

Научная статья
УДК 629. 7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА КОНВЕРТИРУЕМОГО ВИНТОКРЫЛОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С СИСТЕМОЙ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Максим Игоревич Мясников¹ ✉, Игорь Римович Ильин²

^{1, 2} Национальный центр вертолетостроения им. М.Л. Миля и Н.И. Камова,
Томилино, Московская область, Россия

¹ m.myasnikov@nhc.aero ✉

² irilyin@mi-helicopter.ru

Аннотация. Рассмотрена нелинейная математическая модель динамики полета конвертируемого винтокрылого летательного аппарата (конвертоплана), выполненного по двухвинтовой поперечной схеме. Для ее создания использовалась система дифференциальных уравнений движения твердого тела. Аэродинамический расчет несущих винтов конвертоплана выполнялся с применением теории элемента лопасти и комбинированной импульсно-вихревой модели воздушного винта для режимов косоугольного обтекания. В модели динамики полета конвертоплана учитывалось поступательное и вращательное движение несущих винтов. Предложен алгоритм аэродинамического расчета элементов планера (крыла, фюзеляжа, оперения) конвертоплана с использованием на малых углах атаки аналитических моделей. Выполнен синтез алгоритмов системы автоматического управления (автопилота) для трех принципов полета: «вертолетного», «самолетного» и переходного. Проведен расчет траекторий полета конвертоплана в автоматическом режиме на типовых этапах: переходные режимы, полет по прямоугольному маршруту, установившиеся виражи, восходящая и нисходящая спирали, висение и набор высоты с малой поступательной скоростью.

Ключевые слова: двухвинтовой конвертоплан поперечной схемы, математическая модель динамики полета, система автоматического управления, алгоритмы системы управления, городская аэромобильность

Для цитирования: Мясников М.И., Ильин И.Р. Математическая модель динамики полета конвертируемого винтокрылого летательного аппарата с системой автоматического управления // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 187–200.

Original article

FLIGHT DYNAMICS MODEL OF CONVERTIBLE ROTARY-WINGED AIRCRAFT WITH AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

Maksim I. Myasnikov¹ ✉, Igor' R. Il'in²

^{1, 2} National Helicopter Center Mil & Kamov,
Tomilino, Moscow region, Russia

¹ m.myasnikov@nhc.aero ✉

² irilyin@mi-helicopter.ru

Abstract

Light vertical takeoff and landing (VTOL) are being regarded in many countries as basic means of rectifying the tasks of urban air mobility. Rotary-winged aircraft may be employed as both aero-taxis for passenger transportation and by various city services including police, ambulance and fire-fighting service. Conventional helicopters, quadcopters, multicopters, including those with aerodynamic surfaces for the flight range and endurance increasing, as well as transformable (convertible) in flight aerial vehicles were being proposed as aerodynamic configurations.

Scientific studies in the field of design, flight dynamics and control systems of convertible aircraft or tilt rotors with 90° swiveling rotors, are in full strength all over the world (predominantly in the USA) since 1950s. As of now, the tiltrotors are widely applied in the military-oriented aviation (Bell/Boeing V-22 Osprey, V-280 Valor) and being prepared for application in civil aviation (AgustaWestland AW-609). In the article being presented the tiltrotor scheme with two swiveling rotors was selected as an aircraft scheme for urban air taxi, as the one combining the advantages of both helicopter and airplane. Its main advantages are:

- the ability performing hovering mode, vertical takeoff and landing;
- high speed of horizontal flight;
- higher flight endurance and range.

The presented article considers nonlinear mathematical model of light convertible rotary-winged aircraft flight dynamics with a view to this aerial vehicle application for solving the task of urban air mobility. This flight dynamics mathematical model development was being accomplished with the MATLAB/Simulink software package. The alike VTOL is being supposed to be equipped with a traditional power plant, such as internal combustion engine and gas turbine engine, or electrical (hybrid) one. A system of differential equations of solid body motion was used for the flight dynamics model description. Mathematical modeling of the tiltrotor main rotors was being performed employing the blade element theory. For the modeling accuracy enhancing of energetic maneuvers with drastic changes of the flight parameters, such as overloads, as well as translational and angular VTOL velocities, the mathematical model accounted for both angular and translational displacement of the main rotors. The algorithm for aerodynamic calculation of the airframe elements, such as wing, fuselage and empennage, of the convertible aircraft using analytical models was proposed. Synthesis of automatic control system (autopilot) for all flight modes (“helicopter”, “airplane” and transitional) was accomplished. Tiltrotor trajectories computing for the main flight stages (hovering and a flight with low translational velocity, transitional modes from “helicopter” to “airplane” and back, the flight along the rectangular route, steady turns, as well as upward and downward spirals) was performed.

Keywords: twin-screw tiltrotor of a transverse scheme, mathematical model of flight dynamics, automatic control system, control system algorithms, urban air mobility

For citation: Myasnikov M.I., Il'in I.R. Flight Dynamics Model of Convertible Rotary-Winged Aircraft with Automatic Control System. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 187–200.

Введение

В последние годы в различных странах мира проявляется повышенный интерес к легким винтокрылым летательным аппаратам (ВКЛА) для решения задач городской аэромобильности. Подобные летательные аппараты могут использоваться и как аэротакси для перевозки пассажиров, и различными городскими службами, включая полицию, скорую медицинскую помощь и пожарную охрану. В качестве конструктивных схем ВКЛА предлагается применять классические вертолеты, квадрокоптеры [1–4], мультикоптеры, в том числе с использованием несущих поверхностей для повышения дальности и продолжительности полета, а также преобразуемые в полете летательные аппараты – конвертопланы (КП) [5–7].

Научные исследования в области конструкции, аэродинамики, динамики полета и систем управления КП с поворотными на 90° несущими винтами

(НВ) проводятся во всем мире с 50-х годов прошлого века. Большой объем научных исследований в области динамики полета и систем управления ВКЛА проводился в США на этапе разработки аппаратов XV-15 [8, 9] и V-22 Osprey [10–12].

В настоящее время КП применяются в авиации военного назначения (Bell/Boeing V-22 Osprey, V-280 Valor) и готовятся к применению в гражданской авиации (AgustaWestland AW-609).

КП сочетают в себе преимущества вертолета и самолета, основными из которых являются:

- возможность выполнения режима висения, вертикального взлета и посадки;
- высокая скорость горизонтального полета;
- большие, чем у вертолетов, продолжительность и дальность полета.

Недостаток конвертопланов – высокая скорость снижения на режиме авторотации, обусловленная

большей, чем у вертолетов, удельной нагрузкой на диск винта.

Математическая модель динамики полета конвертоплана

Рассмотрим математическую модель динамики полета КП поперечной схемы (рис. 1), который может иметь как традиционную (двигатель внутреннего сгорания, газотурбинный двигатель), так и электрическую или гибридную силовую установку. Математическая модель разработана в программном комплексе MATLAB/Simulink.

Исходные данные для математической модели динамики полета

Основные аэродинамические, геометрические и массовые характеристики КП для решения задач городской аэромобильности, рассматриваемого ниже в качестве примера, представлены в таблице.

В силу существования у КП продольной плоскости симметрии *OXY* его тензор инерции в общем виде можно представить как

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & 0 \\ -I_{xy} & -I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Числовые значения моментов инерции КП в «самолетной» ($\delta = 0^\circ$) конфигурации, выраженные в $\text{кг} \cdot \text{м}^2$, принимались следующими:

$$I_{\text{сам}} = \begin{pmatrix} 4678 & -220 & 0 \\ -220 & 5557 & 0 \\ 0 & 0 & 1959 \end{pmatrix}.$$

На переходных режимах от «вертолетной» к «самолетной» конфигурации и обратно в математической модели учитывалось изменение в процессе поворота мотогондол моментов инерции и центровки КП.

