

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный университет»,
199034 Санкт-Петербург,
Университетская наб., д 7/9,
д.г.-м.н., профессор Аплонов
Сергей Витальевич


« 13 » _____ 2018 г.


ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу Соколова Сергея Викторовича на тему «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Динамические системы, являющиеся математическими моделями, как в задачах динамики твердого тела, так и в задачах динамики вихревых нитей и твердых тел, погруженных в идеальную жидкость, традиционно служат объектом многочисленных фундаментальных и прикладных исследований. Применение методов качественного и топологического анализа для изучения характера динамики в вышеуказанных системах и исследования устойчивости движений таких систем представляется одним из наиболее успешных подходов. Помимо перечисленных выше классических задач можно упомянуть современные проблемы анализа движения вихревых нитей в бозе-эйнштейновском конденсате, помещенном в ловушку, анализ динамики и фазовой топологии движения твердого тела вокруг неподвижной точки, содержащего полости, заполненные идеальной жидкостью, совершающей вихревое движение, которые требуют для решения задач классификации возможных типов движений, определения их устойчивости, нахождения возможных асимптотических движений применения современного аппарата топологического и качественного анализа.

В связи с этим не вызывает сомнений **актуальность темы диссертационного исследования** Соколова С.В., основной задачей и целью которого явилось применение качественных и топологических методов анализа динамических систем, возникающих при описании движений твердых тел и идеальной жидкости.

Диссертация Соколова С.В. состоит из введения, обзора литературы, семи глав, заключения и библиографии. **Во введении** дается обоснование актуальности темы исследований, сформулированы цели и задачи, приводится характеристика основных методов исследования диссертационной работы, таких как анализ устойчивости невырожденных траекторий на основе определения их типа (эллиптический/гиперболический), метод критических подсистем исследования фазовой топологии интегрируемых гамильтоновых систем, метод построения сечений Пуанкаре.

Первая глава посвящена результатам, полученным для анализа динамики двух прямолинейных вихревых нитей в жидкости, заключенной внутри области, имеющей форму бесконечного кругового цилиндра. Рассмотрены две различные задачи: задача о движении двух вихрей в классической идеальной жидкости и система двух вихревых нитей в бозе-эйнштейновском конденсате, помещенном в аксиально-симметричную ловушку. В первом разделе изложены результаты для системы двух вихрей в случае противоположных знаков интенсивностей. Аналитически получены бифуркационные диаграммы и бифуркационные комплексы, которые для обеих задач топологически эквивалентны. Второй раздел посвящен динамике двух вихрей, имеющих интенсивности одинакового знака, в конденсате. Полученная бифуркационная диаграмма имеет существенные отличия от ситуации классической идеальной жидкости.

Во второй главе рассматривается интегрируемая гамильтонова система, моделирующая движение в идеальной жидкости кругового цилиндра и вихревой нити в случае нулевой плавучести. Рассмотрены критические множества интегрального отображения с помощью чего аналитически построены бифуркационные диаграммы и бифуркационные комплексы в случае компактности интегрального многообразия и различной топологии симплектического листа. Найдены движения, соответствующие бифуркационным кривым, и исследована их устойчивость. Описываемая в данной главе интегрируемая гамильтонова система имеет важное теоретическое значение, так как представляет собой центральную проблему в теории взаимодействия твёрдого тела с точечными вихрями в плоской гидродинамике идеальной несжимаемой жидкости (аналогично случаю Эйлера, задаче трёх вихрей и проблеме Кеплера). Выделенность этого случая обусловлена тем, что при добавлении таких малых возмущений, как, например, отклонение формы

цилиндра от круговой, второй и более вихрь, отличная от нулевой плавучесть и др., система теряет свойство интегрируемости.

