УДК.621.396

Анализ надёжности связи в каналах с быстрыми и медленными замираниями.

А.И. Фомин, Айман Хамад

В статье представлен обобщенный метод для вычисления надёжности связи в различных каналах с быстрыми и медленными замираниями.

В многолучевых каналах, к которым относятся тропосферные, ионосферные, УКВ каналы в городских условиях и др, свойственно наличие быстрых и медленных замираний, которые можно рассматривать как результат случайных изменений коэффициента передачи радиоканала μ. В дальнейшем считаем, что изменение сигнала на входе приемника не зависит от мощности полезного сигнала и определяется только параметрами радиоканала.

В городских условиях, функция плотности вероятности огибающей сигнала, описывающая быстрые замирания, меняется в зависимости от условий распространения. При этом меняется не только вид функции от Релея до Райса, но и числовые значения моментов. В этом случае, для описания плотности вероятности быстрых флуктуаций сигналов целесообразно использовать m-распределение [1], хорошо аппроксимирующее результаты экспериментальных исследований для различных каналов, а также некоторые широко применяемые распределения:

$$W(z) = \frac{2}{\Gamma(m_1)}\left(\frac{m_1}{\Omega_1}\right)^{m_1} z^{2m_1-1} \exp\left(-\frac{z^2}{\Omega_1} m_1\right), \tag{1}$$

где $\Gamma(m_1)$ - гамма функция [2]; $m_1 \geq 0.5$; $\Omega_1 = \overline{\left\langle z^2 \right\rangle}$ - параметры распределения.

Известно [1], что m-распределение при изменении параметра m_1 хорошо описывает известные законы: при $m_1 = 1$ получаем закон **Рэлея,** для $m_1 = 2 \div 3$ -достаточно точно аппроксимирует распределение **Райса**. Предполагаем также, что замирания являются общими.

Помимо быстрых, в канале присутствуют медленные замирания, вызванные случайными изменениями среднеквадратического значения сигнала $u = \sqrt{\Omega_1}$. Как показано в [3,4,5] медленные замирания обычно подчиняются логарифмически-нормальному закону.

$$W(u) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\frac{1}{u}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\left(\ln u - a\right)^2\right), \tag{2}$$

где $a=\overline{\langle \ln u \rangle}$, $\sigma_1^2=\overline{\left\langle (\ln u)^2 \right\rangle}-\left[\overline{\langle \ln u \rangle}\right]^2$ - математическое ожидание и дисперсия случайной величины $\ln u$, измеряемые в неперах [нп].

Преобразуем формулу (2), введя медианное значение u_m случайной величины u. На основании известного преобразования

$$0.5=\int_0^{u_m} W(u)du$$

можно найти, что для функции (2) приведенное равенство выполняется в случае $a=\ln u_m$.

Подставляя выражение $a=\ln u_m$ в формулу (2) и переходя к новой переменной $y=u/u_m$, получим преобразованное выражение

$$W(y)=\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\frac{1}{y}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\ln^2 y\right). \qquad (3)$$

Плотность вероятности огибающей сигнала (1) при наличии медленных флуктуаций становится условной $W\left(z/\Omega_1 \right)$, т.е. определенной для заданного значения Ω_1. Безусловная плотность $W(z)$ может быть найдена усреднением совместной функции плотности вероятности $W\left(z,\Omega_1\right)$ по всем Ω_1 [5]:

$$W(z)=\int_0^{\infty} W\left(z,\Omega_1\right)d\Omega_1=\int_0^{\infty} W\left(z/\Omega_1\right)W(\Omega_1)d\Omega_1. \qquad (4)$$

Получить аналитическое выражение функции $W(z)$ при подстановке (1) и (3) в (4) не удаётся в связи с математическими трудностями. Задача решается путём аппроксимации функции (2).

Аппроксимируем функцию плотности вероятности (2) m-распределением, при этом (1) будет описывать медленные изменения принимаемого сигнала с параметрами Ω, m.

Подобная аппроксимация возможна при условии равенства первых двух начальных моментов указанных распределений [1], которые описываются соответствующими выражениями:

для m-распределения (1) согласно [1]:

$$M_1=\sqrt{\frac{\Omega}{m}}\frac{\Gamma(m+0.5)}{\Gamma(m)}, \quad M_2=\Omega;$$

для логнормального закона (3) согласно [1]:

$$M_1'=\exp\left(\frac{\sigma_1^2}{2}\right), \quad M_2'=\exp\left(2\sigma_1^2\right).$$

Определим граничные значения параметров, при которых возможна аппроксимация. Решая систему уравнений, получим равенство:

$$\exp\left(-\frac{\sigma_1^2}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{\Gamma(m+0.5)}{\Gamma(m)} \ ,$$

из которого для минимально возможного значения $m = 0.5$ может быть найдено максимальное значение $\sigma_1^2 = 0.446[\text{нп}]$, выше которого аппроксимация m-распределением не возможна.