Для описания модели динамики полета КП использовалась система дифференциальных уравнений движения твердого тела [13–16], записанная в связанной с КП системе координат (рис. 1,а) совместно с тремя уравнениями для углов Эйлера и тремя траекторными уравнениями. В полученной системе (2) V_x, V_y, V_z – проекции скорости КП на оси связанной

Массовые и геометрические характеристики КП

Масса, m_0 , кг	2085
Площадь крыла, $S_{\text{кр}}$, м^2	13,02
Размах крыла, l , м	9,00
Удлинение крыла, λ	6
Центровка («самолетная» конфигурация), % от САХ крыла	28
Длина, $l_{\text{ф}}$, м	9,60
Количество несущих винтов	2
Диаметр несущих винтов, D , м	5
Количество лопастей несущего винта, n	3
Коэффициент заполнения несущего винта, σ	0,1146
Аэродинамический профиль крыла	NACA 2412
Аэродинамический профиль стабилизатора и киля	NACA 0012
Аэродинамический профиль лопастей несущих винтов	NACA 23012
Угол поворота несущих винтов, δ , $^\circ$	от 0 до 90

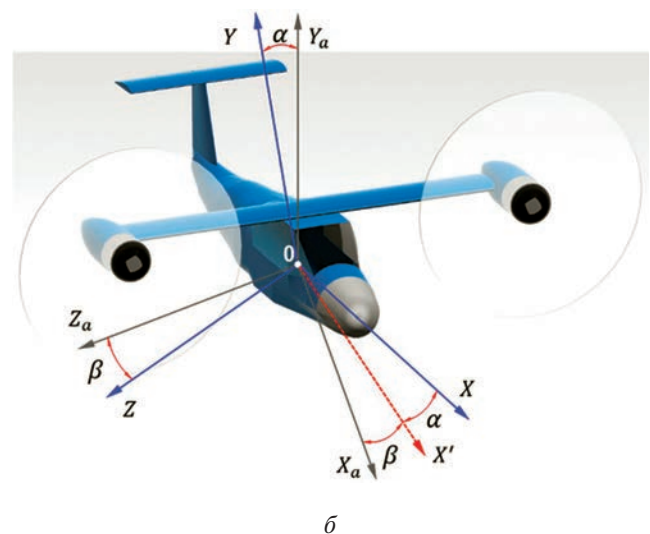
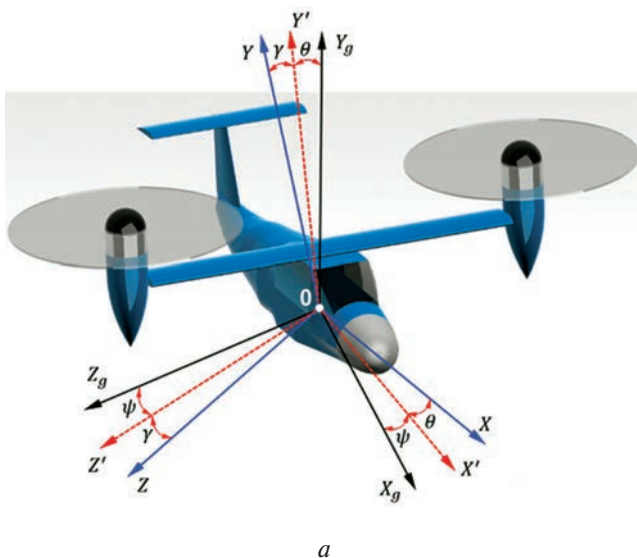


Рис. 1. КП в «вертолетной», $\delta = 90^\circ$ (а) и «самолетной», $\delta = 0^\circ$ (б) конфигурациях

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{\vartheta} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma; \\
 \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\
 \dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\
 m_0 (\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) &= F_{xHB1} + F_{xHB2} + F_{x\Phi} + F_{xKP} + F_{xc} - m_0 g \sin \vartheta; \\
 m_0 (\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) &= F_{yHB1} + F_{yHB2} + F_{yKP} + F_{yc} + F_{y\Phi} - m_0 g \cos \vartheta \cos \gamma; \\
 m_0 (\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) &= F_{zHB1} + F_{zHB2} + F_{zBO} + F_{zKP} + F_{zc} + F_{z\Phi} - m_0 g \cos \vartheta \sin \gamma; \\
 I_{xx} \dot{\omega}_z - I_{xy} \dot{\omega}_y + (I_{zz} - I_{yy}) \omega_y \omega_x + I_{xy} \omega_x \omega_z &= M_{xHB1} - M_{xHB2} + M_{xHBуп} + \\
 + M_{xГ1} - M_{xГ2} + M_{xЭ} + M_{xН} + M_{xBO} + M_{xKP}; & \\
 -I_{xy} \dot{\omega}_x + I_{yy} \dot{\omega}_y + (I_{xx} - I_{zz}) \omega_x \omega_z - I_{xy} \omega_y \omega_z &= M_{yHB1} + M_{yHB2} + M_{yHBуп} + \\
 + M_{yГ1} - M_{yГ2} + M_{y\Phi} + M_{yBO} + M_{yН} + M_{yЭ}; & \\
 I_{zz} \dot{\omega}_z + (I_{yy} - I_{xx}) \omega_y \omega_x + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) &= M_{zHB1} + M_{zHB2} + M_{zHBуп} + \\
 + M_{zKP} + M_{z\Phi} + M_{zc} + M_{zB}; & \\
 \dot{X}_g = V_{xg} = \cos \psi \cos \vartheta V_x + (-\cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma) V_y + & \\
 + (\cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma + \sin \psi \cos \gamma) V_z; & \\
 \dot{Y}_g = V_{yg} = \sin \vartheta V_x + \cos \vartheta \cos \gamma V_y - \cos \vartheta \sin \gamma V_z; & \\
 \dot{Z}_g = V_{zg} = -\sin \psi \cos \vartheta V_x + (\sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma) V_y + & \\
 + (-\sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma + \cos \gamma \cos \psi) V_z. &
 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

системы координат, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – компоненты угловой скорости КП относительно центра масс, ϑ – угол тангажа, γ – угол крена, ψ – угол рыскания, $F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}$ – проекции внешних сил и моментов на оси связанной системы координат, где индекс j обозначает: «нв» – несущие винты, «кр» – крыло, «во» – вертикальное оперение, «ф» – фюзеляж, «с» – стабилизатор, «э» – элероны, «р» – руль высоты, «н» – руль направления, «нвуп» – суммарные управляющие моменты от несущих винтов, «г» – гироскопические моменты несущих винтов, m – масса КП, g – ускорение свободного падения, V_{xg}, V_{yg}, V_{zg} – скорости КП в нормальной системе координат (рис. 1,а), X_g, Y_g, Z_g – координаты КП в нормальной земной системе координат.

Система (2) была дополнена двумя дифференциальными уравнениями (3) для расчета махового движения лопастей каждого из несущих винтов [15–21], лопасти винтов принимались абсолютно жесткими.

Дифференцирование β_l в уравнениях (3) производится по азимутальному положению лопасти $\psi = \omega_n t$, где ω_n – угловая скорость вращения НВ. Последние два члена в уравнениях (3) учитывают дополнительные инерционные моменты, возникающие на лопастях в результате пространственного движения валов НВ. Для каждого НВ учитывалось угловое ускорение в сечениях лопасти $r (\dot{\omega}_{вТх} \sin \psi - \dot{\omega}_{вТz} \cos \psi)$, ускорение Кориолиса $2\omega_n r (\omega_{вТх} \cos \psi + \omega_{вТz} \sin \psi)$ и линейное ускорение втулки $\ddot{y}_{вТ}$ (рис. 2). В уравнениях (3):

$$\begin{aligned}
 I_\beta &= \int_{l_r}^R \eta^2 m dr - \text{обобщенная масса нулевого тона}; \\
 I_{\beta\alpha} &= \int_{l_r}^R r \eta m dr; \quad S_\beta = \int_{l_r}^R \eta m dr; \quad S_r = \int_{l_r}^R m r dr - \text{статический момент лопасти относительно горизонтального шарнира (учитывается только на «вертолетном»}
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 I_\beta (d^2 \beta_{л1} / d\psi^2 + \bar{v}_\beta^2 \beta_{л1}) + I_{\beta\alpha} [(d\bar{\omega}_{вТ1x} / d\psi + 2\bar{\omega}_{вТ1z}) \sin \psi - & \\
 - (d\bar{\omega}_{вТ1z} / d\psi - 2\bar{\omega}_{вТ1x}) \cos \psi] + S_\beta \ddot{y}_{вТ1} / \omega_{н1}^2 &= (M_{гш1} - g S_r) / \omega_{н1}^2; \\
 I_\beta (d^2 \beta_{л2} / d\psi^2 + \bar{v}_\beta^2 \beta_{л2}) + I_{\beta\alpha} [(d\bar{\omega}_{вТ2x} / d\psi + 2\bar{\omega}_{вТ2z}) \sin \psi - & \\
 - (d\bar{\omega}_{вТ2z} / d\psi - 2\bar{\omega}_{вТ2x}) \cos \psi] + S_\beta \ddot{y}_{вТ2} / \omega_{н2}^2 &= (M_{гш2} - g S_r) / \omega_{н2}^2.
 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

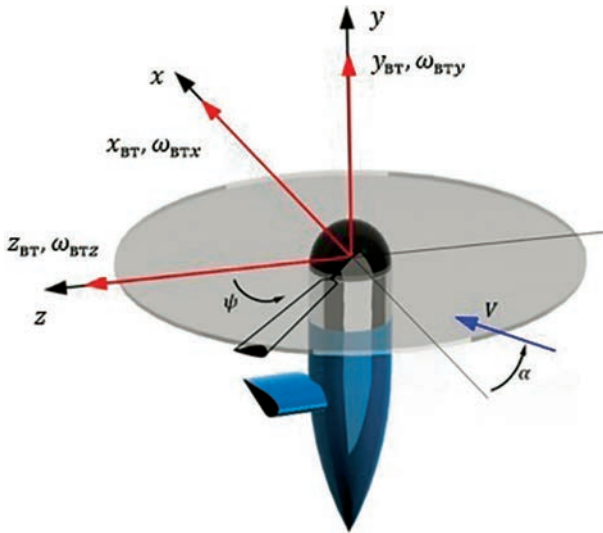


Рис. 2. Система координат НВ

режиме); l_r – разнос горизонтальных шарниров (ГШ); $\eta = R(\bar{r} - \bar{l}_r) / (1 - \bar{l}_r)$ – форма моды колебаний лопасти НВ относительно оси отнесенного ГШ;

$$\bar{\nu}_\beta^2 = 1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{l}_r}{1 - \bar{l}_r} - \text{собственная частота махового движения};$$

$$M_{\text{ГШ}} = \int_{l_r}^R dT (r - l_r) - \text{аэродинамический момент лопасти относительно горизонтального шарнира};$$

R – радиус НВ, m – погонная масса лопасти.

