

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАУЧНОГО КОДА «FASTEST-3D» И КОММЕРЧЕСКОГО ПАКЕТА ANSYS CFX

Михаил Александрович ЩЕРБАКОВ родился в 1980 г. в городе Кулябе Таджикской ССР. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области газотурбинных двигателей, компрессоров, трехмерного моделирования течений. E-mail: agulnik@mai.ru

Mikhail A. SHCHERBAKOV, was born in 1980, in Kuliab, Tajikistan. He is an Engineer at the Saturn Research and Manufacturing Corporation as well as a Post-Graduate Student at the MAI. His research interests are in gas-turbine engines, compressors, three-dimensional flow simulation. E-mail: agulnik@mai.ru

Александр Александрович ЮН родился в 1974 г. в городе Бекабаде Узбекской ССР. Ведущий инженер НПО «Сатурн». Кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области газотурбинных двигателей, камер сгорания, трехмерного моделирования течений. Автор более 20 научных работ. E-mail: alex@yun.ru

Alexander A. YUN, Ph.D., Dr.-Eng., was born in 1974, in Bekabad, Uzbekistan. He is a Principal Engineer at the Saturn Research and Manufacturing Corporation. His research interests include gas-turbine engines, combustion chambers, three-dimensional flow simulation. He has published 20 technical papers. E-mail: alex@yun.ru

Борис Анатольевич КРЫЛОВ родился в 1935 г. в городе Шуя Ивановской обл. Ведущий научный сотрудник, докторант МАИ. Кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области газотурбинных двигателей, турбин, трехмерного моделирования течений. Автор более 180 научных работ. E-mail: agulnik@mai.ru

Boris A. KRYLOV, Ph.D., was born in 1935, in Ivanov Region. He is a Principal Research Associate at the MAI. His research interests include gas-turbine engines, turbines, three-dimensional flow simulation. He has published over 180 technical papers. E-mail: agulnik@mai.ru

В данной статье рассмотрено моделирование течения в плоском двумерном канале. Рассматривались режимы с числом Рейнольдса, равным 5600 и 13750. Был произведен параметрический анализ сеточной модели в зависимости от числа Рейнольдса Re . Произведено сравнение результатов расчета в программном пакете ANSYS CFX и Fastest-3D. Использовались следующие модели турбулентности: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST, low- Re WJ и low- Re CLS EARSM-модели.

A flow simulation is presented for a 2D channel with different Reynolds numbers ($Re = 5600$, $Re = 13750$). Additionally a parametric analysis is carried out for different meshes depending on various Reynolds number values. Computational experiments are carried out to compare the ANSYS CFX and Fastest-3D software packages. The $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST, low- Re WJ and low- Re CLS EARSM turbulence models are used in the experiments.

Ключевые слова: канал, модель турбулентности, вычислительная гидрогазодинамика, численное моделирование, сеточная модель.

Keys words: channel, turbulence model, computational fluid dynamics, numerical simulation, mesh-based model.

Условные обозначения

a_{ij} — компоненты тензора анизотропии реинольдсовых напряжений, m^2/c^2 ;
 C_i, c_i — модельные коэффициенты;
 F_i — весовая функция;
 f_i — демпфирующие функции;
 k — турбулентная кинетическая энергия, m^2/c^2 ;
 l — характерный масштаб турбулентности, м
 Re — число Рейнольдса;
 Re_t — турбулентное число Рейнольдса;
 S_{ij} — компоненты тензора скоростей деформации, $1/c$;

$\overline{u_i u_j}$ — компоненты тензора реинольдсовых напряжений, m^2/c^2 ;
 y — расстояние от стенки;
 y^+ — обезразмеренное расстояние от стенки;
 $\alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i$ — модельные коэффициенты;
 ε — скорость диссипации турбулентной кинетической энергии, m^2/c^2 ;
 ε^+ — безразмерная скорость диссипации турбулентной кинетической энергии;
 ϕ_{ij} — тензор перераспределения;

μ, μ_t — коэффициенты динамической молекулярной и турбулентной вязкости, кг/мс
 Ω_{ij} — компоненты тензора завихренности, 1/с;
 ω — удельная скорость диссипации.

