в выражения для вычисления жесткостей в матрице  $K$  ( $k_j = m_j P_j^2$ ), определяются из соотношений (3) при  $i=j$  по найденным значениям дискретных масс и собственных форм.

Значения собственных частот

$$p_j \quad (j = m+1, m+2, \dots, n)$$

и элементов матрицы коэффициентов демпфирования

$$h_{ij} \quad (i, j = m-1, m+2, \dots, n)$$

при отсутствии экспериментальных данных задаются произвольно.

Таким образом, построена дискретная модель исходной системы, описываемая матричным уравнением (2), включающим диагональную матрицу масс  $A$  и матрицы (4). Последние можно записать в следующем виде:

$$C = |\Psi|^{-2} \sum_{i=1}^n m_i p_i^2 D_i^*; \quad B = |\Psi|^{-2} \sum_{i,k=1}^n h_{ik} D_{ik}^*;$$

$$D_i^* = \|\Phi_{ij} \Phi_{il}\|; \quad D_{ik}^* = \|\Phi_{ij} \Phi_{kl}\| \quad (j, l = 1, 2, \dots, n),$$

где  $\Phi_{ik}$  — алгебраическое дополнение элемента  $\Phi_{kl}$  матрицы  $\Psi$ .

Построенная модель эквивалентна исходной системе по собственным частотам, формам колебаний и коэффициентам демпфирования  $m$  их тонов. Используем эту модель для учета присоединенных со стороны экспериментальной оснастки масс  $\Delta M_i$ , жесткостей  $\Delta C_i$  и диссипативных сил, характеризующихся коэффициентами  $\Delta b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Свободные колебания дискретной модели с измененными параметрами описываются уравнением

$$(A - \Delta A)\ddot{x} + (B - \Delta B)\dot{x} + (C - \Delta C)x = 0, \quad (5)$$

отличающимся от уравнения (2) элементами матриц, стоящих на диагонали. Используя линейное преобразование  $x = \Psi q$ , придем к следующему уравнению:

$$(M - \Delta M)\ddot{x} + (H - \Delta H)\dot{x} + (K - \Delta K)x = 0. \quad (6)$$

Матрицы  $\Delta M, \Delta H, \Delta K$  определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \Delta M &= \sum_{i=1}^N \Delta M_i D_i; \\ \Delta H &= \sum_{i=1}^N \Delta b_i D_i; \\ \Delta K &= \sum_{i=1}^N \Delta C_i D_i, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $D_i = \|\Psi_{ji} \Psi_{ki}\|$  ( $j, k = 1, 2, \dots, n$ ).

Матрицы  $M, H$  и  $K$  в уравнении (6), в отличие от уравнения (1), имеют порядок  $n > m$ . Однако, как показывают результаты анализа, для практических целей достаточно ограничиться рассмотрением матриц  $m$ -го порядка, положив в

соотношениях (7) также  $n = m$ . Согласно уравнению (6) собственные частоты колебаний искомой конструкции вычисляются с помощью характеристического уравнения

$$|K - \Delta K - p^2(M - \Delta M)| = 0. \quad (8)$$

Значение искомой формы  $k$ -го тона колебаний в  $i$ -й точке конструкции без влияния на нее экспериментальной оснастки находится из соотношения

$$X_{ik} = \sum_{j=1}^m \Psi_{ij} q_{jk}^0,$$

где  $q_{jk}^0$  ( $j, k = 1, 2, \dots, m$ ) — элементы собственных векторов  $q_k^0$ , определяемых из системы однородных уравнений

