

На правах рукописи

ПЕТУХОВ Вячеслав Георгиевич

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ
МЕТОДОМ ПРОДОЛЖЕНИЯ

Специальность 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук

Москва – 2013

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте прикладной механики и электродинамики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет, МАИ)»

Официальные оппоненты: Доктор технических наук, профессор
Салмин Вадим Викторович
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П.Королева (национальный
исследовательский университет), заведующий кафедрой
«Летательные аппараты»

Доктор физико-математических наук, профессор,
Сазонов Виктор Васильевич
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша
Российской академии наук, главный научный сотрудник

Доктор технических наук
Назаров Анатолий Егорович
Федеральное государственное унитарное предприятие
«Научно-производственное объединение имени
С.А.Лавочкина», заместитель начальника центра –
начальник отдела

Ведущая организация Открытое акционерное общество «Информационные
спутниковые системы им. академика М.Ф.Решетнева»
(ОАО «ИСС»)
662972, г. Железногорск, Красноярский край, ул. Ленина 52

Защита состоится 24 октября 2013 года в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 212.125.12 в Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете, МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета, МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

Автореферат разослан 11 июля 2013 г.

Отзывы, заверенные печатью, просьба высылать по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, МАИ, Ученый совет МАИ.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.125.12,
кандидат технических наук, доцент

В.В.Дарнопых

Общая характеристика работы

Актуальность представляемой работы определяется:

- расширением области применения электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) в современных и перспективных космических проектах,
- необходимостью дальнейшего развития механики космического полета с малой тягой как раздела механики,
- необходимостью разработки быстродействующих и устойчивых методов оптимизации и проектирования траекторий КА с ЭРДУ, которые могли бы быть использованы в практической работе проектных и баллистических подразделений предприятий-разработчиков КА и эксплуатирующих организаций.

Актуальность применения ЭРДУ для обеспечения космических транспортных операций с течением времени только возрастает. В самом деле, идея использования электрических ракетных двигателей (ЭРД) и их основного преимущества – высокого удельного импульса тяги – появилась еще в начале 20-го столетия. Исследования возможности применения ЭРДУ для межорбитальных и межпланетных перелетов активно проводятся с начала 1950-х годов по настоящее время. Собственно ЭРД начали применяться на КА начиная с 1960-х годов в экспериментальном режиме, а начиная с 1980-х – в составе штатных корректирующих двигательных установок геостационарных КА. Однако, только с 1990-х годов ЭРДУ стали применяться собственно для межорбитальных и межпланетных перелетов. Первыми КА, использовавшими ЭРД для межорбитального перелета с некоторой промежуточной орбиты на геостационарную орбиту (ГСО) стали КА на основе космической платформы HS-702 (BS-702), Artemis, АЕНФ-1, АЕНФ-2. Первыми межпланетными КА с маршевой ЭРДУ стали КА Deep Space 1 (пролет астероида и 2 комет), Smart-1 (выведение на окололунную орбиту), Hayabusa (возврат грунта с астероида Итокава), Dawn (последовательный перелет на орбиты вокруг астероидов Веста и Церера). В настоящее время на завершающей стадии разработки находятся КА с маршевой ЭРДУ VeriColombo (перелет на орбиту искусственного спутника Меркурия), Hayabusa-2 (возврат грунта с астероида), ведутся проектные работы по другим КА с маршевой ЭРДУ.

Как с точки зрения приложений, так и с точки зрения используемых математических моделей можно выделить 3 существенно различных вида космических транспортных операций КА с ЭРДУ: межорбитальные перелеты, перелеты в условиях действия больших внешних возмущений (включая, в первую очередь, перелеты к Луне, к точкам либрации и другие задачи о перелете КА с малой тягой в задаче трех и более тел) и межпланетные перелеты. Все эти типы задач в той или иной степени рассмотрены в данной работе.

Прикладное значение задач расчета траекторий КА с малой тягой заключается в обеспечении проектно-баллистического анализа КА с ЭРДУ, подготовке исходных данных для проектирования систем КА (бортового комплекса управления, командно-измерительной системы, системы электроснабжения, ЭРДУ, системы обеспечения теплового режима и др.),

разработки бортового и наземного программно-математического обеспечения для управления полетом, подготовки полетного задания, сопровождения полета КА с ЭРДУ и анализа телеметрической и целевой информации, полученной с КА.

На этапе проектно-баллистического анализа задачи оптимизации траекторий играют особую роль, что связано не только с естественным требованием достижения наилучших характеристик КА, но и с необходимостью достоверно оценивать влияние вариации различных проектных параметров КА на основные характеристики проекта. В самом деле, корректную оценку влияния вариации какого-либо проектного параметра на показатели качества проекта (масса полезной нагрузки, длительность перелета и т.д.) можно получить только при условии оптимальности вариантов траектории КА со сравниваемыми проектными параметрами. В противном случае разница в показателях качества может быть вызвана не изменением проектных параметров, а различной степенью неоптимальности траекторий в сравниваемых вариантах. При проведении проектно-баллистического анализа часто приходится вычислять сотни и тысячи оптимальных траекторий, поэтому вычислительная производительность и устойчивость применяемых методов является одними из важнейших их характеристик.