Аббревиатуры

CFD — вычислительная гидрогазодинамика (Computational Fluid Dynamics);
 CLS — модель Крафта, Лаундера, Шуга (Craft, Launder, Suga);
 DNS — прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation);
 EARSM — явная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений (Explicit Algebraic Reynolds Stress Model);
 SST — перенос сдвиговых напряжений (Shear Stress Transport).

В настоящее время компании, занимающиеся разработкой и производством турбомашин, активно внедряют в процесс проектирования методы вычислительной гидродинамики (ВГД, в иностранной литературе CFD). Список задач, решаемых методами ВГД, постоянно расширяется. Появляются новые модели для более точного описания физических явлений, совершенствуются численные методы, растет производительность вычислительной техники. Одной из прикладных задач CFD является моделирование турбулентного течения в пристеночной зоне.

В данной работе рассмотрены следующие модели турбулентности, реализованные в коммерческих и научных пакетах ВГД: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST, EARSM, нелинейные модели с пристеночными функциями и их low-Re-варианты для более точного описания пристеночных течений.

В настоящее время для описания турбулентных течений используют в основном методы, базирующиеся на решении уравнений Навье—Стокса.

Прямое численное моделирование (DNS) [1] предполагает решение полных нестационарных

уравнений Навье—Стокса и уравнения неразрывности. Это означает, что не требуется дополнительного моделирования и происходит учет всех эффектов, присущих течению. Трудности DNS заключаются в ограниченности компьютерных ресурсов даже в настоящее время. С практической точки зрения статистика, полученная с DNS, может быть использована для тестирования и калибровки моделей, базирующихся на осредненных уравнениях Рейнольдса.

Модели турбулентности, используемые в инженерных расчетах, обычно основываются на решении осредненных уравнений Рейнольдса (RANS).

В общем виде используемые в моделях с одним или двумя дифференциальными уравнениями уравнения переноса можно записать в следующем виде [2]:

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = P - D + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \Gamma_\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right] + A. \quad (1)$$

Расшифровка параметров в уравнении (1) для каждого вида уравнений приведена в табл. 1 [3].

В случае SST-модели последний член уравнения (1)

$$A = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad (2)$$

в остальных случаях $A = 0$.

Константы для моделей с двумя дифференциальными уравнениями сведены в табл. 2.

Более детально модели, базирующиеся на двух дифференциальных уравнениях, приведены в [7].

Так как модели с двумя дифференциальными уравнениями базируются на предположении Буссинеска, им присущи аналогичные недостатки. Одним из способов преодолеть недостатки этих моделей является введение нелинейных членов в уравнение Буссинеска [2, 7].

Таблица 1

Расшифровка параметров уравнения (1)

	Φ	P	D	Γ_Φ
Кинетическая энергия	k	$\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\rho \varepsilon$ или $\beta^* \rho k \omega$	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$
Скорость диссипации кинетической энергии	ε	$c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$c_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$
Удельная скорость диссипации	ω	$\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\beta \rho \omega^2$	$\sigma_\omega \mu_t$

Модельные коэффициенты для моделей с двумя дифференциальными уравнениями

$k - \varepsilon$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	c_μ
[4]	1,44	1,92	1,0	1,3	0,09
$k - \omega$	β^*	β	α	σ_k	σ_ω
[5]	0,09	0,075	5/9	0,5	0,5
$k - \omega$ (SST)	β_1^*	β_1	α_1	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$
[6]	0,09	0,075	$\beta_1 / \beta_1^* - \sigma_{\omega 1} k^2 / \sqrt{\beta_1^*}$	0,85	0,5
	β_2^*	β_2	α_2	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$
	0,09	0,0828	$\beta_2 / \beta_2^* - \sigma_{\omega 2} k^2 / \sqrt{\beta_2^*}$	1	0,856

Отличием потока вблизи стенок от основного состоит в том, что местное турбулентное число Рейнольдса Re_τ является столь малым, что вязкие эффекты преобладают над турбулентными. Один из наиболее распространенных подходов к моделированию пристеночных течений связан с использованием метода пристеночных функций, который обладает двумя достоинствами: позволяет экономить вычислительные ресурсы и учитывать влияние различных факторов, в частности шероховатости за счет введения эмпирических поправок [2, 7]. Другой метод заключается в использовании демпфирующих функций, например как в явной низкорейнольдсовой алгебраической модели реинольдсовых напряжений WJ (Валлин & Йоханссон) [8]. В этом случае тензор анизотропии моделируется как