Индексы переменных в уравнениях соответствуют левому (индекс 1) и правому (индекс 2) винтам.

Системы уравнений (2) и (3) необходимо дополнить соотношениями, определяющими углы атаки и скольжения КП:

$$\alpha = -\arcsin \left(\frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} \right); \quad (4)$$

$$\beta = \arcsin \left(\frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} \right). \quad (5)$$

Управление КП по каналам высоты (вертикальной скорости), тангажа (скорости), крена и рыскания зависит от режима полета и осуществляется следующим образом:

– на «вертолетном» режиме: тангаж (скорость) – изменением циклического шага несущих винтов через отклонение кольца автомата перекося к, управлением рулем высоты δ_v , крен – дифференциальным изменением общего шага НВ $\Delta\phi$, управлением элеронами δ_ϵ , рыскание – дифференциальным изменением углов циклического шага НВ путем отклонения колец автомата перекося $\Delta\kappa$,

управлением рулем направления δ_n , высота (вертикальная скорость) – синхронным изменением углов общего шага лопастей НВ $\Delta\phi$;

– на «самолетном» режиме: тангаж – управлением рулем высоты δ_v , крен – управлением элеронами δ_ϵ , рыскание – управлением рулем направления δ_n . При полете на этом режиме «вертолетные» органы управления отключаются;

– на переходном режиме с «вертолетного» на «самолетный» и обратно: угол поворота осей вращения несущих винтов δ изменяется в диапазоне от 90 до 0° с угловой скоростью 1°/с, органы управления КП используются так же, как и на «вертолетном» режиме. Если переходный режим осуществляется на большой скорости ($V = 220$ км/ч и выше), то достаточно использовать только «самолетные органы» управления.

Для определения правой части системы уравнений (2) необходимо выполнить расчет сил и моментов, создаваемых несущими винтами, крылом, оперением и фюзеляжем КП.

Расчет аэродинамических характеристик несущих винтов конвертоплана

Для расчета аэродинамических характеристик НВ КП использовалась теория элемента лопасти [18–21]. Согласно этой теории, лопасть разбивается на n элементов, к каждому из которых применяется гипотеза плоских сечений [18] (рис. 3).

Подъемная сила и сила сопротивления в сечении лопасти (рис. 4) в линейной области зависимости $C_y(\alpha)$ определяются соотношениями:

$$dY = \frac{1}{2} \rho b C_y^a (\varphi U_x^2 - U_y U_x) dr; \quad (6)$$

$$dX = \frac{1}{2} \rho b U^2 C_x dr, \quad (7)$$

где b – хорда лопасти.

Проецирование этих сил на оси системы координат XOY , связанной с плоскостью вращения НВ (рис. 4), дает:

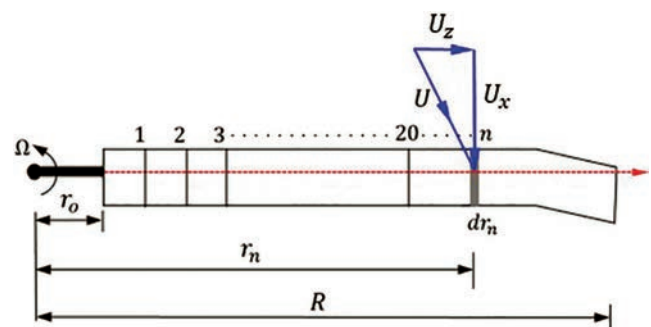


Рис. 3. Разбиение лопасти НВ на элементы

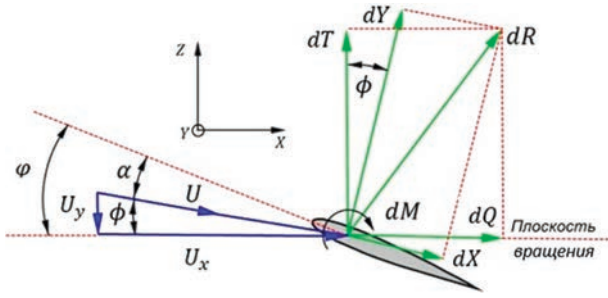


Рис. 4. Скорости и силы в сечении лопасти

$$\begin{aligned} dT &= dY \cos \phi - dX \sin \phi; \\ dQ &= dY \sin \phi + dX \cos \phi; \\ dF_r &= -\sin \beta_n dT + dX_r, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\phi = \arctg(U_y/U_x)$ – угол притекания;
 dX_r – сила, возникающая от радиального течения вдоль лопасти.

В математической модели использовались линеаризованные аэродинамические характеристики профилей. На углах атаки, больших 15° , производная C_y^α принималась равной 0.

Угол установки сечения лопасти задавался с учетом первой гармоники ряда Фурье [15], возникающей за счет управления НВ через автомат перекося:

$$\begin{aligned} \varphi(r, \psi) &= \varphi_7 + \Delta\varphi_r(r) + \varphi_{1c} \cos \psi + \\ &+ \varphi_{1s} \sin \psi - \bar{k}\beta_{л}, \end{aligned} \quad (9)$$

где φ_7 – угол установки сечения лопасти на радиусе $r = 0,7R$ (общий шаг); $\Delta\varphi_r(r)$ – функциональная зависимость угла геометрической крутки лопасти от радиуса; φ_{1c} – косинусная гармоника циклического шага (крен), φ_{1s} – синусная гармоника циклического шага (тангаж); $\bar{k} = \text{tg } \sigma_k$ – коэффициент компенсатора взмаха.

В настоящей работе использовалась зависимость $\Delta\varphi_r(r)$, принятая для лопастей винтов конвертоплана XV-15 [22] (рис. 5).

Для расчета индуктивной скорости в плоскости вращения НВ на режимах косоугольного обтекания применялась теория Глауэрта (Glauert) [18–21]. Предполагалось, что НВ обтекается потоком со скоростью V под углом атаки α (см. рис. 2).

Введем безразмерные составляющие скорости в плоскости диска винта: μ – параллельную диску винта и λ – нормальную к нему, которые называются соответственно характеристикой режима работы винта и коэффициентом протекания и определяются формулами

$$\mu = \frac{V \cos \alpha}{\omega_n R}; \lambda = \frac{V \sin \alpha + v}{\omega_n R} = \mu \text{tg } \alpha + \lambda_{i0}, \quad (10)$$

Здесь v – средняя индуктивная скорость в плоскости диска винта, λ_{i0} – индуктивная скорость, представленная в виде индуктивного коэффициента протекания [19]:

$$\lambda_{i0} = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}, \quad (11)$$

где C_T – коэффициент силы тяги НВ.

Коэффициент протекания λ на каждом обороте НВ может быть найден численным решением уравнения

$$\lambda - \mu \text{tg } \alpha - \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} = 0. \quad (12)$$

С использованием соотношений (10) и возмущений скорости в результате пространственного движения втулок НВ для компонент скорости в сечении лопасти (см. рис. 2, 3 и 4) можно записать следующие выражения:

$$\begin{aligned} U_x(r, \psi) &= \omega_n r + \mu \omega_n R \sin \psi + \\ &+ \omega_{вту} r - \dot{x}_{вт} \sin \psi + \dot{z}_{вт} \cos \psi; \\ U_y(r, \psi) &= \lambda \omega_n R + r \dot{\beta}_{л} + \mu \omega_n R \beta_{л} \cos \psi + \\ &+ \dot{y}_{вт} + r (\omega_{втх} \sin \psi - \omega_{втз} \cos \psi), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\dot{x}_{вт}$, $\dot{y}_{вт}$, $\dot{z}_{вт}$ – дополнительные возмущения скорости втулки НВ, возникающие при крене и рыскании КП за счет разноса НВ и при боковых перемещениях КП в полете со скольжением или на висении.

Радиальной составляющей скорости U_z в теории элемента лопасти можно пренебречь.