$$[K - \Delta K - p^2(M - \Delta M)q_k^0] = 0. \quad (9)$$

Характерной особенностью уравнений (8), (9) является то, что определяемые из них собственные частоты и формы колебаний конструкции непосредственно не зависят от параметров дискретной модели. Для их нахождения достаточно знать собственные частоты  $m$  тонов колебаний испытываемой конструкции, обобщенные массы и значения собственных форм колебаний в  $n$  точках, в которых учитываются присоединенные массы и жесткости, обусловленные влиянием экспериментальной оснастки. Уравнение (8) позволяет получить простые приближенные зависимости для оценки влияния экспериментальной оснастки на колебания конструкции. Например, если при рассмотрении взаимодействия конструкции с системой разгрузки ограничиться учетом только присоединенных жесткостей, а присоединенными массами пренебречь, то в рамках одностепенной системы на основании уравнения (8) получим следующую формулу для вычисления частоты исследуемого тона колебаний:

$$\omega_k^2 = p_k^2 - \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^n \Delta C_i \Psi_{ki}^2, \quad (10)$$

где  $p_k, m_k, \Psi_{ki}$  — значения частоты, обобщенной массы и формы колебаний, определяемые экспериментальным путем;  $\Delta C_i$  — присоединенная жесткость.

При рассмотрении двух тонов колебаний конструкции искомые собственные частоты и формы колебаний находятся на основании решения следующего биквадратного уравнения:

$$\begin{vmatrix} m_1(p_1^2 - \omega^2) - \sum_{i=1}^n \Delta C_i \Psi_{1i}^2 & -\sum_{i=1}^n \Delta C_i \Psi_{1i} \Psi_{2i} \\ -\sum_{i=1}^n \Delta C_i \Psi_{2i} \Psi_{1i} & m_2(p_2^2 - \omega^2) - \sum_{i=1}^n \Delta C_i \Psi_{2i}^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Решение задачи о собственных значениях применительно к уравнению (6) позволяет преобразовать его к нормальной форме. Для этого используется уравнение

$$q = \Phi r, \quad (11)$$

где матрица  $\Phi$  в качестве столбцов имеет собственные векторы  $q_k^0$ , определяемые из (9).

Подставив выражение (11) в уравнение (6) и помножив это уравнение слева на матрицу  $\Phi'$ , получим

$$\bar{M}\ddot{r} + \bar{H}\dot{r} + \bar{K}r = 0, \quad (12)$$

где

$$\bar{M} = \Phi'(M - \Delta M)\Phi; \quad \bar{H} = \Phi'(H - \Delta H)\Phi;$$

$$\bar{K} = \Phi'(K - \Delta K)\Phi.$$

Уравнение (12), как и исходное уравнение (1), записано в главных координатах. Матрицы  $\bar{M}$  и  $\bar{K}$  имеют диагональный вид, матрица  $\bar{H}$  в общем случае полностью заполненная. В отличие от уравнения (1) данное уравнение описывает колебания исследуемой конструкции, свободной от влияния на нее сил, действующих со стороны экспериментальной оснастки. Влияние подвеса для рассматриваемых тонов колебаний крыла выражается следующим образом:

$$F_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{тр}} g}{L_{\text{тр}}} A,$$

где  $F_{\text{тр}}$  — восстанавливающая сила, приложенная к крылу от веса массы  $M_{\text{тр}}$ , разгружаемой тросом в точке  $i$ ;  $L_{\text{тр}}$  — длина троса системы разгрузки. Тогда жесткость от троса в точке  $i$  равна

$k_i = \frac{M_i g}{L_i}$ , а обобщенная жесткость от троса в точке  $I$ , приведенная к точке нормировки, соответствует  $\Delta C_i = \eta_i^2 k_i$ , при этом суммарная дополнительная жесткость от всех тросов, использованных для крыла, определяется выражением

$$\Delta C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta C_i,$$

а приведенная жесткость крыла с системой разгрузки определяется выражением

$$C_{пр} = m_1^z \omega_1^2,$$

где  $\omega_1^2$  — квадрат частоты, полученной в эксперименте. Тогда  $C_{пан} = C_{пр} - \Delta C_{\Sigma}$  — приведенная жесткость крыла без системы разгрузки.