Третья глава содержит анализ движения в идеальной жидкости бесконечного кругового цилиндра, взаимодействующего с прямолинейными вихревыми нитями, при обтекании с отличной от нуля циркуляцией в поле силы тяжести. В отличие от вполне интегрируемой по Лиувиллю гамильтоновой системы, рассмотренной в предыдущей главе, объектом исследования в третьей главе выступает система твердого тела, взаимодействующего с вихревыми нитями в присутствии поля тяжести. В первом разделе рассмотрена система, состоящая из цилиндра и одного вихря. Получена гамильтонова форма уравнений, обобщающая результаты предыдущей главы на случай действия силы тяжести. Найдены новые режимы движения системы. Во втором разделе получены уравнения движения для цилиндра, взаимодействующего с N вихревыми нитями. Найдены первые интегралы этой системы. В третьем разделе, используя результаты, полученные в первом и втором разделах, мы демонстрируем, что даже в случае $N = 1$ при наличии силы тяжести гамильтонова система, описывающая движение цилиндра и вихря, является неинтегрируемой и демонстрирует хаотический характер динамики.

В четвертой главе рассмотрена задача о движении в идеальной жидкости твердого тела, обладающего формой кругового цилиндра, взаимодействующего с двумя прямолинейными вихревыми нитями, в поле силы тяжести. Исследована конфигурация аналогичная задаче Фёппля: цилиндр движется в поле тяжести в сопровождении вихревой пары ($N = 2$), расположенной симметрично относительно вертикальной прямой проходящей через ось цилиндра. В этом случае циркуляция вокруг цилиндра равна нулю, а уравнения движения рассматриваются на некотором инвариантном многообразии. Показано, что, в отличие от конфигурации Фёппля, в поле силы тяжести относительное равновесие вихрей невозможно. Рассмотрена ограниченная задача: цилиндр предполагается достаточно тяжелым, вследствие чего влияние вихревой пары на его падение пренебрежимо мало. Обе задачи (полная и ограниченная) в результате численного исследования демонстрируют качественно сходство. В большинстве случаев решения имеют характер рассеяния.

В пятой главе рассмотрена задача о падении в поле силы тяжести кругового цилиндра, взаимодействующего с точечным вихрем, в идеальной жидкости. Циркуляция жидкости вокруг цилиндра предполагается равной нулю. Используя автономный интеграл, проведена редукция системы на одну степень свободы в ранее не рассматривавшемся случае нулевой циркуляции. Показано, что в отличие от случая циркуляционного обтекания в отсутствии точечных вихрей, в котором движение цилиндра будет происходить в ограниченной

горизонтальной полосе, при наличии вихрей и циркуляции равной нулю вертикальная координата цилиндра неограниченно убывает. Дальнейшее внимание в главе сконцентрировано на численном исследовании динамики системы, которая при нулевой циркуляции обладает некомпактными траекториями. Построены различные виды функций рассеяния вихря на цилиндре. Вид этих функций свидетельствует о хаотическом характере рассеяния и, следовательно, об отсутствии дополнительного аналитического интеграла.

Шестая глава посвящена изложению результатов приложения методов топологического и качественного анализа к задачам динамики твердого тела. Речь идет об исследованиях, обобщающих один из важнейших классических результатов динамики твердого тела – интегрируемый случай движения твердого тела вокруг неподвижной точки, полученный С. В. Ковалевской, а именно об обобщенном двухполюсовом гиристате и волчке Ковалевской в неевклидовом случае. В первом и втором разделе представлены результаты для явного нахождения периодических решений и определения их типа по Вильямсону и нахождению новых инвариантных соотношений для одной критической подсистемы обобщенного двухполюсового гиристата. Наконец, в третьем разделе приведено описание движения волчка Ковалевской в неевклидовом пространстве, для которого, используя технику Ковалевской и Кёттера, найдены уравнения Абеля–Якоби и приведены разделяющиеся переменные на плоскости.

Седьмая глава посвящена актуальной проблеме изучения фазовой топологии и механической интерпретации одного из самых сложных интегрируемых случаев на алгебре Ли $so(4)$ с дополнительным интегралом четвертой степени – случаю Адлера–ван Мёрбеке. В первом разделе представлены результаты аналитического исследования фазовой топологии рассматриваемого случая. Получены критические точки ранга 0 отображения момента, построена бифуркационная диаграмма системы. В частности, удалось показать, что случай Адлера–ван Мёрбеке топологически неэквивалентен другим известным интегрируемым случаям на алгебре Ли $so(4)$. Во втором разделе приведена возможная механическая интерпретация рассматриваемого случая. Рассмотрена связь с несколькими классическими интегрируемыми задачами механики. Обсуждаются условия физической реализуемости механической модели. В третьем разделе, предложен способ визуализации перестроек торов Лиувилля.