В формулах (13) для составляющей скорости $U_y(r, \psi)$ учитывается изменение индуктивной составляющей коэффициента протекания по азимуту и радиусу лопасти. Для значений $\mu > 0,15$ распределение скорости индуктивного потока плоскости диска несущего винта может быть представлено следующим соотношением [20]:

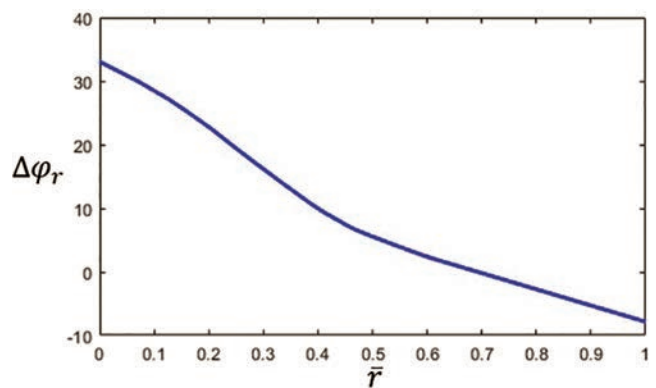


Рис. 5. Зависимость угла крутки лопасти от радиуса

$$\lambda_i = \lambda_{i0} (1 + k_x r \cos \psi + k_y r \sin \psi). \quad (14)$$

Коэффициенты k_x и k_y можно рассматривать как весовые факторы, показывающие отклонение индуктивного потока от постоянного значения λ_{i0} , вычисляемого по формуле (11). Для вычисления k_x и k_y могут использоваться различные теории, например Колемана (Coleman) и Дриса (Drees) [20]. В настоящей работе использовалась теория Дриса, в соответствии с которой эти коэффициенты описываются следующими соотношениями:

$$k_x = \frac{4}{3} \left(\frac{1 - \cos \chi - 1,8\mu^2}{\sin \chi} \right); \quad k_y = -2\mu, \quad (15)$$

где $\chi = \arctg \left(\frac{\mu}{\mu \operatorname{tg} \alpha + \lambda_{i0}} \right)$ – угол скоса индуктивного потока от винта.

Индуктивные потери на концах лопастей для осевых режимов обтекания учитывались посредством поправки к индуктивной скорости через функцию концевых потерь Прандтля [19]:

$$F = \left(\frac{2}{\pi} \right) \arccos [\exp(-f)], \quad (16)$$

где $f = \frac{n}{2} \left(\frac{1 - \bar{r}}{\bar{r}\Phi} \right)$ – функция, зависящая от числа лопастей n и радиального положения элемента лопасти [20].

С учетом (16) общее выражение для коэффициента протекания в случае полета с поступательной скоростью имеет вид

$$\lambda(\bar{r}, \lambda_c) = \sqrt{\left(\frac{\sigma C_y^\alpha}{16F} - \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 + \frac{\sigma C_y^\alpha}{8F} \varphi \bar{r}} - \left(\frac{\sigma C_y^\alpha}{16F} - \frac{\lambda_c}{2} \right), \quad (17)$$

где $\lambda_c = \mu \operatorname{tg} \alpha$; σ – коэффициент заполнения несущего винта.

Для режима висения ($\lambda_c = 0$) выражение (17) принимает вид

$$\lambda(\bar{r}) = \frac{\sigma C_y^\alpha}{16F} \left(\sqrt{1 + \frac{32F}{\sigma C_y^\alpha}} - 1 \right). \quad (18)$$

В математическую модель вводилось допущение о том, что интерференция между несущими винтами конвертоплана, разнесенными друг от друга, является незначительной и может быть учтена только вводом дополнительных поправок к индуктивной мощности [19]. Для случая КП с НВ, расположенными без перекрытия, такое предположение является вполне допустимым.

Средние за один оборот силы и моменты на несущем винте в рамках теории элемента лопасти можно рассчитать по следующим формулам [18–21]:

– сила тяги:

$$T_{\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R dT d\psi; \quad (19)$$

– продольная сила:

$$H_{\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R (dQ \sin \psi + dF_r \cos \psi) d\psi; \quad (20)$$

– поперечная сила:

$$S_{\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R (-dQ \cos \psi + dF_r \sin \psi) d\psi; \quad (21)$$

– крутящий момент на втулке НВ:

$$Q_{\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R r dQ d\psi; \quad (22)$$

– момент тангажа:

$$M_{z\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R r dT \cos \psi d\psi; \quad (23)$$

– момент крена:

$$M_{x\text{НВ}} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R r dT \sin \psi d\psi, \quad (24)$$

где n – количество лопастей несущего винта;

r_0 – радиус комлевого сечения лопасти.

Интегралы (19)–(24) в математической модели заменялись интегральными суммами по азимуту и радиусу лопасти за каждый оборот НВ.

Отклонение аэродинамической оси конуса лопастей НВ относительно конструктивной плоскости вращения НВ можно вычислить, раскладывая маховое движение лопастей в ряд Фурье с точностью до первых гармоник:

$$\beta = a_0 - a_1 \cos \psi - b_1 \sin \psi - \dots, \quad (25)$$

где a_0 – средний угол конусности;

a_1 и b_1 – углы отклонения оси конуса лопастей от конструктивной оси вращения НВ соответственно в продольном и поперечном направлениях.

Расчет аэродинамических характеристик планера конвертоплана

Аэродинамический расчет планера КП, включающего в себя фюзеляж, крыло, гори-

зонтальное и вертикальное оперение, выполнялся аналитически по методике, приведенной в работах [23, 24] и пригодной для малых углов атаки и скольжения планера. В целях упрощения задачи рассматривается применение прямоугольных в плане крыльев.

Коэффициент подъемной силы крыла конечного размаха (стабилизатора) на линейном участке его зависимости от угла атаки α вычислялся по формуле

$$c_{ya} = c_{ya0} + c_{ya}^{\alpha} \alpha, \quad (26)$$

где c_{ya0} – коэффициент подъемной силы при $\alpha = 0$; c_{ya}^{α} – производная коэффициента подъемной силы по углу атаки:

$$c_{ya}^{\alpha} = \frac{c_{ya0}^{\alpha}}{1 + \frac{57,3c_{ya0}^{\alpha}}{e\pi\lambda}}. \quad (27)$$

С учетом формулы (27) выражение (26) можно записать в виде

$$c_{ya} = \frac{1}{1 + \frac{57,3c_{ya0}^{\alpha}}{e\pi\lambda}} (c_{ya0} + c_{ya0}^{\alpha} \alpha), \quad (28)$$

где c_{ya0} и c_{ya0}^{α} – соответственно коэффициент подъемной силы и производная коэффициента подъемной силы по углу атаки для двумерного профиля, $e \leq 1$ – коэффициент Освальда [23], учитывающий отличие распределения циркуляции по крылу конечного размаха от эллиптического, λ – удлинение крыла.

Обдувка части крыла НВ учитывалась посредством векторной суммы скорости невозмущенного потока и индуктивной скорости от винтов в соответствии со схемой, представленной на рис. 6.

Коэффициент аэродинамического сопротивления крыла конечного размаха (горизонтального стабилизатора) можно представить в виде

$$c_{xa} = c_{xap} + c_{xai} + c_{xav}, \quad (29)$$

где c_{xap} – коэффициент профильного сопротивления, c_{xai} – коэффициент индуктивного сопротивления, c_{xav} – коэффициент волнового сопротивления.

При малых скоростях полета, характерных для легких ВКЛА, коэффициент c_{xav} можно не учитывать. Коэффициент индуктивного сопротивления можно рассчитать по формуле

$$c_{xai} = \frac{c_{ya}^2}{e\pi\lambda}. \quad (30)$$

Коэффициент профильного сопротивления крыла можно приближенно рассчитать по формуле

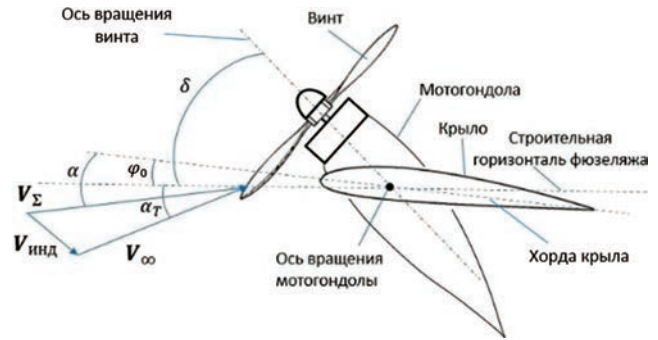


Рис. 6. Схема обдувки крыла КП с поворотными мотогондолами

$$c_{xap} = c_{xa0} + kc_{ya}^2, \quad (31)$$

где c_{xa0} – коэффициент профильного сопротивления крыла при $c_{ya} = 0$; k – безразмерный коэффициент, определяемый формой поляры аэродинамического профиля.

