УДК 629.7.017

Прогнозирование динамики проведения замен космических аппаратов в орбитальной группировке.

А.А. Золотов

В статье рассматриваются вопросы восстановления группировки КА в процессе ее функционирования. Приведены методы оценки продолжительности циклов, позволяющий производить прогноз периодичности замен и потребного числа запасных изделий при заданном сроке службы группировки КА. Представленные результаты могут быть полезными для специалистов по эксплуатации высоконадежных ракетно-космических систем и для студентов соответствующего профиля.

Ключевые слова: орбитальная группировка, космический аппарат, количество замен, периодичность замен.

Успешная реализация космической программы во многом определяется безотказностью КА. Задача обеспечения высоких уровней надежности КА решается на всех стадиях жизненного цикла агрегатов. На стадии разработки безотказность аппаратов достигается путем повышения информативности испытаний, использования ускоренных испытаний, обеспечения высоких уровней имитации при проведении испытаний, а также введением различных видов избыточности. Очевидно высокие уровни надежности на начальном этапе эксплуатации еще не гарантируют безотказности функционирования , так как при их эксплуатации происходит снижение работоспособности, связанное с процессами износа, коррозии, усталости и др. В данной статье рассматривается задача обеспечения безотказного функционирования группировки КА. Для решения этой задачи, как правило, в состав группировки вводится определенное число запасных аппаратов. Очевидно, чтобы обеспечить безотказное функционирование группировки необходимо вовремя произвести замены отказавших аппаратов. Поэтому возникает задача прогнозирования динамики возникновения отказов космических аппаратов в орбитальной группировке, знание которой позволит своевременно спланировать мероприятия по проведению потребного числа замен КА.

При проведении исследований будем предполагать, что вероятность безотказной работы одного аппарата подчиняется закону распределения Вейбулла

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt},$$

где $\lambda(t) = \nu \cdot \mu \cdot t^{\nu-1}$ - интенсивность отказа; μ , ν - параметры закона.

В дальнейшем предположим, что исследованию подвергаются $M_{0,0}$ однотипных аппаратов. При отказе m аппаратов происходит их замена на новые. Весь период функционирования группировки КА разобьем на циклы продолжительностью τ . Для оценки количества отказов аппаратов по циклам их функционирования воспользуемся методикой, представленной в работе [5] .

Таким образом, для удовлетворения заданных требований к эффективности функционирования группировки, количество отказавших аппаратов на каждом цикле должно удовлетворять неравенству

$$M_i \leq m, \tag{1}$$

где m – допустимое число отказавших аппаратов.

При решении поставленной задачи воспользуемся алгоритмом оценки количества отказов по циклам функционирования КА, представленном на рис.1[5].

```
N(n) := | N[0,0] ← 20
        | for m ∈ 0..n
        |   a[m] ← 1 − e^(−(λ)[(m+1)^ν − m^ν])
        | for i ∈ 0..n − 1
        |   for j ∈ 0..n
        |     N[i+1,j] ← | N[i,j](1 − a[i−j])  if i + 1 > j
        |                |  i
        |                |  Σ  (N[i,k] a[i−k])  otherwise
        |                | k = 0
        | for i ∈ 0..n
        |   for j ∈ 0..n
        |     N[i,j] ← | N[i,j]  if i ≥ j
        |              | 0  otherwise
        | N
```

Рис. 1 Алгоритм проведения расчетов.

Для определенности зададимся конкретными значениями исходных параметров $\nu = 2.4$, $M_{0,0}$=20, m=2, где ν -- параметр формы закона распределения Вейбулла. Тогда условие (1) может быть обеспечено соответствующим подбором параметра λ, где λ -- параметр формы закона распределения Вейбулла, соответствующий условной единице измерения времени равной одному циклу. Результаты расчета при $\lambda = 0.003$ представлены ниже в виде матрицы N(10), диагональные элементы которой соответствуют количеству отказов на соответствующих циклах функционирования КА.