В документах МККР числовые значения результатов экспериментов выражаются в [дБ] и в соответствии с переходной формулой от [нп] в [дБ] $\lg x = 0.4343 \ln x$, граничной при $m_1 = 0.5$ величине $\sigma_1 = 0.667[\text{нп}]$ соответствует величина $\sigma_2 \approx 6\text{дБ}$.

Как показано, в [3,4], подтверждаемых документациями [МККР] величина σ_2 в зависимости от места нахождения мобильных терминалов принимает граничные значения, приведенные таблица.1.

Таблица.1

	В крупных городах	В пригородах	В сельской местности
Дисперсия σ_2	$\sigma_2 \cong 10$ дБ	$\sigma_2 \cong 6$ дБ	$\sigma_2 \cong 2-3$ дБ

Определим аналитическое выражение функции $W(z)$ в соответствии с выражением (4) для случая слабых и средних замираний $\sigma_2 \le 6\text{дБ}$ для выбранной аппроксимации логнормального распределения (3) величины $u = \sqrt{\Omega_1}$ m-распределением

$$W(u) = \frac{2}{\Gamma(m\ )}\left(\frac{m}{\Omega}\right)^m u^{2m-1} \exp\left(-u^2 \frac{m}{\Omega}\right).$$

Осуществляя переход к новой переменной $y = u^2 = \Omega_1$, и подставляя в (4), полученную функцию

$$W(y) = \frac{1}{\Gamma(m\ )}\left(\frac{m}{\Omega}\right)^m y^{m-1} \exp\left(-y \frac{m}{\Omega}\right),$$

а также функцию плотности вероятности (1) , получим табличный интеграл, который согласно [2] равен

$$W(z) = \frac{4}{\Gamma(m)\Gamma(m_1)}\left(\frac{mm_1}{\Omega}\right)^{\frac{m+m_1}{2}} z^{m+m_1-1} K_{m-m_1}\left(2\sqrt{z^2 \frac{mm_1}{\Omega}}\right), \qquad (5)$$

где $K_\nu(\chi)$ - модифицированная функция Бесселя [2].

Рассмотрим поведение распределения (5) для конкретных значений параметров m и m_1, соответствующих различным наиболее наблюдаемым распределениям. При $m_1 = 1$ плотность вероятности огибающей в случае быстрых замираний описывается законом Релея и функция $W(z)$ имеет вид:

$$W_1(z) = \frac{4}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{\frac{m+1}{2}} z^m K_{m-1}\left(2\sqrt{z^2 \frac{m}{\Omega}}\right) \quad . \tag{6}$$

При $m = 0.5$ ($\sigma_2 \approx 6$дБ) функция Бесселя определяется выражением [5]:

$$K_{-0.5}(\chi) = \sqrt{\frac{\pi}{2\chi}} e^{-\chi}, \text{ где } \quad \chi = 2\sqrt{z^2 \frac{m}{\Omega}}.$$

В результате подстановки данного выражения в формулу (6), функция плотности вероятности огибающей преобразуется к виду:

$$W_2(z) = \sqrt{\frac{2}{\Omega}} \exp\left(-z\sqrt{\frac{2}{\Omega}}\right). \tag{7}$$

При $m = 2.5$ ($\sigma_2 \approx 3$дБ), функция Бесселя преобразуется к виду [2]:

$$\mathrm{K}_{1.5}(\chi) = \sqrt{\frac{\pi}{2\chi}} e^{-\chi} \left[\frac{\chi + 1}{\chi}\right] \tag{8}$$

и функция плотности вероятности огибающей (6) описывается формулой

$$W_3(z) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)} \left(\frac{2.5}{\Omega}\right)^{\frac{3}{2}} \left(z^2 + z \Big/ 2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right)}\right) \exp\left(-2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right)} z\right). \tag{9}$$

Как отмечалось выше, при наличии медленных глубоких замираний сигнала, для которых $6\text{дБ} < \sigma_2 \le 10\text{дБ}$, проведенная аппроксимация, справедливая для $\sigma_2 \le 6\text{дБ}$, не может быть использована.

Применяем другой подход при определении аппроксимации функции плотности вероятности огибающей сигнала где $\sigma_2 \le 10\text{дБ}$, которую в отличие ранее используемой $W(z)$ обозначим $W(y)$.

В формуле безусловной плотности вероятности (4) огибающей при наличии медленных и быстрых замираний используются истинные функции плотности вероятности. Например, при описании быстрых замираний используется закон Релея, а при описании медленных замираний - логарифмически-нормальный закон (3). В результате подстановки в (4) условной функции плотности вероятности $W\left(y/z\right)$, описываемой формулой (1), при $m_1 = 1$ и функции логнормального закона $W(z)$, описываемой формулой (3), получим интеграл:

$$W(y) = \frac{2y}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{z^3} \exp\left(-\frac{y^2}{z^2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}(\ln z)^2\right) dz \,. \tag{10}$$

Данный интеграл вычисляется на компьютере с помощью стандартных программ, при условии ограничения верхнего предела интегрирования величиной $z_0 = 1000$, с шагом дискретизации величину y , Результаты вычисления приведены на Рис.1.