Вычисляя квадрат частоты  $\sigma_1^2$  первого тона крыла с учетом влияния жесткости системы разгрузки, получим

$$\frac{C_{пан}}{m_1^z} = \sigma_1^2 = \omega_1^2 - \frac{\Delta C_i}{m_1^z}.$$

Далее определяем влияние добавочных масс системы разгрузки, где суммарная приведенная

присоединенная масса  $\Delta m_1^z = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \eta_i^2$ , а частота колебаний крыла с учетом добавочных масс системы разгрузки находится из выражения

$$p_1^2 = \sigma_1^2 \frac{1}{1 - \frac{\Delta m_1^z}{m_1^z}}.$$

Для проверки результатов теоретических расчетов проводились работы по определению не-

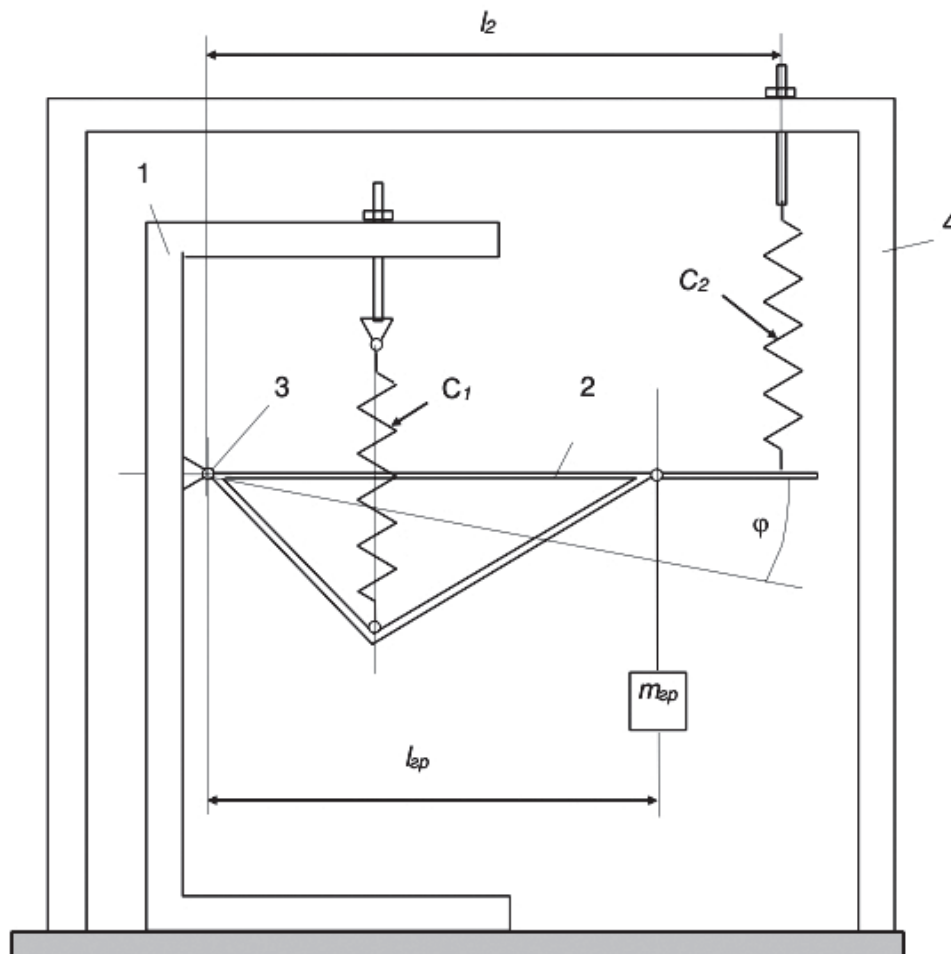


Рис. 5. Схема системы разгрузки крыла солнечной батареи



обходимых характеристик на собранной экспериментальной установке.