С учетом выражений (26) и (29) аэродинамические силы и моменты, действующие на планер конвертоплана в скоростной системе координат (рис. 1,б), можно представить в виде:

- подъемная сила: $Y_{ai} = c_{yai} S_i q$;
- сила сопротивления: $X_{ai} = c_{xai} S_i q$;
- боковая сила: $Z_{ai} = c_{zai} S_i q$;
- моменты: $M_{(x,y,z)i} = m_{(x,y,z)i} S_i L_i q$,

где S_i , L_i – характерные площадь и линейный размер элемента планера, к которым отнесены аэродинамические коэффициенты; c_{xai} , c_{yai} , c_{zai} – коэффициенты подъемной силы, силы сопротивления и боковой силы элемента планера; $m_{(x,y,z)i}$ – коэффициенты аэродинамических моментов; $q = \rho V^2/2$ – скоростной напор. Индекс i в выражениях (32) принимает значения: «ф» – фюзеляж, «кр» – крыло, «ст» – стабилизатор, «к» – киль. Все аэродинамические коэффициенты являются функциями углов атаки и скольжения. Расчет боковых сил и демпфирующих моментов крыла, фюзеляжа и оперения производился по методикам, рассмотренным в работах [15, 24].

Математическая модель системы автоматического управления

Математическая модель динамики полета КП с системой автоматического управления разработана в программном комплексе MATLAB/Simulink и состоит из следующих основных компонентов (рис. 7):

1 – модуль расчета динамики летательного аппарата;

2 – внутренний контур автоматической системы стабилизации углового положения ЛА;
 3 – внешний контур автоматической системы стабилизации параметров траекторного движения ЛА.

Формирование командных сигналов для исполнительных приводов рулей в контуре стабилизации углового положения летательного аппарата осуществлялось посредством следующих алгоритмов управления:

– в канале тангажа на «вертолетном» режиме (управление циклическим шагом),

$$\delta_{\kappa} = K_{\vartheta} W_{\vartheta}(s) \Delta \vartheta + K_{\omega_z} W_{\omega_z}(s) \omega_z; \quad (33)$$

– в канале тангажа на «вертолетном» и «самолетном» режимах (управление рулем высоты),

$$\delta_{\nu} = K_{\vartheta} W_{\vartheta}(s) \Delta \vartheta + K_{\omega_z} W_{\omega_z}(s) \omega_z; \quad (34)$$

– в канале крена на «вертолетном» режиме (управление дифференциальным общим шагом),

$$\delta_{\Delta \varphi_{\text{ош}}} = K_{\gamma} W_{\gamma}(s) \Delta \gamma + K_{\omega_x} W_{\omega_x}(s) \omega_x; \quad (35)$$

– в канале крена на «вертолетном» и «самолетном» режимах (управление элеронами),

$$\delta_{\vartheta} = K_{\gamma} W_{\gamma}(s) \Delta \gamma + K_{\omega_x} W_{\omega_x}(s) \omega_x; \quad (36)$$

– в канале рыскания на «вертолетном» режиме (управление дифференциальным циклическим шагом),

$$\delta_{\Delta \kappa} = K_{\psi} W_{\psi}(s) \Delta \psi + K_{\omega_y} W_{\omega_y}(s) \omega_y; \quad (37)$$

– в канале рыскания на «вертолетном» и «самолетном» режимах (управление рулем направления),

$$\delta_{\eta} = K_{\psi} W_{\psi}(s) \Delta \psi + K_{\omega_y} W_{\omega_y}(s) \omega_y, \quad (38)$$

где $W_{\vartheta}(s)$, $W_{\gamma}(s)$, $W_{\psi}(s)$, $W_{\omega_x}(s)$, $W_{\omega_y}(s)$, $W_{\omega_z}(s)$ – передаточные функции каналов углов и угловых скоростей тангажа, крена и рыскания, s – оператор дифференцирования.

Для управления горизонтальной скоростью путем изменения циклического шага НВ в «вертолетном» режиме или изменения общего шага НВ на «самолетном» режиме использовался интегральный алгоритм:

$$\delta_{\kappa, \varphi_{\text{ош}}} = -K_{\vartheta} W_{\vartheta}(s) \Delta \vartheta - K_{\omega_z} W_{\omega_z}(s) \omega_z + K_{\text{и}V_x} \int_0^{t_M} (V_x - V_{x \text{ зад}}) dt, \quad (39)$$

где $V_{x \text{ зад}}$ – заданная скорость полета, t_M – время моделирования.

В канале высоты для формирования сигнала управления общим шагом на «вертолетном» режиме или рулем высоты на «самолетном» режиме использовался следующий закон управления:

$$\delta_{\varphi_{\text{ош}}, \delta_{\nu}} = K_H W_H(s) \Delta H, \quad (40)$$

где $W_H(s)$ – передаточная функция в тракте высоты.

В модели динамики полета учитывались динамические характеристики исполнительных приводов органов управления.

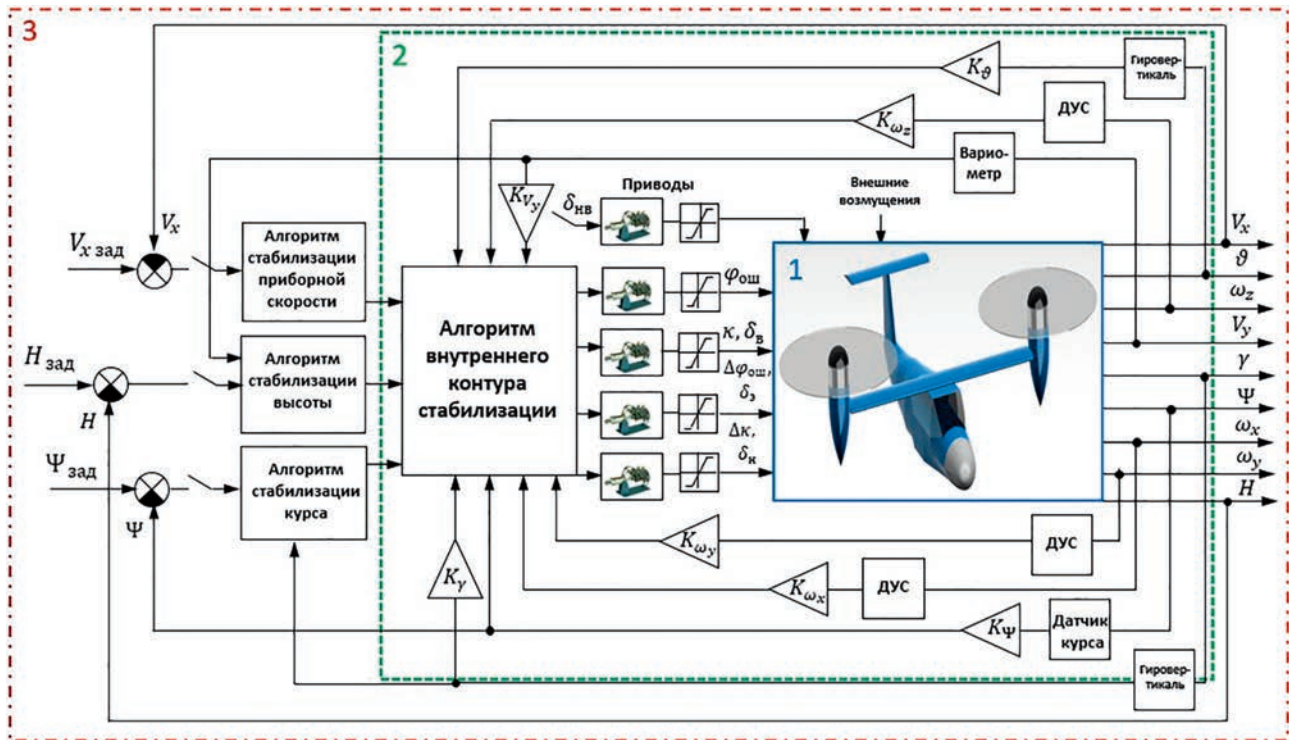


Рис. 7. Математическая модель динамики полета конвертоплана с системой управления

Без учета нелинейностей (ограничений по отклонению и скорости отклонения, зон нечувствительности, трения) характеристик исполнительного привода его передаточную функцию можно представить в виде [6]

$$W_n(s) = \frac{1}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1}, \quad (41)$$

где T_1 и T_2 – постоянные времени внутреннего и внешнего контуров привода. Для современных электрогидравлических приводов можно принять $T_1 = 0,03$ с; $T_2 = 0,02$ с.

Для описания динамических характеристик датчиков обратной связи, формирующих управляющие сигналы, использовалась аппроксимация Падэ передаточной функции звена чистого запаздывания [6]:

$$W_d(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{(-\tau/2)s + 1}{(\tau/2)s + 1}, \quad (42)$$

Время запаздывания τ полагалось равным 0,03 с. Подобное упрощение описания датчиков допустимо и позволяет правильно учесть их фазовое запаздывание.