$N(10) =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	19.94	0.06	0	0	0	0	0	0	0	0
2	19.686	0.06	0.254	0	0	0	0	0	0	0
3	19.179	0.059	0.254	0.508	0	0	0	0	0	0
4	18.396	0.057	0.25	0.506	0.789	0	0	0	0	0
5	17.339	0.055	0.244	0.5	0.787	1.075	0	0	0	0
6	16.032	0.052	0.234	0.487	0.777	1.072	1.346	0	0	0
7	14.521	0.048	0.221	0.467	0.757	1.058	1.342	1.586	0	0
8	12.867	0.043	0.204	0.44	0.726	1.031	1.325	1.581	1.782	0
9	11.14	0.039	0.185	0.407	0.684	0.989	1.291	1.561	1.777	1.927
10	9.414	0.033	0.164	0.369	0.633	0.932	1.238	1.521	1.754	1.922

Характер изменения количества отказов по циклам функционирования представлен на рис. 2

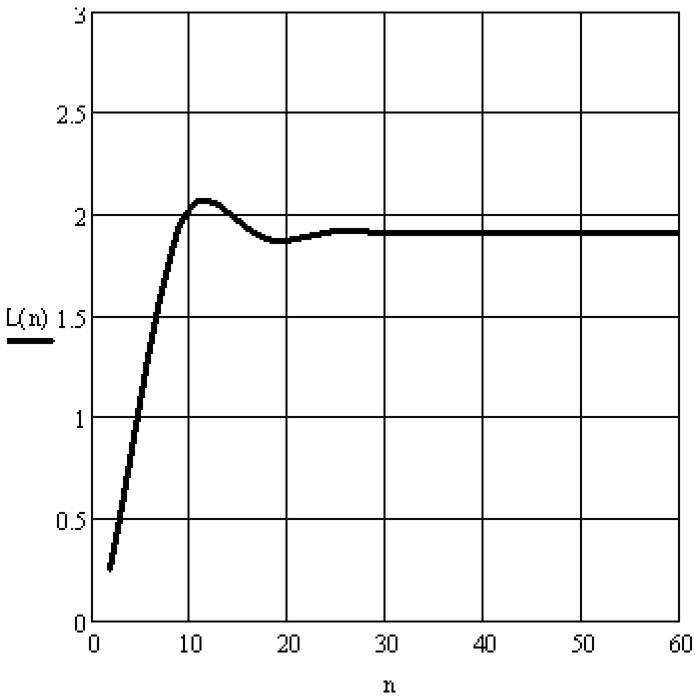

Рис. 2 Изменение количества отказов L(n) по циклам функционирования n.

.Как видно из графика при m=2 условие (1) выполняется для $\lambda = 0.003$. В этом случае количество отказов на всех циклах не превышает значения равного двум.

Анализ полученных результатов показывает, что при равной продолжительности всех циклов τ , на начальных циклах эксплуатации количество отказов существенно ниже допустимого уровня. . Для оценки продолжительности циклов, обеспечивающих предельно-допустимое число отказов на каждом цикле, воспользуемся расчетным соотношением для нахождения количества отказов M_n аппаратов по циклам функционирования орбитальной группировки [5]

$$M_n = \sum_{i=1}^{n} M_{n-i} a_{i-1} \prod_{j=1}^{i-1} (1 - a_{j-1}); \quad M_0 = M_{0,0}. \qquad (3)$$

Приравнивая выражение (3) заданному уровню количества отказов m, приходим к системе алгебраических соотношений

$$\begin{aligned} &M_1 = M_0 \cdot a_0 = m \\ &M_2 = M_1 \cdot a_0 + M_0 \cdot a_1 \cdot (1 - a_0) = m \\ &M_3 = M_2 \cdot a_0 + M_1 \cdot a_1 \cdot (1 - a_0) + M_0 \cdot a_2 \cdot (1 - a_0) \cdot (1 - a_1) = m \end{aligned} \qquad (4)$$

Разрешая первое уравнение системы (4) относительно a_0 получим

$$a_0 = \frac{m}{M_0} = Q \,.$$

Из второго уравнения найдем

$$M_0 \cdot a_1 = \frac{m - M_1 \cdot a_0}{1 - a_0}$$

Учитывая, что $M_1 = M_2 = m$, получим

$$a_1 = \frac{m - M_1 \cdot a_0}{(1 - a_0) \cdot M_0} = \frac{m - m \cdot a_0}{(1 - a_0) \cdot M_0} = \frac{m}{M_0}$$