При оценке влияния системы разгрузки на характеристики объекта необходимо знать приведенную к точке подсоединения объекта массу подвижных частей системы разгрузки, жесткость системы разгрузки, коэффициент демпфирования, обусловленный рассеянием энергии в системе.

С целью определения этих характеристик и была собрана экспериментальная установка, схема которой показана на рис. 5. Система разгрузки, включающая стойку 1, раму 2, шарниром 3 соединенную со стойкой 1, и пружину  $C_1$ , устанавливается на силовом полу. На силовом полу закрепляется рама 4. Производится настройка системы разгрузки на вес груза  $m_{гр}g$ , чтобы добиться состояния безразличного равновесия при отклонении рамы 2 относительно шарнира 3 в вертикальной плоскости.

Масса груза  $m_{гр}$ , на которую настраивается система разгрузки, включает в себя массу обезвешиваемого крыла, массу тросов и узлов их крепления к крылу и к системе разгрузки. Поскольку жесткость системы разгрузки близка к нулю, то определение параметров системы разгрузки затруднительно без дополнительных мероприятий.

Для создания условий, обеспечивающих колебания с частотами в диапазоне, соответствующем частотам колебаний крыла, между рамами 2 и 4 устанавливается дополнительная пружина жесткостью  $C_2$ , закрепленная на плече  $l_2$ . Для уравнивания рамы 2, к грузу, на который настроена система разгрузки, навешивается дополнительный груз  $\Delta m_{гр}g$ .

Уравнение колебаний рамы 2 относительно шарнира 3 имеет вид

$$\left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + J_2 + \Delta m_{пр} l_2^2 \right] \ddot{\varphi} + h_2 \dot{\varphi} + (C_2 l_2 + C_{\varphi n}) \varphi = 0, \quad (13)$$

где  $\varphi$  — угол поворота рамы 2;  $J_2$  — момент инерции подвижных частей системы разгрузки;  $\Delta m_{пр}$  — присоединенная масса пружины  $C_2$ , участвующая в колебаниях;  $h_2$  — коэффициент сопротивления, обусловленный силами трения в системе разгрузки;  $C_{\varphi n}$  — угловая жесткость системы разгрузки.

Уравнение (13) может быть записано в следующем виде:

$$\ddot{\varphi} + \beta_{\varphi} \dot{\varphi} + \omega_{\varphi}^2 \varphi = 0, \quad (14)$$

где

$$\beta_{\varphi} = \frac{h_2}{\left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + J_2 + \Delta m_{пр} l_2^2 \right]};$$

$$\omega_{\varphi}^2 = \frac{(C_2 l_2 + C_{\varphi n})}{\left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + J_2 + \Delta m_{пр} l_2^2 \right]}.$$

Задавая свободные колебания системе разгрузки, находим  $\omega_{\varphi}$  и  $\beta_{\varphi} = \delta_{\varphi} \omega_{\varphi} / \pi$ , где  $\delta_{\varphi}$  — логарифмический декремент колебаний системы разгрузки. Меняя плечо  $l_2$  подвеса пружины  $C_2$ , изменяем частоту колебаний системы разгрузки. Полученные результаты позволяют найти значения  $J_2$ ,  $C_{\varphi n}$  и  $h_2$ . Для этого используют зависимости:

$$J_2 = \frac{C_2 (l_{21}^2 + l_{22}^2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} - \frac{\omega_1^2 \left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + \Delta m_{пр} l_{21}^2 \right]}{\omega_1^2 - \omega_2^2} - \frac{\omega_2^2 \left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + \Delta m_{пр} l_{22}^2 \right]}{\omega_1^2 - \omega_2^2};$$

$$C_{\varphi n} = \omega_1^2 \left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + \Delta m_{пр} l_2^2 + l_2 \right] - C_2 l_2^2; \quad (15)$$

$$h_2 = \frac{\delta_{\varphi} \omega_1}{\pi} \left[ (m_{гр} + \Delta m) l_{гр}^2 + \Delta m_{пр} l_2^2 + l_2 \right].$$

В таблице приведены для сравнения частоты колебаний конструкции, полученные: а) непосредственно при испытаниях; б) с учетом влияния системы обезвешивания; в) по результатам моделирования.