$$\alpha_{ij}^{ex} = (1 - f_1^2) \frac{3B_2 - 4}{\max(H_s, H_s^{eq})} \beta_2 \left(S^2 - \frac{1}{3} H_s I \right) + f_1^2 \beta_3 \left(\Omega^2 - \frac{1}{3} H_\Omega I \right) + \left[f_1^2 \beta_4 - (1 - f_1^2) \frac{B_2}{2 \max(H_s, H_s^{eq})} \right] (S\Omega - \Omega S) + f_1 \beta_6 \left(S\Omega^2 - \Omega^2 S - \frac{2}{3} I VI \right) + f_1^2 \beta_9 (\Omega S \Omega^2 - \Omega^2 S \Omega), \quad (3)$$

где в качестве демпфирующей функции используется функция Ван—Дрифта

$$f_1 = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad (4)$$

где $A^+ = 26$.

Ниже представлена другая модель, относящаяся к нелинейным моделям Крафта, Лаундера, Шуги (CLS) [9], также использующая демпфирующие

функции. Тензор анизотропии реинольдсовых напряжений вычисляется следующим образом:

$$a = -\frac{\mu_t}{k} S + c_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(S^2 - \frac{1}{3} H_s I \right) + c_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} (S\Omega - \Omega S) + c_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(\Omega^2 - \frac{1}{3} H_\Omega I \right) + c_4 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} (S^2 \Omega - \Omega S^2) + c_5 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} \left(S^2 \Omega - \Omega S^2 - \frac{2}{3} I VI \right) + c_6 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{jk} S_{ki} + c_7 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{jk} \Omega_{ki}. \quad (5)$$

Коэффициент c_μ вычисляется по следующей формуле:

$$c_\mu = \frac{0,3}{1 + 0,35 (\max(S, \Omega))^{1,5}} \times \left(1 - \exp\left[\frac{-0,36}{\exp(-0,75 \max(S, \Omega))}\right] \right). \quad (6)$$

Демпфирующая функция

$$f_\mu = 1 - \exp\left[-(\text{Re}_t/90)^{1/2} - (\text{Re}_t/400)^2\right]. \quad (7)$$

Модельные константы:

$$c_1 = -0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 0,26; c_4 = -10c_\mu^2; c_5 = 0; c_6 = -5c_\mu^2; c_7 = 5c_\mu^2.$$

Отличие алгебраических моделей реинольдсовых напряжений состоит в том, что для нахождения модельных коэффициентов при нелинейных членах используется транспортное уравнение переноса реинольдсовых напряжений, сведенное к алгебраическому уравнению [9]. Дополнительно к

уравнениям для тензора анизотропии рейнольдсовых напряжений решаются уравнения для переноса кинетической энергии и диссипации, например как модели Чена [5].

Для тестирования имеющихся моделей турбулентности была выбрана наиболее простая конфигурация — течение в двухмерном канале, образованном двумя бесконечными пластинами. Геометрические размеры модели выбраны из условия обеспечения установившегося турбулентного течения. Длина канала составляла $100h$, где h — ширина канала. Сеточная модель канала строилась в программном пакете ANSYS ICEM CFD.

Задание граничных условий и начального распределения, расчет и обработка полученных результатов велись в программном комплексе ANSYS CFX и научном пакете Fastest-3D. Модели турбулентности тестировались на примере течения в двухмерном канале с различными числами Рейнольдса (5600, 13750). Для верификации результатов использовались материалы, полученные с помощью DNS (прямого численного моделирования) [10].

В пакете ANSYS CFX, относящемся к коммерческим программным пакетам ВГД, использовался стандартный набор моделей турбулентности: $k-\epsilon$, $k-\omega$ и SST. В научном коде Fastest-3D [12] расчет канала проводился с использованием следующих моделей турбулентности: $k-\epsilon$, $k-\omega$, SST, CLS, EARSM, low-CLS. Подготовка модели к расчету, сам расчет и обработка полученных результатов аналогичны подобным процессам в ANSYS CFX.

Рассматривались базовые варианты для обоих чисел Рейнольдса: с величиной пристеночной ячей-

также приведены значения y^+ у стенки для каждой из них.