Выражая a_2 из третьего уравнения и учитывая, что $M_1 = M_2 = m$, получим

$$a_2 = \frac{m - M_2 \cdot a_0 - M_1 \cdot a_1 \cdot (1 - a_{0)})}{M_0 \cdot (1 - a_0) \cdot (1 - a_1)} = \frac{m - m \cdot a_0 - m \cdot a_1 \cdot (1 - a_{0)})}{M_0 \cdot (1 - a_0) \cdot (1 - a_1)} =$$

$$= \frac{m(1 - \cdot a_0 - \cdot a_1 \cdot (1 - a_{0)}))}{M_0 \cdot (1 - a_0) \cdot (1 - a_1)} = \frac{m(1 - \cdot a_0) \cdot (1 - a_{1)})}{M_0 \cdot (1 - a_0) \cdot (1 - a_1)} = \frac{m}{M_0}.$$

Таким образом равенство количества отказов на всех циклах сводится к выполнению условия

$$a_i = \frac{m}{M_0} = Q.$$

Программа расчета количества отказов представлена на рис. 3.

```
N(n) := | N[0,0] ← 20
        | for i ∈ 0..n − 1
        |   for j ∈ 0..n
        |     N[i+1,j] ← | N[i,j](1 − a)  if i + 1 > j
        |                |   i
        |                |   Σ  (N[i,k] a)  otherwise
        |                | k = 0
        | for i ∈ 0..n
        |   for j ∈ 0..n
        |     N[i,j] ← | N[i,j]  if i ≥ j
        |              | 0  otherwise
        | N
```

Рис. 3 Программа расчета количества отказов на различных циклах функционирования КА.

При написании программы было принято обозначение: Q=a. Изменение количества отказов на различных циклах при Q=0.1 оценивалось по соотношению (см. рис.4)

$$L(n) = tr[N(n)] - tr[N(n-1)]$$

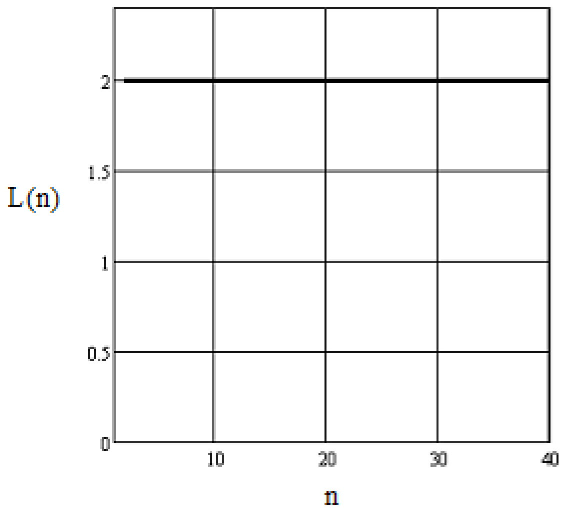

Рис. 4 Изменение количества отказов L(n) по циклам функционирования n.

Как видно из графика количество отказов на всех циклах равно 2.

Раскрывая выражение для a_i приходим к соотношению

$$a_k = 1 - e^{-\int\limits_{k\tau_0}^{(k+1)\tau_0} \lambda(t)dt} = 1 - e^{-\lambda_i \cdot [(i+1)^{\nu} - i^{\nu}]} = \frac{m}{M_0}$$

После преобразований получим

$$-\lambda_i \cdot [(i+1)^{\nu} - i^{\nu}] = \ln(1 - \frac{m}{M_0}) \qquad (5)$$

Разрешая соотношение (5) относительно λ_i окончательно получим

$$\lambda_i = \frac{\ln\left\{\dfrac{1}{1-Q}\right\}}{(i+1)^{\nu} - i^{\nu}} \qquad (6)$$

Характер зависимости (6) представлен на рис.5

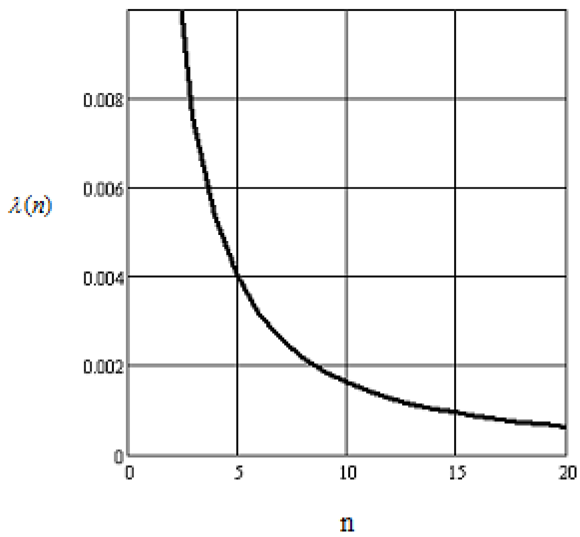

Рис 5 Изменение параметра $\lambda(n)$ по циклам функционирования n.