Как видно из таблицы, погрешность разработанной модели не превышает 8% по собственным частотам и 15% по коэффициентам жесткости (квадратам круговых частот) модели для изгибных колебаний и колебаний кручения 1-го тона. Для колебаний кручения 2-го тона расхождения экспериментальных данных и нашей математической модели слишком велики, что вызвано наличием люфтов в соединениях.

Хорошее соответствие между расчетными и экспериментально определенными характери-

## Динамические характеристики крыла солнечной батареи для различных тонов колебаний

№ тона	Испытания		Влияния системы обезвешивания		Модель		Характеристика тона колебаний панели
	$\omega^2$ , (рад/с) <sup>2</sup>	$f$ , с <sup>-1</sup>	$\omega^2$ , (рад/с) <sup>2</sup>	$f$ , с <sup>-1</sup>	$\omega^2$ , (рад/с) <sup>2</sup>	$f$ , с <sup>-1</sup>	
1	0.86	0.148	0.74	0.137	0.71	0.134	Тон 1 (в горизонтальной плоскости)
2	18.78	0.69	16.66	0.65	22.18	0.75	Тон 1 (в вертикальной плоскости)
3	15.65	0.63	20.44	0.72	23.99	0.78	Тон 2 (в горизонтальной плоскости)
4	27.17	0.83	23.99	0.78	22.78	0.76	Тон 1 (кручения)
5	98.45	1.58	103.50	1.62	205.02	2.28	Тон 2 (кручения)
6	122.16	1.76	157.75	2.00	165.74	2.05	Тон 3 (в горизонтальной плоскости)

ками системы разгрузки позволяет обоснованно выбрать значения параметров динамической модели КА типа «Спектр».

### Выводы

Проанализированы результаты частотных испытаний крыла солнечной батареи космического аппарата типа «Спектр», которые показывают, что колебания носят нелинейный характер. Наличием люфтов в приводе обусловлена зависимостью собственных частот и декрементов колебаний от амплитуды колебаний. Этим же вызвано отклонение полученных в эксперименте форм колебаний от расчетных данных.

Идентифицированы модальные параметры крыла солнечной батареи космического аппарата по результатам частотных испытаний с учетом влияния системы обезвешивания, при этом получено хорошее соответствие между данными расчетов и данными экспериментов, полученными с использованием системы разгрузки, что позволяет обоснованно выбрать значения параметров динамической модели космического аппарата типа «Спектр».

### Список источников

1. Брейсуэлл Р.И. Теория допусков для больших антенн // Зарубежная радиоэлектроника. 1962. № 3. С. 18–25.
2. Гапоненко О.В., Гаврин Д.С., Свиридова Е.С. Анализ структуры стратегических планов развития ракетно-космической промышленности методом

классификации НИОКР космических функциональных и промышленных технологий // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 1. С. 64–81.

3. Димов Н.Ф. Апертурный синтез астрономических телескопов // Оптический журнал. 1985. № 12. С. 32–38.
4. Кардашев Н.С., Андреянов В.В. Проект наземно-космического радиоинтерферометра с длиной базы до 1 млн км и когерентной радиосвязью между телескопами // Космические исследования. 1981. Т. 19. № 5. С. 763–772.
5. Васильев В.Н. Системы ориентации космических аппаратов. — М.: НПП ВНИИЭМ, 2009. — 310 с.
6. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. — Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова. — М.: Машиностроение, 1981. — 456 с.
7. Мануйлов Ю.С. Метод логико-аналитического синтеза в задачах оптимального и адаптивного управления. — Л.: МО СССР, 1986. — 188 с.
8. Ермаков В.Ю., Теленев П.П. Проектирование устройств гашения колебаний конструкции космических аппаратов // Проектирование автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2013. С. 398–429.
9. Авдеевский В.С. (ред.) Научные основы космического пространства. — М.: Мир, 1984. — 173 с.
10. Николаев Ю.Л., Ершов А.Г. Автоматизированный отсчетный механизм микроперемещений // Измерительная техника. 1990. № 2. С.16–17.
11. Рыбак Л.А., Синев А.В., Пашков А.И. Синтез активных систем виброизоляции на космических объектах. — М.: Янус-К, 1997. — 160 с.