Моделирование траекторий полета конвертоплана

Математическое моделирование траекторий движения КП проводилось для пяти полетных случаев:

- 1) перехода между режимами «вертолетный» \Rightarrow «самолетный» \Rightarrow «вертолетный» в горизонтальном полете на скорости 220 км/ч;
- 2) перехода между режимами «вертолетный» \Rightarrow «самолетный» \Rightarrow «вертолетный» в полете по прямоугольному маршруту («коробочке»);
- 3) выполнения виражей на «вертолетном» режиме с углами крена 8° , 12° и 15° ;
- 4) выполнения левой восходящей и правой нисходящей спиралей на «вертолетном» режиме с углом крена 10° ;
- 5) висения и набора высоты с малой поступательной скоростью.

Покадровая визуализация процесса перехода с «вертолетного» на «самолетный» режим и обратно, а также зависимости изменения параметров полета от времени для полетного случая № 1 представлены на рис. 8 и 9.

Траектория и зависимости изменения параметров полета от времени для полетного случая № 2 представлены на рис. 10 и 11. Пунктирными линиями на рис. 9 и 11 отмечены границы переходных режимов полета «вертолетный» \Rightarrow «самолетный» и «самолетный» \Rightarrow «вертолетный».

Покадровая визуализация, траектория и зависимости изменения параметров полета от времени для

полетного случая № 3 представлены на рис. 12–14. Штрихпунктирными линиями на рис. 14 отмечены моменты изменения угла крена.

Визуализация траектории полета, изменение параметров полета в зависимости от времени для полетного случая № 4 и траектория полета для полетного случая № 5 представлены на рис.15, 16 и 17.

Выводы

Разработанная нелинейная математическая модель динамики полета конвертоплана подтвердила принципиальную возможность реализации на ВКЛА с поворотной несущей системой поперечной схемы стабилизированных режимов полета и автоматизации

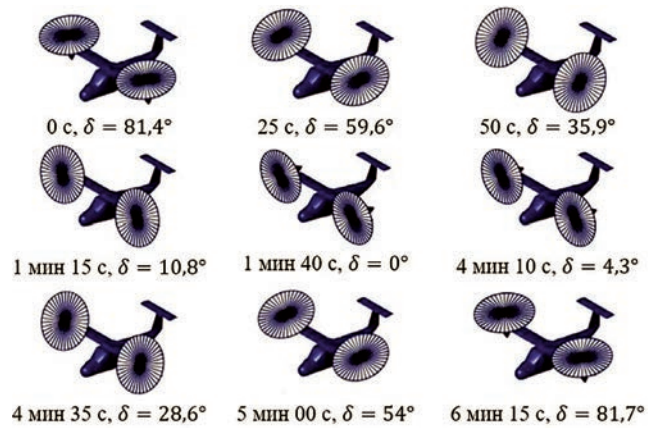


Рис. 8. Покадровая визуализация процесса перехода с «вертолетного» на «самолетный» режим и обратно (участок прямолинейного полета между режимами конвертации не показан)

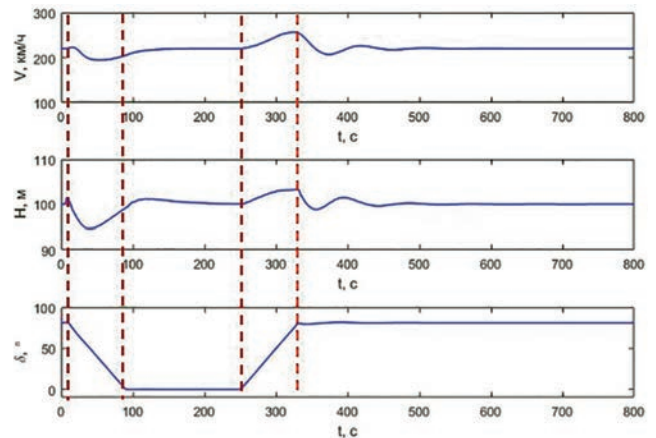


Рис. 9. Изменение параметров полета (скорости, высоты, угла поворота НВ и угла тангажа) в зависимости от времени для полетного случая № 1

управления, необходимых для городской аэромобильности.

В процессе разработки модели выполнен синтез алгоритмов системы автоматического управления (автопилота) на всех режимах полета («вертолетном», «самолетном» и переходном).

Проведенное моделирование показало возможность выполнения конвертопланом переходных режимов полета за время около 90 с в стабилизированном режиме с сохранением заданной высоты полета.

Моделирование основных режимов полета (висение и полет с малой поступательной скоростью, полет по прямоугольному маршруту с выполнением переходных режимов, установившиеся виражи, восходящая и нисходящая спирали) показало возможность выполнения конвертопланом стабилизированного полета с использованием системы автоматического управления.

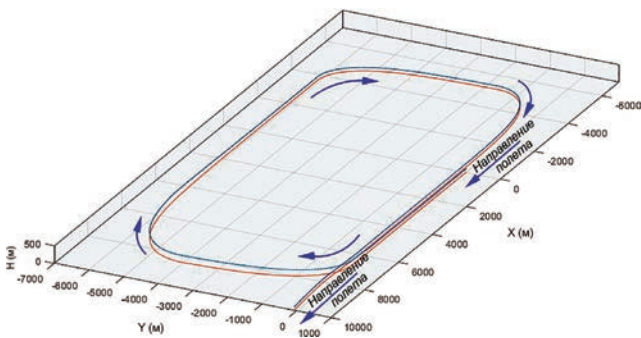


Рис. 10. Визуализация траектории полета КП по прямоугольному маршруту. Красной линией отмечена проекция траектории полета на горизонтальную плоскость (поверхность земли), полетный случай № 2

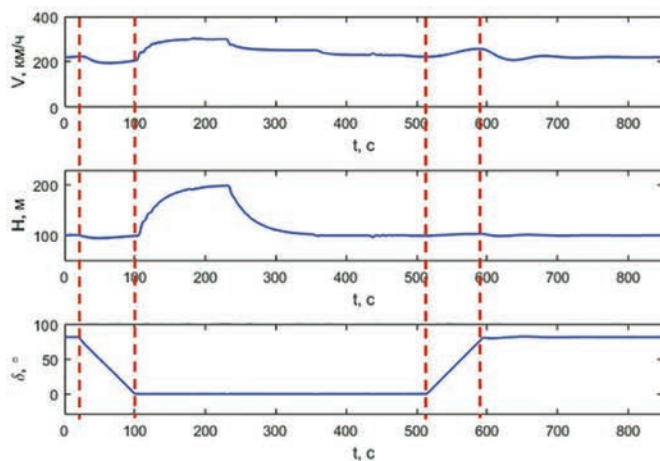


Рис. 11. Изменение параметров полета для полетного случая № 2

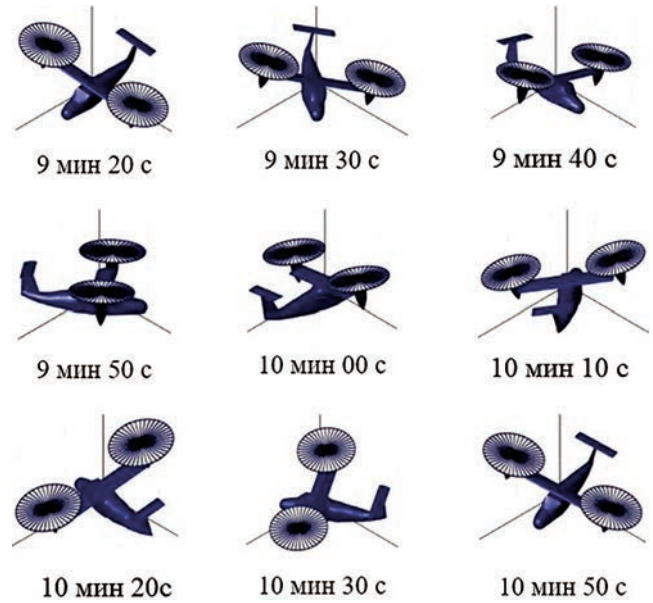


Рис. 12. Покадровая визуализация выполнения установившегося виража с углом крена $\gamma = 15^\circ$ на «вертолетном» режиме