По результатам расчетов можно сделать вывод о том, что расчеты с использованием рассматриваемых сеточных моделей показали хорошее совпадение с DNS-расчетом. Также характер обезразмеренных профилей скорости вполне соответствует ожидаемому для соответствующей модели турбулентности. Так, расчеты с применением $k-\epsilon$ -модели привели к образованию излома профиля скорости вблизи у стенки. Хорошее совпадение результата расчета с применением $k-\omega$ -модели в основном потоке можно объяснить «несложным» характером течения в канале. По незначительному изменению профиля скорости в зависимости от качества сеточной модели можно сделать выводы о том, что качество сетки при рассматриваемых числах Рейнольдса оказывает незначительное влияние на результат. Влияние качества сетки на результат увеличивается с ростом числа Рейнольдса, что подтверждается величиной разброса полученных точек для $Re = 13750$ по сравнению с результатом для $Re = 5600$.

На основании этих расчетов была выбрана оптимальная сеточная модель с размером пристеночной ячейки 0.01 мм и 50 элементами по ширине канала.

Аналогичный расчет производился и в программном пакете Fastest-3D с использованием сеточной модели, имеющей следующие параметры: размер пристеночной ячейки — 0.02 мм, число элементов по ширине канала — 50, общее число элементов — 6000. На рис. 1 и 2 представлены профили скоростей, полученные при расчетах оптимальной сеточной модели для ANSYS CFX и Fastest-3D.

Таблица 3

Значение y^+ для рассматриваемых сеточных моделей

_0,1(30)			_0,01(30)			_0,01(50)		
6000 элементов; размер пристеночной ячейки — 0,1 мм			6000 элементов; размер пристеночной ячейки — 0,01 мм			10000 элементов; размер пристеночной ячейки — 0,01 мм		
$k-\epsilon$	$k-\omega$	SST	$k-\epsilon$	$k-\omega$	SST	$k-\epsilon$	$k-\omega$	SST
Re = 5600								
3,29	3,62	3,59	0,32	0,37	0,37	0,33	0,37	0,37
Re = 13750								
7,35	7,92	7,75	0,72	0,79	0,79	0,76	0,77	0,79

ки y_1 , равной 0.1, 0.01 мм с 30 элементами по ширине канала, а также сеточная модель с величиной пристеночной ячейки 0.01 мм и 50 элементами по ширине канала. Маркировка на графике «Модель турбулентности_Размер пристеночной ячейки (число элементов по ширине канала)». В табл. 3 дано описание рассматриваемых сеточных моделей, а

Таблица 4

Значение y^+ для эквивалентной сеточной модели

Модель турбулентности		$k-\epsilon$	$k-\omega$	SST
y^+	Re = 5600	0,34	0,42	0,41
	Re = 13750	0,77	0,87	0,86