12. Ashley H. On Passive Damping Mechanisms in Large Space Structures // *Journal of Space and Rockets*. 1984. Vol. 21. No. 5, pp. 448-455. DOI: 10.2514/3.25679
13. Nashif A.D., Jones D.I.G., Henderson J.P. *Vibration Damping*. – John Wiley & Sons, New York, 1985. – 480 p.
14. Joshi S.M., Groom N.J. Modal Damping Enhancement in Large Space Structures Using AMCD's // *Journal of Guidance and Control*. 1980. Vol. 3. No. 5, pp. 477-479.
15. Hyde T.T., Crawley E.F. H2 Synthesis for Active Vibration Isolation // *American Control Conference (21–23 June 1995; Seattle, Washington, USA)*. Vol. 5. DOI: 10.1109/ACC.1995.533858
16. Zhu R., Misra A.K., Modi V.J. Dynamics and Control of Coupled Orbital and Librational Motion of Tethered Satellite Systems // *Journal of the Astronautical Sciences*. 1994. Vol. 42. No. 3, pp. 319-342.
17. Telepnev P.P., Efanov V.V., Kuznetsov D.A., Ermakov V.Yu. Analysis of SPEKTR-R Spacecraft Operating Modes for Various Algorithms of High Gain Antenna Drive Control // *Solar System Research*. 2015. Vol. 49. No. 7, pp. 610-613.
18. Ермаков В.Ю. Исследование влияния алгоритмов управления приводом остронаправленной антенны на его виброактивность на борту космического аппарата // *Вестник Московского авиационного института*. 2019. Т. 26. № 2. С. 175-181.
19. Ермаков В.Ю. Метод испытаний магнитоэластичной системы виброзащиты длинномерных пространственных конструкций // *Космонавтика и ракетостроение*. 2019. № 4(109). С. 80-88.
20. Донсков А.В., Мишурова Н.В., Соловьев С.В. Автоматизированная система контроля состояния космического аппарата // *Вестник Московского авиационного института*. 2018. Т. 25. № 3. С. 151-160.
21. Cosmo M.L., Lorenzini E.C. *Tethers in Space Handbook*. – 3rd ed. – NASA, Washington DC, Marshall Space Flight Center, Huntsville, 1997. – 241 p.
22. Vargo L.G. Orbital patterns of satellite systems // *The Journal of the Astronautical Sciences*. 1960. Vol. 7. № 4, pp. 78-86.
23. Донсков А.В. Анализ современных методов оценки и моделирования рисков возникновения нештатных ситуаций на борту космического аппарата // *Вестник Московского авиационного института*. 2018. Т. 25. № 4. С. 163-169.