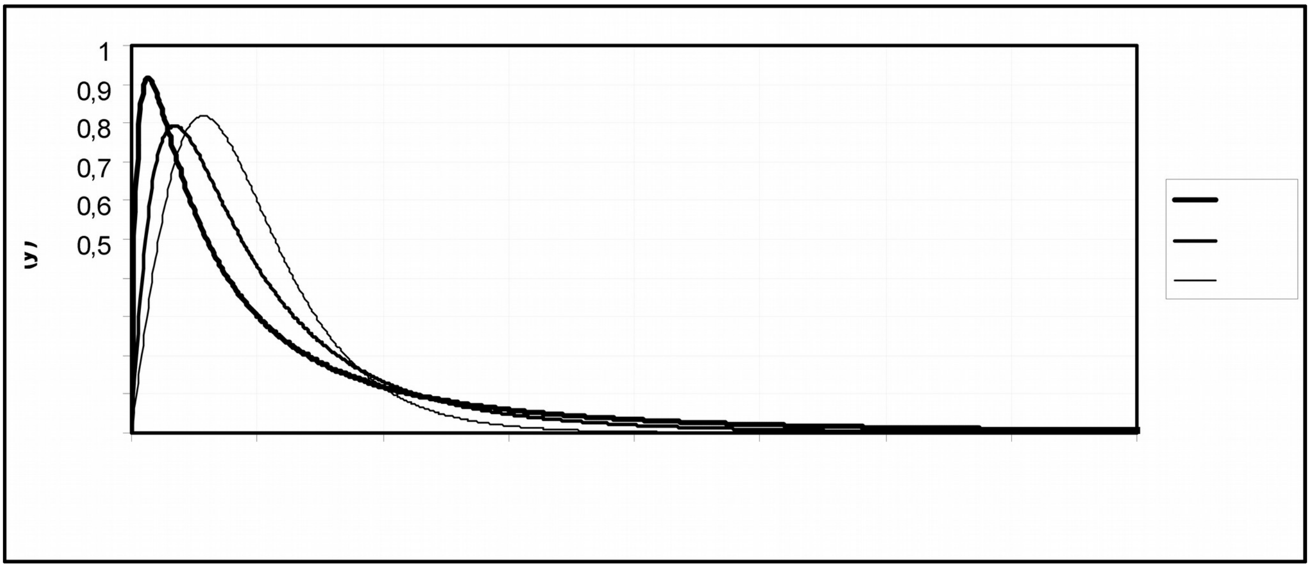

Рис.1. Функция плотности вероятности огибающей $W(y)$ для 3 случаев ($W_1(y)$ $\sigma_2 = 10$Б ,$W_2(y)$ $\sigma_2 = 6$Б ,$W_3(y)$ $\sigma_2 = 3$Б).

Результаты вычислений моментов распределения свидетельствуют о том , что их значения при $z_0 \geq 1000$ практически не меняются и погрешность вычисления незначительна.

Рассмотрим аппроксимацию функции плотности вероятности $W(y)$, полученную в результате численного интегрирования формулы (10) .

Как показано в [1], функция плотности вероятности $W(y)$, существующая при положительных значениях аргумента $0 \le y \le \infty$, достаточно точно аппроксимируется первым членом ряда Лагерра, который совпадает с гамма-распределением.

$$W_{\Gamma}(y) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} y^{\alpha} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), \tag{11}$$

где действительные числа $\alpha > -1$ и $\beta > 0$ представляют параметры распределения, $\Gamma(\alpha+1)$ - гамма-функция.

Параметры гамма-распределения α и β определяются согласно [1] через среднее значение m_y и дисперсию σ_y^2 по формулам:

$$\alpha = \frac{m_y^2}{\sigma_y^2} - 1 \qquad \text{и} \qquad \beta = \frac{\sigma_y^2}{m_y}$$

Первый и второй начальные моменты плотности вероятности гамма-распределения определяются выражениями [1,5]:

$M_1' = (\alpha+1)\beta$, $\qquad M_1' = (\alpha+1)(\alpha+2)\beta^2$.

Аппроксимируем функцию плотности вероятности, полученную в результате численного интегрирования формулы (10) для значения $z_0 = 1000$ функцией (11).

Как и ранее, при аппроксимации приравняем начальные моменты распределения, полученного численным методом M_1 и M_2, и моменты M_1' и M_2' распределения (11). После элементарных преобразований получим:

$$\beta = \frac{M_2 - M_1^2}{M_1}, \qquad \alpha = \frac{\mathrm{M}_1 - \beta}{\beta} \quad . \tag{12}$$

Результаты вычисления выражения (12) для случая $\sigma_2 = 3дБ$, $\sigma_2 = 6дБ$, $\sigma_2 = 10дБ$, $\sigma_2 = 15дБ$ приведены ниже в таблицах 2-5.