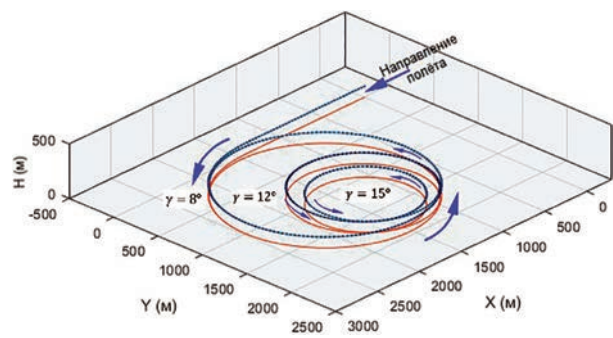
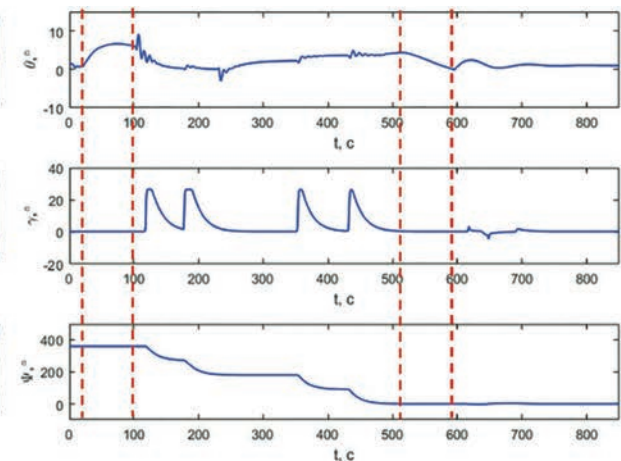


Рис. 13. Визуализация траектории полета КП при выполнении левых виражей с углами крена 8° , 12° и 15° на «вертолетном» режиме на высоте 100 м и скорости 130 км/ч (полетный случай № 3)



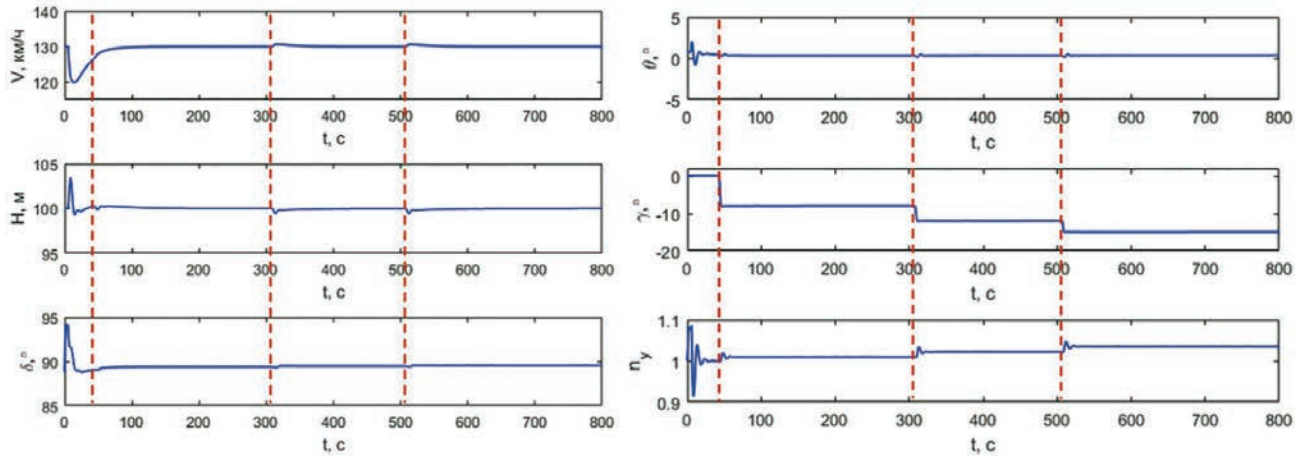


Рис. 14. Изменение параметров полета для полетного случая № 3

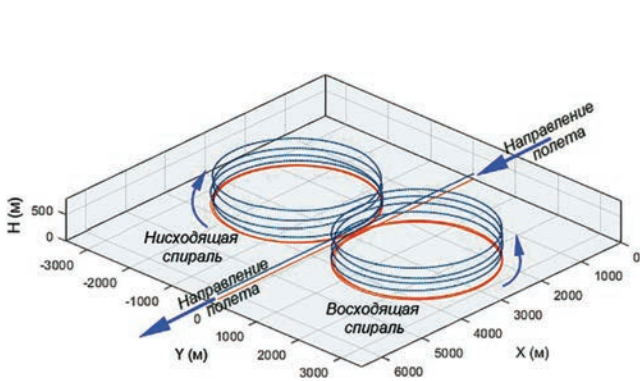


Рис. 15. Визуализация траектории полета КП при выполнении левой восходящей и правой нисходящей спиралей с углом крена 10° на «вертолетном» режиме на скорости 180 км/ч (полетный случай № 4)

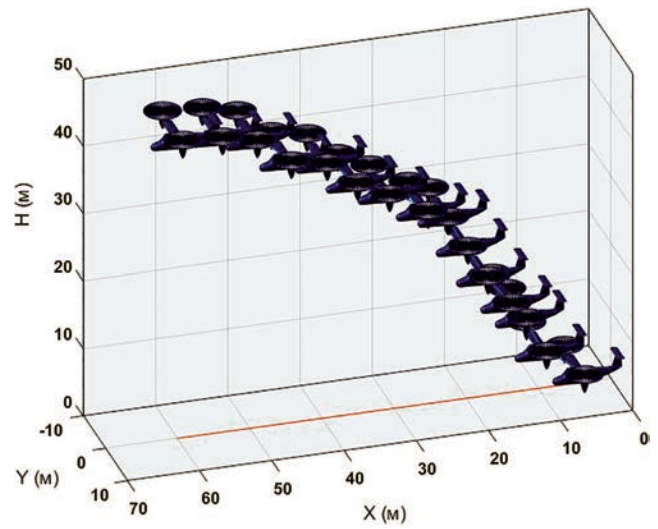


Рис. 17. Визуализация траектории КП на режиме висения и набора высоты с малой поступательной скоростью (полетный случай № 5)