## References

1. Bracewell R.N. Tolerance theory of large antennas. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, 1961, vol. AP-9, no. 1, pp. 49-58. DOI: 10.1109/TAP.1961.1144948
2. Gaponenko O.V., Gavrin D.S., Sviridova E.S. Structure analysis of the strategic plans of the space-rocket industry development by method of space functional and industrial technologies R&D classification. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 1, pp. 64-81.
3. Dimov N.F. *Opticheskiy zhurnal*, 1985, no. 12, pp. 32-38.
4. Kardashev N.S., Andreyanov V.V. *Kosmicheskije issledovaniya*, 1981, vol. 19, no. 5, pp. 763-772.
5. Vasil'ev V.N. *Sistemy orientatsii kosmicheskikh apparatov* (Orientation systems of space vehicles), Moscow, NPP VNIIEP, 2009, 310 p.
6. *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6 tomakh. T. 6. Zashchita ot vibratsii i udarov* (Vibrations in engineering. Handbook in 6 volumes. Vol. 6 "Protection against vibrations and shocks"), Moscow, Mashinostroenie, 1981, 456 p.
7. Manuilov Yu.S. *Metod logiko-analiticheskogo sinteza v zadachakh optimal'nogo i adaptivnogo upravleniya* (Method of logical-analytical synthesis in the tasks of optimal and adaptive control), Leningrad, MO SSSR, 1986, 188 p.
8. Ermakov V.Yu., Telepnev P.P. *Proektirovanie avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov dlya fundamental'nykh nauchnykh issledovaniy. Sborik statei*, Moscow, MAI-PRINT, 2013, pp. 398-429.
9. Avduevskii V.S. (ed) *Nauchnye osnovy kosmicheskogo proizvodstva* (Scientific bases of space production), Moscow, Mir, 1984, 173 p.
10. Nikolaev Yu.L., Ershov A.G. *Izmeritel'naya tekhnika*, 1990, no. 2, pp. 16-17.
11. Rybak L.A., Sinev A.V., Pashkov A.I. *Sintez aktivnykh sistem vibroizolyatsii na kosmicheskikh ob'ektakh* (Synthesis of active vibration insulation systems on space objects), Moscow, Yanus-K, 1997, 160 p.
12. Ashley H. On Passive Damping Mechanisms in Large Space Structures. *Journal of Space and Rockets*, 1984, vol. 21, no. 5, pp. 448-455. DOI: 10.2514/3.25679
13. Nashif A.D., Jones D.I.G., Henderson J.P. *Vibration Damping*. John Wiley & Sons, New York, 1985, 480 p.
14. Joshi S.M., Groom N.J. Modal Damping Enhancement in Large Space Structures Using AMCD's. *Journal of Guidance and Control*, 1980, vol. 3, no. 5, pp. 477-479.
15. Hyde T.T., Crawley E.F. H2 Synthesis for Active Vibration Isolation. *American Control Conference (21–23 June 1995; Seattle, Washington, USA)*. Vol. 5. DOI: 10.1109/ACC.1995.533858
16. Zhu R., Misra A.K., Modi V.J. Dynamics and Control of Coupled Orbital and Librational Motion of Tethered Satellite Systems. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1994, vol. 42, no. 3, pp. 319-342.
17. Telepnev P.P., Efanov V.V., Kuznetsov D.A., Ermakov V.Yu. Analysis of SPEKTR-R Spacecraft Operating Modes for Various Algorithms of High Gain

- Antenna Drive Control. *Solar System Research*, 2015, vol. 49, no. 7, pp. 610-613.
18. Ermakov V.Y. Studying the effect of the beam aerial drive control algorithm on its vibration activity onboard a spacecraft. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 2, pp. 175-181.
19. Ermakov V.Yu. *Kosmonavtika i raketostroenie*, 2019, no. 4(109), pp. 80-88.
20. Donskov A.V., Mishurova N.V., Solov'ev S.V. Automated system for space vehicle status monitoring. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 3, pp. 151-160.
21. Cosmo M.L., Lorenzini E.C. *Tethers in Space Handbook*. 3rd ed. NASA, Washington DC, Marshall Space Flight Center, Huntsville, 1997, 241 p.
22. Vargo L.G. Orbital patterns of satellite systems. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1960, vol. 7, no. 4, pp. 78-86.
23. Donskov A.V. Analysis of modern evaluation and modeling methods of contingencies occurrence risks onboard a spacecraft. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 4, pp. 163-169.

Статья поступила в редакцию 19.04.2022; одобрена после рецензирования 28.04.2022; принята к публикации 28.04.2022.

The article was submitted on 19.04.2022; approved after reviewing on 28.04.2022; accepted for publication on 28.04.2022.