Таким образом для обеспечения равенства количества отказов на различных циклах функционирования КА значения λ_i должны убывать в процессе эксплуатации изделия. Расчет числа отказов для значений λ_i , меняющихся по закону (6), производились по алгоритму, представленному ниже.

$$
\begin{aligned}
N(n) := \;& N_{0,0} \leftarrow 20 \\
& \text{for } s \in 0..n \\
& \quad a_s \leftarrow 1 - e^{-\left[\left[(s+1)^{v}-s^{v}\right]^{-1}\cdot\ln\left(\frac{1}{1-Q}\right)\right]\left[(s+1)^{v}-s^{v}\right]} \\
& \text{for } i \in 0..n-1 \\
& \quad \text{for } j \in 0..n \\
& \qquad N_{i+1,j} \leftarrow \begin{cases} N_{i,j}\left(1 - a_{i-j}\right) & \text{if } i+1 > j \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{i}\left(N_{i,k}\, a_{i-k}\right) & \text{otherwise} \end{cases} \\
& \text{for } i \in 0..n \\
& \quad \text{for } j \in 0..n \\
& \qquad N_{i,j} \leftarrow \begin{cases} N_{i,j} & \text{if } i \ge j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
& N
\end{aligned}
$$

Результаты расчета, представленные на рис. 6, подтверждают вывод о равенстве количества отказов на различных циклах при использовании зависимости (6).

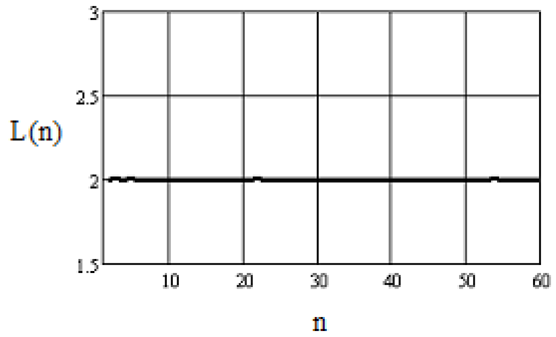

Рис. 6 Изменение числа отказов по циклам функционирования.

При заданных значениях интенсивности отказа изделия μ убывание λ_i приводит к убыванию продолжительности циклов τ_i.

$$\tau_i = t_{i+1} - t_i ,$$

где t_i –момент окончания i-го цикла.

Для оценки t_i приравняем выражения для a_i, соответствующие реальному времени работы аппаратов и условному времени, используемому в программе

$$a_k = 1 - e^{-\mu\cdot(t_{i+1}^{\nu} - t_i^{\nu})} = 1 - e^{-\lambda_i\cdot[(i+1)^{\nu} - i^{\nu}]}$$

Отсюда приходим к соотношению

$$\lambda_i \cdot [(i+1)^{\nu} - i^{\nu}] = \mu \cdot (t_i^{\nu} - t_i^{\nu})$$

В частности для i=0, получим

$$\lambda_0 = \mu \cdot t_0^{\nu} \qquad (7)$$

Разрешая соотношение (7) относительно t_0, получим

$$t_0 = \left(\frac{\lambda_0}{\mu} \right)^{\frac{1}{\nu}}$$

Соответственно для i=1 имеем

$$t_1 = \left[\frac{\lambda_1 \cdot (2^{\nu} - 1) + \lambda_0}{\mu} \right]^{\frac{1}{\nu}}$$

Аналогично для произвольного i получим

$$t_i = \left\{ \sum_{j=0}^{i} \frac{\lambda_j \cdot \left[(j+1)^{\nu} - j^{\nu} \right]}{\mu} \right\}^{\frac{1}{\nu}}$$

Подставляя выражение для λ_j окончательно получим

$$t_n = \left\{ (n+1) \cdot \frac{\ln \frac{1}{1-Q}}{\mu} \right\}^{\frac{1}{\nu}} \tag{8}$$