Таблица 2.

	10	15	100	1000	1500	
$\sigma_2 = 3дБ$	M_1	0.940	0.940	0.940	0.940	0.940
$\sigma_1 \approx 0.345нп$	M_2	1.268	1.268	1.268	1.268	1.268
	α	1.303	1.303	1.303	1.303	1.303
N_y	β	0.408	0.408	0.408	0.408	0.408

Таблица 3.

	N_y	10	15	100	1000	1500
$\sigma_2 \approx 6дБ$	M_1	1.097	1.105	1.107	1.107	1.107
$\sigma_1 \approx 0.668нп$	M_2	2.299	2.399	2.441	2.441	2.441
	0.098	0.038	0.0107	0.0107	0.0107	
	β	0.998	1.064	1.095	1.095	1.095

Таблица 4.

	N_y	10	15	100	1000	1500
$\sigma_2 = 10дБ$	M_1	1.340	1.486	1.713	1.726	1.720
$\sigma_1 \approx 1.152нп$	M_2	4.579	6.366	13.131	14.207	14.211
	α	-0.354	-0.468	-0.711	-0.736	-0.736
	β	2.076	2.798	5.949	6.537	6.539

Таблица 5.

$\sigma_2 = 15дБ$ $\sigma_1 \approx 1.93нп$	N_y	10	15	100	1000	1500	2000
	M_1	1.338	1.718	3.805	5.348	5.408	5.420
	M_2	5.82	10.54	104.44	574.49	646.32	665.89
	α	-0.55	-0.61	-0.83	-0.94	-0.95	-0.95
	β	3.013	4.419	5.911	102.065	114.085	117.42

В таблицах N_y - интервал существования величины y, на котором укладывается $N = N_y / \Delta y$ значений y с шагом $\Delta y = 0.1$.

В соответствии с рекомендациями МККР выбор параметров радиолинии при её проектировании осуществляется с учетом заданной надёжности связи, которая является базовым показателем и определяется при кратковременных прерываниях, как процент времени, в течение которого вероятность ошибочного приёма символа должна быть не больше заданной.

В городских условиях при наличии замираний сигналов требуемая надёжность установлена не менее 95%[6].

Если для обеспечения заданной вероятности ошибочного приёма в канале без замираний требуется отношение сигнал/шум на бит информации $h_П^2$, то для обеспечения той же самой вероятности в канале с замираниями, потребуется большее значение отношения сигнал/шум h_o^2, которое достигается в результате увеличения энергии в $K = \frac{h_0^2}{h_П^2}$ раз.

Запас по энергетике в K раз определяется, как увеличение мощности передающего устройства в канале без замираний, необходимое для обеспечения неизменной заданной вероятности ошибки в канале с замираниями в течение определенного процента времени.

Величина отношения сигнал/шум на входе приёмника при наличии замираний является случайной величиной и может быть записана в виде $h_2^2 = \mu^2 h_o^2$, где μ - случайный коэффициент передачи канала, описывающий быстрые и медленные замирания, h_o^2 - среднее значение отношение сигнал/шум, h_2^2 - текущее отношение сигнал/шум при наличии замираний.

Надёжность связи по существу определяет значение вероятности превышения случайным отношением сигнал/шум в канале $P(h_2^2 > h_П^2) = A$ величины порогового значения $h_П^2$, необходимое для получения требуемой вероятности ошибки.

Как показано выше функция плотности вероятности огибающей сигнала при наличии быстрых и медленных замираний может быть аппроксимирована гамма-распределением (11)

$$W_Г(y) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} y^{\alpha} \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right).$$

Используя функцию плотности вероятности $W_Г(y)$ (11), найдем функцию плотности вероятности $W(z)$ мощности сигнала, осуществляя переход к новой переменной $z = y^2$:

$$W(z) = \frac{1}{2\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} z^{\frac{\alpha-1}{2}} \exp\left(-\frac{\sqrt{z}}{\beta}\right).$$

В формуле $h_2^2 = \mu^2 h_o^2$ обозначим $x = h_2^2$, $y^2 = \mu^2 = z$, тогда плотность вероятности случайной функции $x = zh_0^2$ при известной плотности $W(z)$ и в результате известных преобразований записывается в виде

$$W(x) = \frac{1}{2\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)h_0^2}\left(\frac{x}{h_0^2}\right)^{\frac{\alpha-1}{2}} \exp\left(-\sqrt{\frac{x}{h_0^2}}\frac{1}{\beta}\right).$$