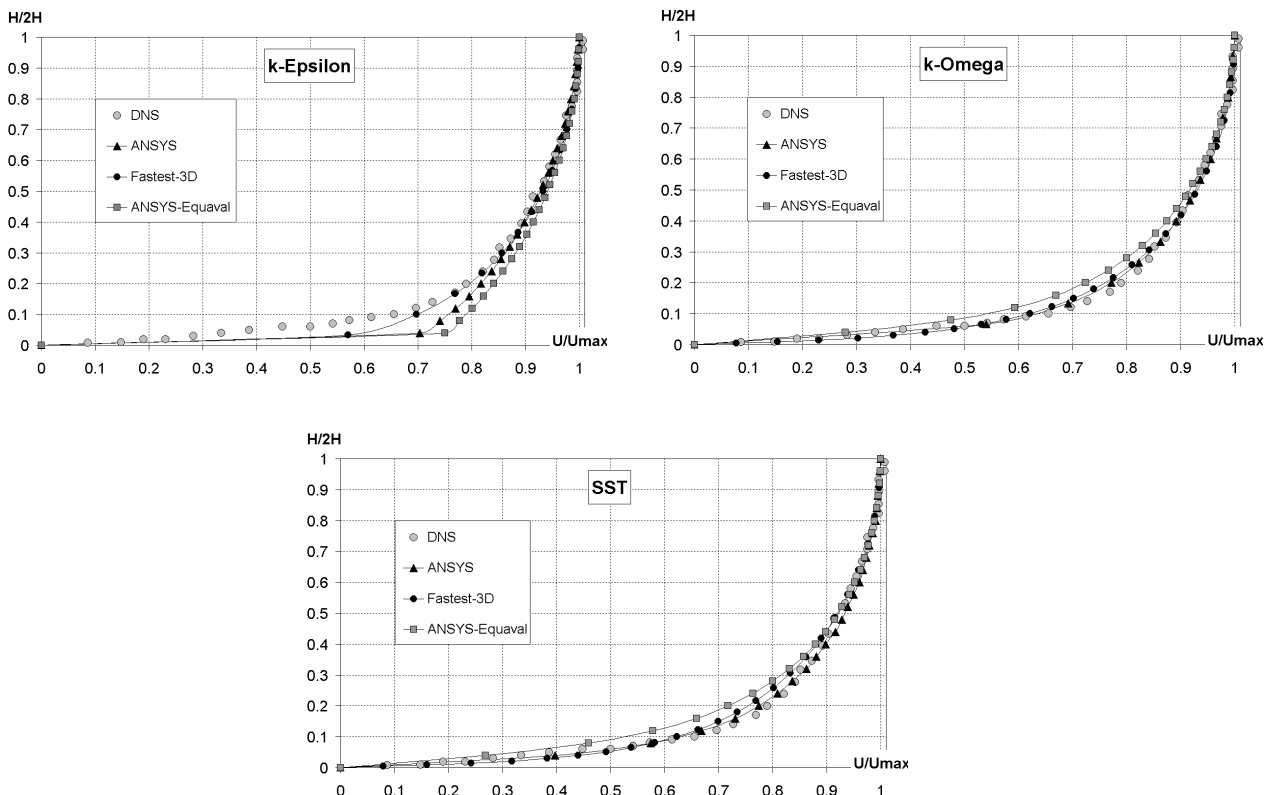


Рис. 1. Профили скоростей, полученные для различных моделей турбулентности в Fastest-3D и ANSYS CFX ($Re = 5600$)