В заключении приведены основные результаты диссертационного исследования и сформулированы перспективные проблемы, решение которых может быть получено с помощью методов, изложенных в диссертации.

Хаотический характер динамики рассмотренных систем с недостаточным для интегрируемости по Лиувиллю количеством первых интегралов, полностью верифицируется грубостью полученных для таких систем сечений Пуанкаре. Доказательства теорем и других утверждений не вызывают сомнений в их строгости. Из чего можно сделать вывод о **достоверности и обоснованности результатов** диссертационной работы.

Научная новизна и практическая значимость работы заключается в предложенном автором методе анализа устойчивости периодических движений с точки зрения определения их типа (гиперболический или эллиптический). Полученные в диссертации результаты позволяют находить явные решения и исследовать их устойчивость, что имеет важное значение для решения фундаментальных проблем механики, а также прикладных задач мобильной робототехники. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть также использованы для построения бифуркационных комплексов, анализа устойчивости критических движений, исследовании фазовой топологии задач неголономной механики, связанных с качением твердых тел, анализу динамических свойств систем вихрей в бозе-эйнштейновском конденсате.

Рекомендации по использованию результатов диссертации:

Результаты диссертационной работы Соколова С.В. могут быть использованы в научных исследованиях Института океанологии РАН им. П.П. Ширшова, Института водных проблем РАН, Института проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Института механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Московского авиационного института (Национального исследовательского университета).

Замечания по диссертационной работе:

1. В первой главе при построении бифуркационных диаграмм вихрей в классической идеальной жидкости автором не проведено сравнение полученных в диссертации результатов с диаграммами, полученными в работе [142].

2. В тексте диссертации не приведено сравнение аналитических результатов исследования устойчивости с другими общими методами, основанными на вычислении мультипликаторов, нормализующих преобразований Биркгофа и др.

3. В третьей главе автор утверждает, что система, состоящая из кругового цилиндра, взаимодействующего с вихревой нитью, в присутствии поля тяжести, демонстрирует хаотическое поведение. Представляется целесообразным привести строгое доказательство указанного утверждения.

4. Текст диссертации и автореферата содержит значительное число пунктуационных и стилистических ошибок.

Данные замечания не снижают общего положительного впечатления о работе. Диссертант является автором 17 статей, опубликованных в журналах из списка научных журналов, рекомендованных ВАК, среди которых 10 публикаций, индексируемых международными базами Scopus и Web of Science. Основные результаты диссертации обсуждались на многочисленных международных и всероссийских конференциях. Основные положения, выносимые на защиту, полностью отражены в публикациях. Автореферат соответствует содержанию текста диссертации.

Диссертационная работа Соколова С.В. на тему «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости» представляет законченную научно-квалификационную работу, которая вносит существенный вклад в теорию вихрей и динамику твердого тела и полностью соответствует требованиям пункта 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" (постановление Правительства РФ № 842 от 24.09.13, ред. от 28.08.2017), а ее автор, Соколов Сергей Викторович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

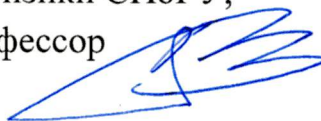
Отзыв на диссертационную работу составлен профессором кафедры вычислительной физики, доктором физико-математических наук А.В. Цыгановым. Диссертация рассмотрена, а отзыв обсужден и одобрен на научном семинаре кафедры вычислительной физики СПбГУ "11" сентября 2018 г, протокол № 9.

Профессор кафедры вычислительной физики СПбГУ
доктор физико-математических наук



Цыганов А.В.

Заведующий кафедрой вычислительной физики СПбГУ,
доктор физико-математических наук, профессор



Яковлев С.Л.

Сведения о ведущей организации

ФБГОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет»,

Адрес: 199034 г. Санкт-Петербург, Университетская наб.7/9.

Тел. +7(812)328-20-00, эл. почта: spbu@spbu.ru, сайт: spbu.ru