Надёжность связи определяется выражением $P(h_2^2 > h_П^2) = A$, которое с учетом введенных обозначений может быть представлена в виде:

$$A = \int_{h_П^2}^{\infty} W(x)dx.$$

В результате подстановки выражения $W(x)$ будет получен табличный интеграл:

$$A = \frac{1}{2\beta^{\alpha-1}\Gamma(\alpha+1)\left(h_0^2\right)^{\frac{\alpha+1}{2}}} \int_{h_П^2}^{\infty} (x)^{\frac{\alpha-1}{2}} \exp\left(-\sqrt{\frac{x}{h_0^2}}\frac{1}{\beta}\right)dx,$$

который согласно [2] равен:

$$A = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)}\Gamma\left(\alpha+1, \sqrt{\frac{h_П^2}{h_0^2}}\frac{1}{\beta}\right), \tag{13}$$

где $\Gamma(\nu, x)$ - неполная гамма функция, которая согласно [2] может быть представлена рядом

$$\Gamma(\nu, x) = \Gamma(\nu) - \frac{x^{\nu}}{\nu}\left[1 - \frac{\nu x}{(\nu+1)} + \frac{\nu x^2}{2!(\nu+2)}\cdots\right].$$

Как следует из таблиц 3-5, при $\sigma_2 \geq 6дБ$ величина $\beta > 1$ и аргумент функции $\Gamma(\nu, x)$ удовлетворяет условию $x = \sqrt{\frac{h_П^2}{h_0^2}}\frac{1}{\beta} << 1$, что позволяет использовать аппроксимацию функции

$\Gamma(\nu, x)$ первым членом ряда с ошибкой аппроксимации меньше величины первого отброшенного члена ряда.

Таким образом, в результате аппроксимации можно представить гамма-функцию в следующем виде:

$$\Gamma\left(\alpha+1, \sqrt{\frac{h_{П}^2}{h_0^2}\frac{1}{\beta}}\right) = \Gamma(\alpha+1) - \frac{\left(\sqrt{\frac{h_{П}^2}{h_0^2}\frac{1}{\beta}}\right)^{\alpha+1}}{\alpha+1}. \qquad (14)$$

Подставляя выражение (14) в формулу (13), получим аппроксимирующую формулу:

$$A = 1 - \frac{\left(\sqrt{\frac{h_{П}^2}{h_0^2}\frac{1}{\beta}}\right)^{\alpha+1}}{(\alpha+1)\Gamma(\alpha+1)}. \qquad (15)$$

В результате преобразования получаем коэффициент запаса:

$$K = \frac{h_0^2}{h_{П}^2} = \frac{1}{\beta^2}\left[(1-A)\Gamma(\alpha+2)\right]^{-\frac{2}{\alpha+1}}. \qquad (16)$$

Результаты вычислений значения K для случаев $\sigma_2 = 3дБ$, $\sigma_2 = 6дБ$, $\sigma_2 = 10дБ$ приведены в виде графиков на рис 2 и в таблице 5.

Для случае $\sigma_2 = 3дБ$ используется точное выражение (13) для получения коэффициента запаса

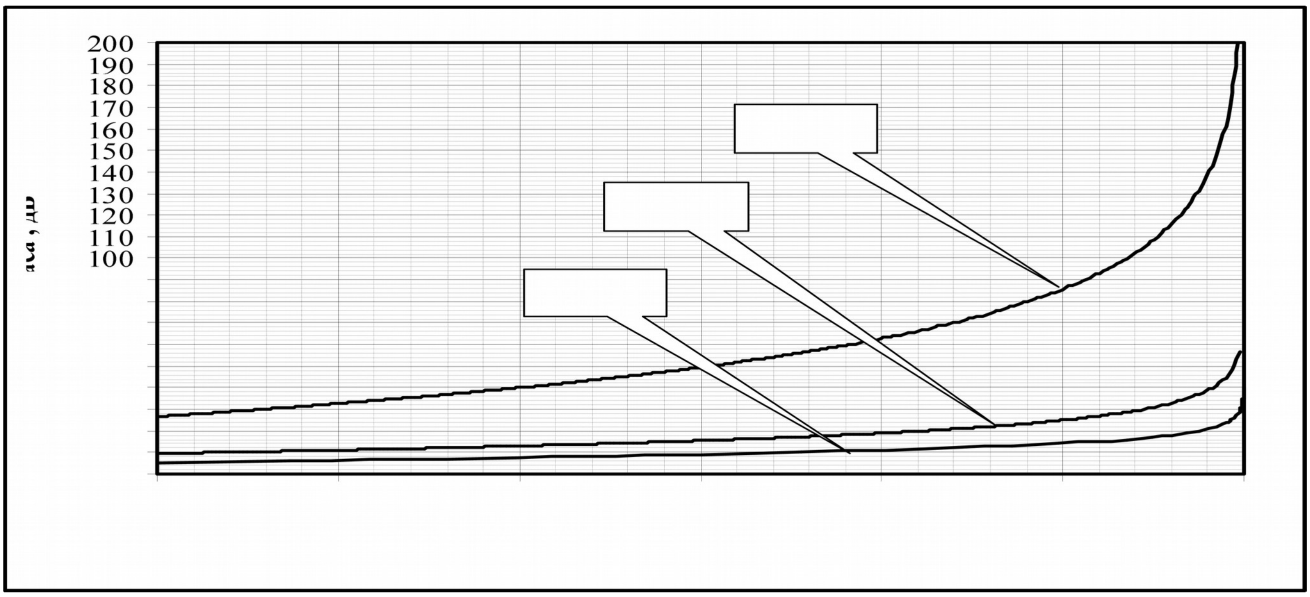

Рис.2. Коэффициент запаса в дБ в зависимости от надёжности связи для случаев $\sigma_2 = 10дБ$, $\sigma_2 = 6дБ$, $\sigma_2 = 3дБ$ и соответственно таблица 5.