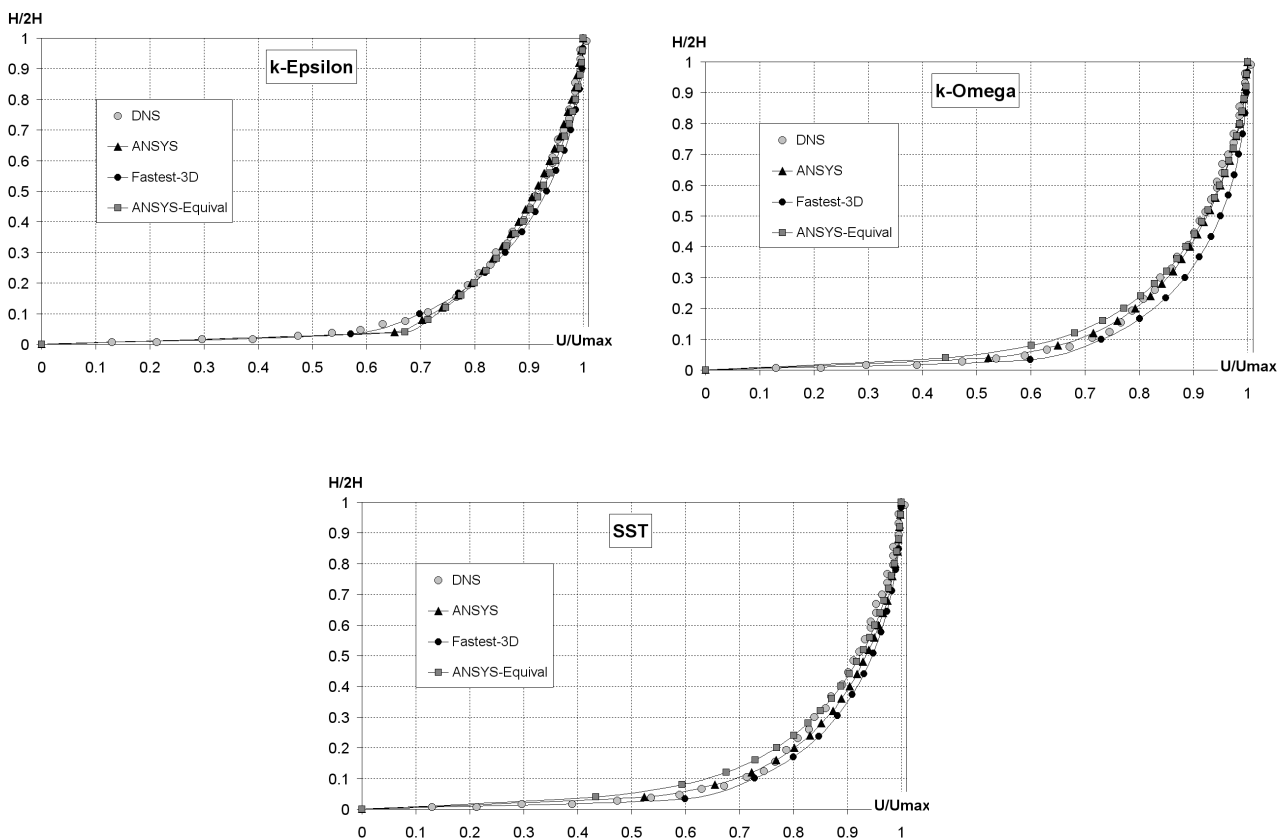


Рис. 2. Профили скоростей, полученные для различных моделей турбулентности в Fastest-3D и ANSYS CFX ($Re = 13750$).