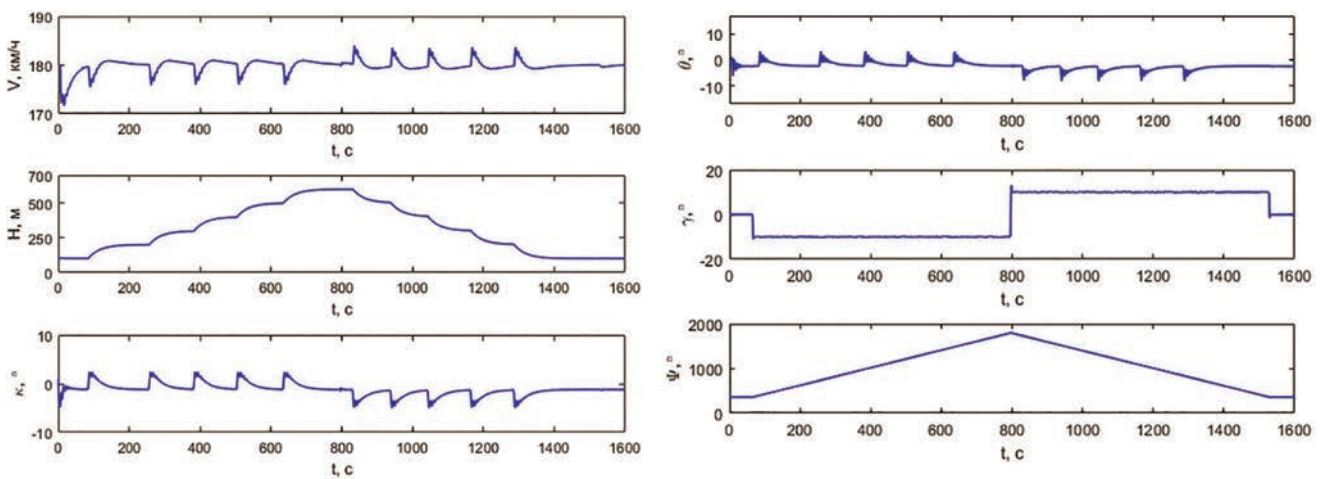


Рис. 16. Изменение параметров полета для полетного случая № 4

Список источников

1. Есаулов С.Ю., Мясников М.И., Ильин И.Р. Обзор методов расчета летно-технических характеристик электрических летательных аппаратов вертикального взлета и посадки // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2022. № 5. С. 30–39.
2. Myasnikov M.I., Esaulov S.Yu., Ilyin I.R. Flight Performance Estimation for EVTOL Quadcopter Configurations // 47th European Rotorcraft Forum (06-09 September 2021, held online).
3. Myasnikov M.I., Esaulov S.Yu., Ilyin I.R. VTOL Aerodynamic Configurations Analysis for Urban Air Mobility // 76th Annual Forum & Technology Display (05-08 October 2020, held online). DOI: 10.4050/F-0076-2020-16448
4. Myasnikov M.I., Esaulov S.Yu., Ilyin I.R. Light eVTOL Possible Aerodynamic Configurations Analysis // 45th European Rotorcraft Forum (17-20 September 2019; Warsaw, Poland).
5. Мясников М.И., Есаулов С.Ю., Ивчин В.А. Возможность создания конвертоплана с электрической и гибридной силовыми установками // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2018. № 2. С. 29–36.
6. Бюшгенс А.Г., Воронин А.Ю., Кувшинов В.М., Леонтьев В.А. Синтез алгоритмов системы управления беспилотного летательного аппарата типа конвертоплан // Ученые записки ЦАГИ. 2018. Т. XLIX. №2. С. 39–61.
7. Артамонов Б.Л., Шайдаков В.И. Алгоритм выполнения конвертопланом переходных режимов полета // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 1. С. 27–40.
8. Mehra R.K., Prasanth R. K., Gopaldaswamy S. XV-15 Tiltrotor Flight Control System Design Using Model Predictive Control // IEEE Aerospace Conference Proceedings (21-28 March 1998; Snowmass, CO, USA). DOI: 10.1109/AERO.1998.687905
9. Maisel M.D., Giulianetti D.J., Dugan D.C. The History of the XV-15 Tilt Rotor Research Aircraft: From Concept to Flight. Monograph in Aerospace History #17. The NASA History Series. NASA SP-2000-4517. – Washington, D.C., 2000. – 194 p.
10. Goldstein K.W., Dooley L.W. V-22 Control Law Development // 42nd Annual Forum of the American Helicopter Society (02-04 June 1986; Washington, D.C.), pp. 673-684.
11. Ballauer W.L., Leet J.R., Mitchell J., Eck D.R. Testing of the V-22 Flight Control System // 46th Annual Forum of the American Helicopter Society (1990; Washington, D.C.), pp.1147-1160.
12. King D.W., Dabundo C., Kisor R.L., Agnihotri A. V-22 Load Limiting Control Law Development // 49th American Helicopter Society International Annual Forum (19-21 May 1993; St. Louis, Missouri, USA), pp. 201-214.
13. Баженев С.Г. Основы динамики полета. – М.: Физматлит, 2021. – 432 с.
14. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н. и др. Динамика полета: Учебник / Под ред. академика Г.С. Бюшгенса. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: Машиностроение, 2017. – 775 с.
15. Браверман А.С., Вайнтриб А.П. Динамика вертолета. Предельные режимы полета. – М.: Машиностроение, 1988. – 278 с.
16. Padfield G.D. Helicopter Flight Dynamics: Including a Treatment of Tiltrotor Aircraft. – 3rd edition. - Wiley, 2018. – 856 p.
17. Есаулов С.Ю., Бахов О.П., Дмитриев И.С. Вертолет как объект управления. – М.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
18. Миль М.Л., Некрасов А.В., Браверман А.С. и др. Вертолеты: расчет и проектирование. – Т 1. Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1966. – 457 с.
19. Johnson W. Rotorcraft Aeromechanics. – Cambridge University Press, 2013. - 944 p.
20. Leishman J.G. Principles of helicopter aerodynamics. – 2nd edition. - Cambridge University Press, 2006. – 826 p.
21. Bramwell A.R.S., Done G.T.S., Balmford D. Bramwell's Helicopter Dynamics. – 2nd edition. – Butterworth-Heinemann, 2001. - 373 p.
22. Ferguson S.W. A Mathematical Model for Real Time Flight Simulation of a Generic Tilt-Rotor Aircraft. NASA Contractor Report CR-166536. 1988, Rev. A. 538 p.
23. Kundu A.K., Price M.A., Riordan D. Conceptual Aircraft Design: An Industrial Approach. - First Edition. - John Wiley & Sons, 2018. - 984 p.
24. Бочкарев А.Ф., Адреевский В.В., Белоконов В.М. и др. Аэромеханика самолета. – М.: Машиностроение, 1985. – 360 с.

References

1. Esaulov S.Yu., Myasnikov M.I., Il'in I.R. *Polet. Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal*, 2022, no. 5, pp. 30-39.
2. Myasnikov M.I., Esaulov S.Y., Ilyin I.R. Flight Performance Estimation for EVTOL Quadcopter Configurations. *47th European Rotorcraft Forum (06-09 September 2021, held online)*.
3. Myasnikov M.I., Esaulov S.Y., Ilyin I.R. VTOL Aerodynamic Configurations Analysis for Urban Air Mobility. *76th Annual Forum & Technology Display (05-08 October 2020, held online)*. DOI: 10.4050/F-0076-2020-1644
4. Myasnikov M.I., Esaulov S.Y., Ilyin I.R. Light eVTOL Possible Aerodynamic Configurations Analysis. *45th European Rotorcraft Forum (17-20 September 2019; Warsaw, Poland)*.
5. Myasnikov M.I., Esaulov S.Yu., Ivchin V.A. *Polet. Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal*, 2018, no. 2, pp. 29-36.
6. Byushgens A.G., Voronin A.Yu., Kuvshinov V.M., Leont'ev V.A. *Uchenye Zapiski TsAGI*, 2018, vol. XLIX, no. 2, pp. 39-61.
7. Artamonov B.L., Shydakov V.I. Algorithm of transient flight modes performance by convertiplane. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 1, pp. 27-40.
8. Mehra R.K., Prasanth R.K., Gopaldaswamy S. XV-15 Tiltrotor Flight Control System Design Using Model Predictive Control. *IEEE Aerospace Conference Proceedings (21-28 March 1998; Snowmass, CO, USA)*. DOI: 10.1109/AERO.1998.687905
9. Maisel M.D., Giulianetti D.J., Dugan D.C. *The History of the XV-15 Tilt Rotor Research Aircraft: From Concept to Flight*. Monograph in Aerospace History #17. The NASA History Series. NASA SP-2000-4517. Washington, D.C., 2000, 194 p.
10. Goldstein K.W., Dooley L.W. V-22 Control Law Development. *42nd Annual Forum of the American Helicopter Society (02-04 June 1986; Washington, D.C.)*, pp. 673-684.
11. Ballauer W.L., Leet J.R., Mitchell J., Eck D.R. Testing of the V-22 Flight Control System. *46th Annual Forum of the American Helicopter Society (1990; Washington, D.C.)*, pp.1147-1160
12. King D.W., Dabundo C., Kisor R.L., Agnihotri A. V-22 Load Limiting Control Law Development. *49th American Helicopter Society International Annual Forum (19-21 May 1993; St. Louis, Missouri, USA)*, pp. 201-214.
13. Bazhenov S.G. *Osnovy dinamiki poleta (Fundamentals of Flight Dynamics)*, Moscow, Fizmatlit, 2021, 432 p.
14. Efremov A.V., Zakharchenko V.F., Ovcharenko V.N. et al. *Dinamika poleta (Flight dynamics)*, 2nd ed. Moscow, Mashinostroenie, 2017, 775 p.
15. Braverman A.S., Vaintrub A.P. *Dinamika vertoleta. Predel'nye rezhimy poleta (Helicopter dynamics. Limiting flight modes)*, Moscow, Mashinostroenie, 1988, 278 p.
16. Padfield G.D. *Helicopter Flight Dynamics: Including a Treatment of Tiltrotor Aircraft*. 3rd edition. Wiley, 2018, 856 p.
17. Esaulov S.Yu., Bakhov O.P., Dmitriev I.S. *Vertolet kak ob'ekt upravleniya (Helicopter as a control object)*, Moscow, Mashinostroenie, 1977, 192 p.
18. Mil' M.L., Nekrasov A.V., Braverman A.S. et al. *Vertolety: raschet i proektirovanie. T. 1. Aerodinamika (Helicopters: calculation and design. Vol. 1. Aerodynamics)*, Moscow, Mashinostroenie, 1966, 457 p.
19. Johnson W. *Rotorcraft Aeromechanics*. Cambridge University Press, 2013, 944 p.
20. Leishman J.G. *Principles of helicopter aerodynamics*. 2nd edition. Cambridge University Press, 2006, 826 p.
21. Bramwell A.R.S., Done G.T.S., Balmford D. *Bramwell's Helicopter Dynamics*. 2nd edition. Butterworth-Heinemann, 2001, 373 p.
22. Ferguson S.W. *A Mathematical Model for Real Time Flight Simulation of a Generic Tilt-Rotor Aircraft*. NASA Contractor Report CR-166536. 1988, Rev. A. 538 p.
23. Kundu A.K., Price M.A., Riordan D. *Conceptual Aircraft Design: An Industrial Approach*. John Wiley & Sons, 2018, 984 p.
24. Bochkarev A.F., Adreevskii V.V., Belokonov V.M. et al. *Aeromekhanika samoleta (Aircraft Aeromechanics)*, Moscow, Mashinostroenie, 1985, 360 p.

Статья поступила в редакцию 05.07.2023; одобрена после рецензирования 03.08.2023; принята к публикации 07.08.2023.

The article was submitted on 05.07.2023; approved after reviewing on 03.08.2023; accepted for publication on 07.08.2023.