Таблица 5.

Надёжность	Коэфф. запаса, дБ. При аппроксимации гамма-распределением			Коэфф. запаса, дБ. При аппроксимации m-распределением	
	$\sigma_2 = 3дБ$	$\sigma_2 = 6дБ$	$\sigma_2 = 10дБ$	$\sigma_2 = 3дБ$	$\sigma_2 = 6дБ$
0,75	6.29	9.95	32.63	6.00	11.08
0,76	6.52	10.36	33.97	6.25	11.43
0,77	6.75	10.79	35.37	6.50	11.80
0,78	7.00	11.23	36.84	6.69	12.18
0,79	7.25	11.68	38.37	7.02	12.58
0,80	7.51	12.16	39.97	7.42	13.00
0,81	7.78	12.66	41.66	7.63	13.44
0,82	8.06	13.18	43.44	7.80	13.90
0,83	8.35	13.73	45.32	8.11	14.40
0,84	8.66	14.30	47.31	8.42	14.92
0,85	8.99	14.91	49.44	8.73	15.47
0,86	9.33	15.56	51.71	9.12	16.06
0,87	9.69	16.25	54.14	9.53	16.70
0,88	10.08	17.00	56.78	9.81	17.39
0,89	10.50	17.80	59.64	10.32	18.14
0,90	10.95	18.68	62.78	10.74	18.96
0,91	11.45	19.64	66.24	11.21	19.86
0,92	11.99	20.71	70.12	11.88	20.87
0,93	12.06	21.92	74.51	12.40	22.02
0,94	13.29	23.30	79.58	13.21	23.35
0,95	14.10	24.93	85.58	14.00	24.91
0,96	15.07	26.91	92.92	15.00	26.83
0,97	16.30	29.46	102.39	16.31	29.30
0,98	18.00	33.02	115.73	18.20	32.79
0,99	20.84	39.09	138.53	21.00	38.74

Вычислим коэффициент запаса для случая аппроксимации логнормального закона m-распределением.

В случае $\sigma_2 \approx 6дБ$ плотность вероятности огибающей описывается формулой (7):

$$W_2(z) = \sqrt{\frac{2}{\Omega}} \exp\left(-z\sqrt{\frac{2}{\Omega}}\right).$$

Соответственно плотность вероятности мощности $x = z^2$ описывается формулой.

$$W_2(x) = \sqrt{\frac{1}{2\Omega}} x^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\sqrt{x\frac{2}{\Omega}}\right).$$

В формуле $h_2^2 = \mu^2 h_o^2$ обозначим $y = h_2^2$, $x = \mu^2$, тогда плотность вероятности случайной функции $y = xh_0^2$ при известной плотности $W(x)$:

$$W_2(y) = \sqrt{\frac{1}{2\Omega}} \left(\frac{y}{h_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{\Omega h_0^2} y}\right).$$

Надёжность связи определяется формулой:

$$A = \int_{h_П^2}^{\infty} W_2(y) dy,$$

которая в результате подстановки выражения $W_2(y)$ сводится к табличному интегралу:

$$A = \sqrt{\frac{1}{2\Omega}} \left(\frac{1}{h_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \int_{h_П^2}^{\infty} y^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{\Omega h_0^2} y}\right) dy.$$

Данный интеграл в результате преобразования переменной $y = x^2$ равен согласно [2] :

$$A = \Gamma\left(1, \sqrt{2}\sqrt{\frac{h_П^2}{h_{01}^2}}\right), \text{ где } \qquad h_{01}^2 = \Omega h_0^2 \ . \tag{17}$$

Представляя неполную гамма-функцию в соответствии с [2], формулу (17) представим в виде:

$$A = \exp\left(-\sqrt{2}\sqrt{\frac{h_П^2}{h_{01}^2}}\right).$$

В результате преобразования данного выражения коэффициент запаса будет равен:

$$K = \frac{h_0^2}{h_П^2} = \frac{2}{\Omega} \frac{1}{\ln^2 A}. \tag{18}$$

В случае $\sigma_2 = 3дБ$ плотность вероятности огибающей описывается формулой (9):

$$W_3(z) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)} \left(\frac{2.5}{\Omega}\right)^{\frac{3}{2}} \left(z^2 + z \Big/ 2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right)}\right) \exp\left(-2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right)} z\right).$$