Изменение продолжительности функционирования КА в зависимости от числа циклов, для переменного параметра λ при $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$, представлено на рис.7

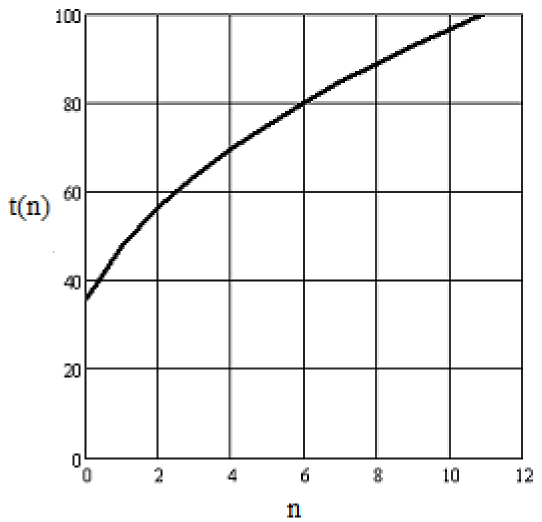

Рис. 7 Зависимость времени замен t(n) от числа циклов (n).

На графике по оси абсцисс (параметр n) приведена последовательность проведения замен, а по оси ординат время проведения соответствующей замены. Как видно из графика при сроке службы равном 80 мес. потребуется 6 замен (12 аппаратов). Изменение продолжительности циклов τ (n) в процессе эксплуатации группировки КА оценивается по соотношению (см. рис.8)

$$\tau(n) = \left\{ \cdot \frac{\ln \dfrac{1}{1-Q}}{\mu} \right\}^{\frac{1}{\nu}} \cdot \left[(n+1)^{\frac{1}{\nu}} - n^{\frac{1}{\nu}} \right]$$

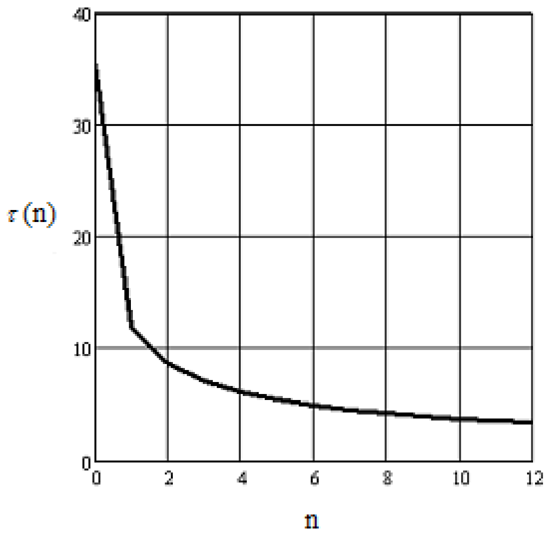

Рис.8 Изменение продолжительности циклов $\tau(n)$ при эксплуатации орбитальной группировки.

Как видно из графика в процессе эксплуатации периодичность замен будет падать, а, следовательно, частота замен будет расти. В частности, если первая замена происходит в среднем через 35 месяцев, то последняя (шестая) замена произойдет примерно через пять месяцев после предыдущей замены.

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Показано, что частота проведения замен КА в процессе эксплуатации

группировки КА возрастает.

2. Представлен алгоритм проведения расчетов продолжительности циклов, позволяющий производить оперативный прогноз периодичности замен и потребного числа запасных изделий при заданном сроке службы группировки КА.

Литература.

1. Л.Н. Александровская, А.П. Афанасьев, А.А. Лисов. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем. - Москва.: Логос, 2001

2.Байхельт Ф., Франкен. П. Надежность и техническое обслуживание. Пер. с нем. М.: Радио и связь, 1988.

3. Галлеев А.Г., Золотов А.А., Перминов А.Н., Родченко В.В., Эксплуатация стартовых комплексов ракетно-космических систем.М: Изд-во МАИ, 2007

4. Гнеденко Б.В. и др. Математические методы в теории надежности. М.: Изд-во «Наука», 1965.

5. Золотов А.А. Прикладные методы обеспечения работоспособности технических систем на этапе их эксплуатации. Оборонный комплекс—научно-техническому прогрессу России. М: ФГУП «ВИМИ». 2010. №1 с. 17-25.

Золотов Александр Алексеевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., тел:158-47-45; 242-75-39, 8.903.0048691