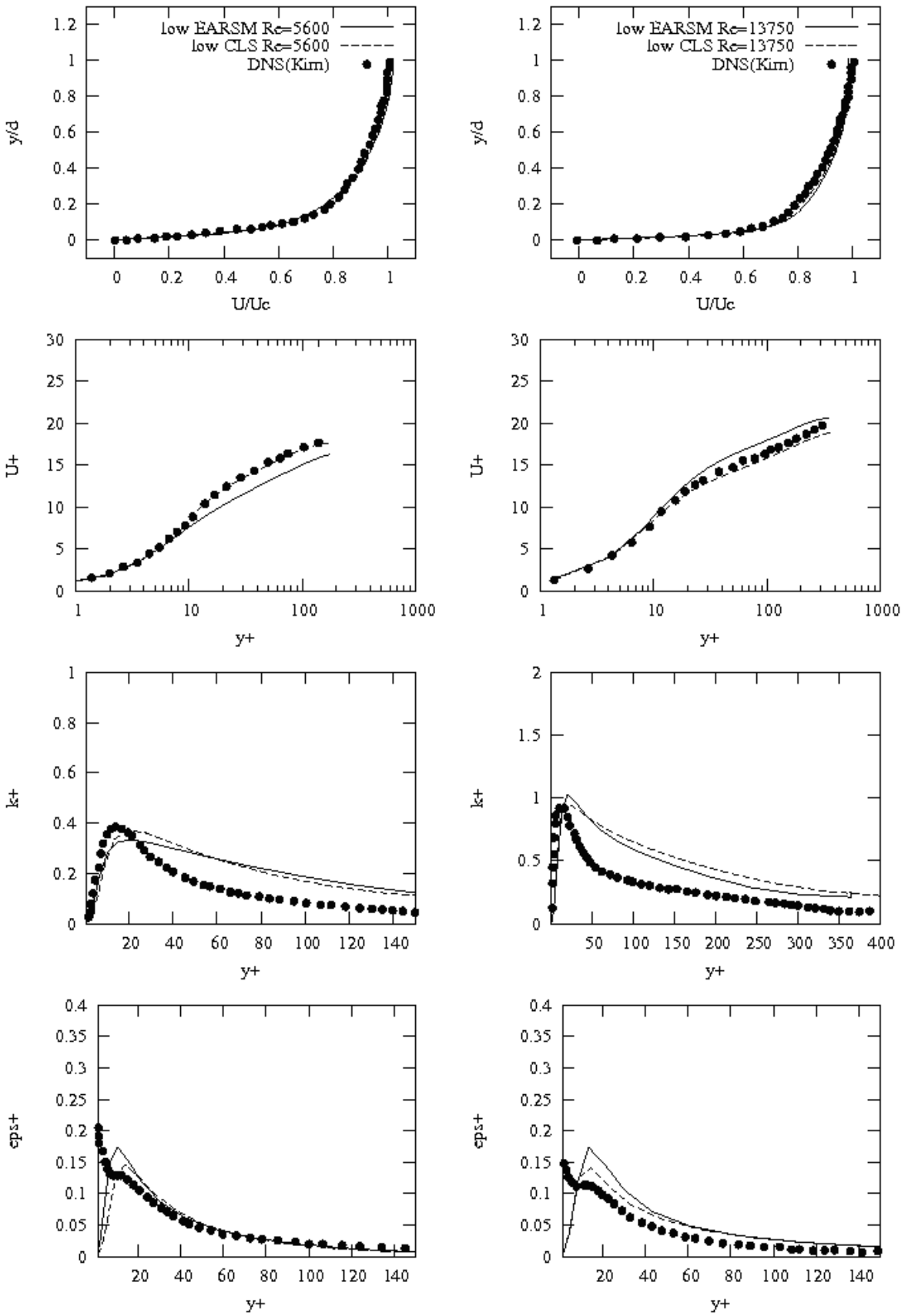


Рис. 3. Профили скоростей, безразмерных скоростей, кинетической энергии турбулентности и диссипации для $Re = 5600$ и 13750 с использованием low-Re-моделей (Fastest-3D)

Результаты, полученные в обоих рассматриваемых программных продуктах, имеют схожий характер и хорошее совпадение DNS. Стоит отметить, что расчет в Fastest-3D велся на более грубой сеточной модели, чем в ANSYS CFX (табл. 3, 4). Таким образом, можно сделать вывод о том, что расчетная модель в Fastest-3D менее требовательна к качеству сетки.

В табл. 4 приведены использованные значения y^+ для численной сетки в Fastest-3D.

Более детально пристеночное течение в канале исследовалось с использованием низкорейнольдсовых моделей турбулентности EARSМ-WJ и CLS в программном комплексе Fastest-3D (рис. 3). Данные модели не представлены в ANSYS CFX.

Выводы

Параметрический анализ сеточной модели показал, что при рассматриваемых числах Рейнольдса качество сеточной модели сильно не влияет на результаты расчета. Однако стоит отметить, что это влияние увеличивается с ростом числа Рейнольдса.

Результаты расчета в ANSYS CFX и Fastest-3D показали хорошее совпадение результатов. Результаты расчета с применением оптимальной сеточной модели для Fastest-3D в программном комплексе ANSYS CFX показали наибольшие отклонения от результатов DNS-расчета. На основании этого, а также сравнения параметров оптимальных сеточных моделей, применяемых в рассматриваемых программных комплексах, можно сделать вывод, что программный комплекс Fastest-3D менее чувствителен к качеству сеточной модели.

Библиографический список

1. *Alvelius K., Johansson A.V.* Direct numerical simulation of rotating channel flow at various Reynolds numbers and rotation number. In PhD thesis of K. Alvelius Dept. of Mechanics, KTH, Stockholm, Sweden, 1999.
2. *Kolmogorov A.N.* Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. *Izvestia Academy of Sciences, USSR; Physics 6: 56 — 58, 1942*
3. *Jones W.P., Launder B.E.* The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer, 15:301-314, 1972.*
4. *Menter F.R.* Zonal two Equation k- ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows. A/AA 93-2906.
5. *Yun A.* Development and Analysis of Advanced Explicit Algebraic, Turbulence and Scalar Flux models for Complex Engineering configuration. Doctor thesis. Darmstadt. 2005
6. *Юн А.А.* Теория и практика моделирования турбулентных течений. — М.: URSS, 2009.
7. *Wilcox D.C.* Turbulence Modeling for CFD. California; 1994.
8. *Юн А.А., Крылов Б.А.* Расчет и моделирование турбулентных течений с теплообменом, смешением, химическими реакциями и двухфазных течений в программном комплексе Fastest-3D: Учебное пособие. — М.: Изд-во МАИ, 2007.
9. *Wallin S.* Engineering turbulence modeling for CFD with a focus on explicit algebraic Reynolds stress models. Doctoral thesis. Norstedts truckeri, Stockholm, Sweden, 2000.
10. *Craft T.J., Launder B.E. and Suga K.* Development and application of a cubic eddy — viscosity model of turbulence. *Int. J. Heat and Fluid Flow 17:108-115, 1996.*
11. *Kim J., Moin P., Moser R.* Turbulence statistics in fully developed channel flow at the low — Reynolds number. *J. Fluid Mech., Vol. 177, pp.133-166.*
12. FASTEST-3D-CFD-Code. Handbuch, Invent Computing GmbH, Erlangen, 1997.

Московский авиационный институт
 Филиал НТЦ им. А. Люльки ОАО «НПО «Сатурн»
 Статья поступила в редакцию 26.10.2009