Соответственно плотность вероятности мощности $x = z^2$ описывается формулой:

$$W_3(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)} \left(\frac{2.5}{\Omega}\right)^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(1 + 1 \Big/ 2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right) x}\right) \exp\left(-2\sqrt{\left(\frac{2.5}{\Omega}\right) x}\right).$$

В формуле $h_2^2 = \mu^2 h_o^2$ обозначим $y = h_2^2$, $x = \mu^2$, тогда плотность вероятности случайной функции $y = xh_0^2$ при известной плотности $W_3(x)$ представим в следующем виде:

$$W(y)=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)}\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)^{\frac{3}{2}} y^{\frac{1}{2}}\left(1+1\Big/2\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)y}\right)\exp\left(-2\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)y}\right). \quad \text{где} \quad h_{o2}^2=\Omega h_0^2$$

Надёжность связи в результате подстановки выражения $W(y)$ определяется формулой:

$$A=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)}\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_{h_{\Pi}^2}^{\infty} y^{\frac{1}{2}}\left(1+1\Big/2\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)y}\right)\exp\left(-2\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)y}\right)dy\,.$$

Данный интеграл в результате преобразования переменной $y=x^2$ сводится к табличному интегралу

$$A=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)}\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_{h_{\Pi}}^{\infty} x^2\exp\left(-2x\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)}\right)dx+\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5)}\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)\int_{h_{\Pi}}^{\infty} x\exp\left(-2x\sqrt{\left(\frac{2.5}{h_{o2}^2}\right)}\right)dx\,,$$

который согласно [2] равен:

$$A=\frac{\sqrt{\pi}}{4\Gamma(2.5)}4\Gamma\left(3,2\sqrt{2.5\frac{h_{\Pi}^2}{h_{o2}^2}}\right)+\frac{\sqrt{\pi}}{4\Gamma(2.5)}\Gamma\left(2,2\sqrt{2.5\frac{h_{\Pi}^2}{h_{o2}^2}}\right). \tag{19}$$

Зависимость коэффициента запаса от надёжности связи для случаев $\sigma_2 = 3$Б ,$\sigma_2 = 6$Б при аппроксимации логнормального закона m-распределением приведена на рис.3, результаты вычисления коэффициента запаса приведены в таблице 5.

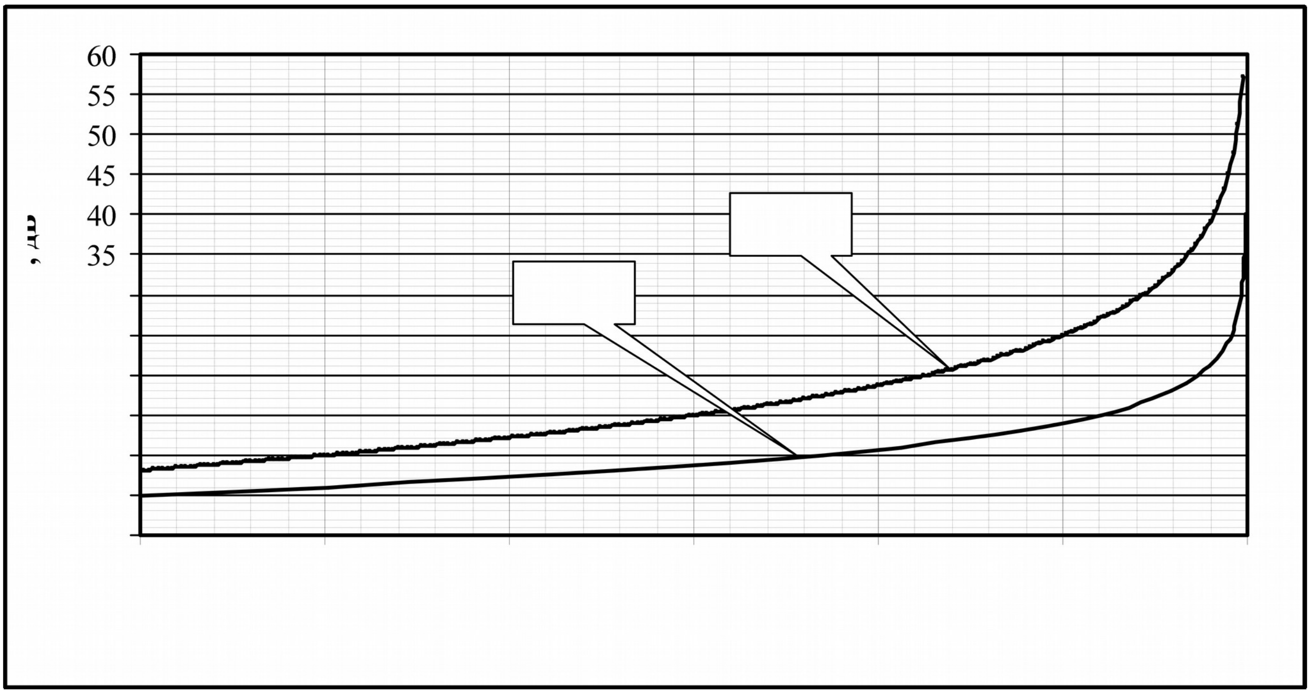

Рис.3

На рис.4 приведены графики зависимости коэффициента запаса при различных способах аппроксимаций для случаев $\sigma_2 = 6Б$ $\sigma_2 = 3Б$.

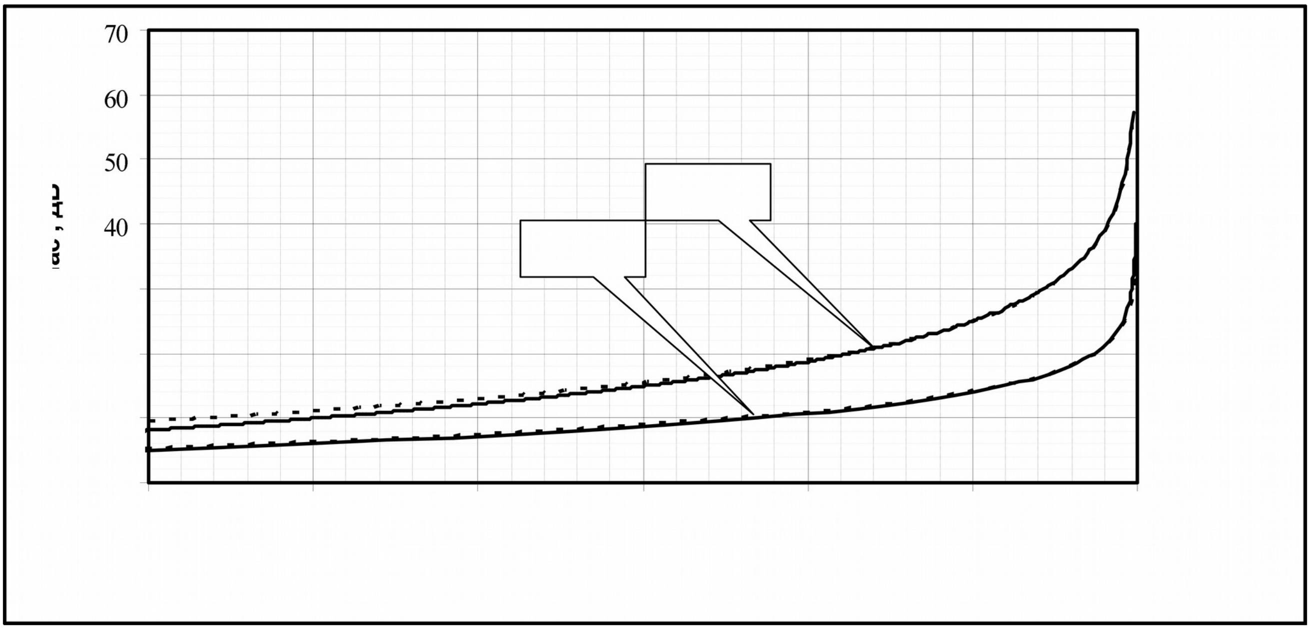

Рис.4.

Сравнение значений коэффициента запаса, приведенных в таблице 5 для различных аппроксимаций, показывает пренебрежимо малое для практики отличие результатов, что позволяет использовать любой из рассмотренных способов аппроксимации.

Выводы:

1. Получены общие формулы коэффициента запаса в зависимости от надёжности связи при наличии быстрых и медленных замираний.
2. Показано возможность использования при вычислении коэффициента запаса любого из двух рассмотренных способов аппроксимации, обеспечивающих допустимое для практики совпадение результатов.
3. Полученные в результате аппроксимаций точные выражения доведены до простых инженерных формул.

Литература

1. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника, М.: Сов. Радио, 1966.-680 с.

2. Градштейн И.С, Рыжик. И.М . Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений . - М.: Физматгиз,1963.-1108 с.

3. Бобков В.Ю., Системы мобильной связи с кодовым разделением каналов / / С.-Пб. ГУТ. - 1999.

4. Бернaлд С. Цифровая связь (Теоретические основы и практическое применение), изд. дом Вильямс, 2003.-1099 с.

5. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. -М.: Радио, 1970.-600с.

6. Тепляков И.М.Основы построения телекоммуникационных систем и сетей. - М.: Радио и связь, 2004.-327 с.

Сведения о соавторах

Анатолий Иванович Фомин, профессор кафедры радиосистем управления и передачи информации Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.;
Телефон: 8/915/2190145

Хамад Айман , аспирант кафедры радиосистем управления и передачи информации Московского авиационного института (государственного технического университета), аспирант.;
Телефон:: 8/926/5932896, e-mail: ayman-hamad@mail.ru