Основными целями диссертационной работы является повышение эффективности выполнения космических транспортных операций с использованием ЭРДУ, а также разработка и совершенствование теоретических и методических основ механики полета КА с ЭРДУ.

Достижение сформулированных целей потребовало решения следующих **научно-технических задач**:

- разработки математических моделей оптимального движения КА с ЭРДУ;
- разработки комплекса методов продолжения для решения задач оптимизации межпланетных и межорбитальных траекторий КА с ЭРДУ;
- исследования фундаментальных закономерностей оптимальных траекторий и оптимальных программ управления КА с ЭРДУ, включая проведения анализа зависимости основных характеристик оптимальных траекторий и программ управления вектором тяги ЭРДУ от граничных условий и основных проектных параметров КА;
- разработки на основе анализа свойств оптимальных траекторий устойчивого, близкого к оптимальному управления КА с ЭРДУ с обратной связью;
- разработки метода оптимизации комбинированных схем выведения КА с ЭРДУ на рабочие орбиты;
- разработки метода для расчета квазиоптимальных траекторий перелета КА с ЭРДУ к Луне и точкам либрации.

Метод проведения исследования – расчетно-теоретический. Для редукции задачи оптимизации траектории КА с ЭРДУ к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений используется принцип максимума Л.С.Понтрягина. Полученная краевая задача с помощью метода продолжения по параметру, основанного на ньютоновской

гомтопии, сводится к задаче Коши, решение которой находится численным интегрированием вложенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (внутренняя система – дифференциальные уравнения оптимального движения КА, внешняя система – дифференциальные уравнения метода продолжения). Для решения ряда задач оптимизации многовитковых межорбитальных перелетов используется метод осреднения. Для исследование свойств оптимальных траекторий и программ управления используется численное моделирование. Для синтеза квазиоптимального управления с обратной связью и метода оптимизации комбинированных схем перелета КА с ЭРДУ используются асимптотические свойства, симметрии и свойства подобия невозмущенных оптимальных траекторий. Для моделирования возмущенных траекторий используются методы численного интегрирования уравнений возмущенного движения и статистическое моделирование. При расчете межпланетных траекторий используется метод точечных сфер действия.

Объектом исследования являются траектории КА с ЭРДУ.

Предметом исследования являются математические модели оптимального движения КА с ЭРДУ и методы проектирования траекторий КА с ЭРДУ.

Научная новизна полученных в работе результатов заключается в следующем:

1 Развита научная и методическая база для оптимизации межпланетных и межорбитальных перелетов КА с ЭРДУ. В частности, разработана серия новых вариантов метода продолжения, предназначенных для решения типовых задач оптимизации траекторий КА с ЭРДУ, включая:

1.1. Метод продолжения по краевым условиям для решения задачи оптимизации траекторий КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности;

1.2. Метод продолжения по гравитационному параметру для решения задачи оптимизации траекторий КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности с заданной угловой дальностью;

1.3. Метод продолжения оптимальной траектории КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности в оптимальную траекторию КА с двигателем ограниченной тяги;

1.4. Метод продолжения решения задачи Ламберта в оптимальную траекторию КА с двигателем ограниченной тяги;

1.5. Метод оптимизации траекторий КА с двигателем ограниченной тяги с гравитационными маневрами;

1.6. Метод продолжения для оптимизации осредненных многовитковых траекторий КА с двигателем ограниченной тяги;

1.7. Метод продолжения для оптимизации неосредненных многовитковых траекторий КА с двигателем ограниченной тяги с возможностью оптимизации угловой дальности перелета;

2. Проведен качественный анализ свойств экстремалей Понтрягина в задачах оптимизации многовитковых траекторий КА с двигателем ограниченной тяги, включая задачи минимизации времени перелета и минимизации затрат рабочего тела.

3. Разработан устойчивый, близкий к оптимальному метод управления с обратной связью, обеспечивающий перелет КА с двигателем ограниченной тяги по многовитковой траектории между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами.

4. Разработан метод расчета квазиоптимальных траекторий перелета КА с двигателем ограниченной тяги к Луне и к точкам либрации.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

1. Разработана научно-методическая основа для решения задач проектно-баллистического анализа КА с ЭРДУ, включая математические модели оптимального движения КА с ЭРДУ, численные методы оптимизации межпланетных и межорбитальных траекторий и результаты анализа свойств оптимальных траекторий КА с ЭРДУ.

2. На основе разработанных математических моделей и численных методов разработан комплекс программно-математического обеспечения для оптимизации межпланетных и межорбитальных траекторий.

3. На основе анализа свойств решений многовитковых траекторий КА с ЭРДУ и с использованием заранее рассчитанных массивов оптимальных решений, разработан новый, простой в применении метод для быстрой оптимизации основных параметров комбинированных схем выведения КА с ЭРДУ, в которых последовательно используются двигательные установки большой тяги для выведения КА на некоторую эллиптическую промежуточную орбиту, а затем ЭРДУ для довыведения КА с этой орбиты на целевую круговую орбиту, например, на ГСО.

4. Разработан новый, близкий к оптимальному и простой в реализации, метод управления с обратной связью, устойчивый к внешним возмущениям, к ошибкам в реализации вектора тяги ЭРДУ и к ошибкам в определении текущих орбитальных параметров. Этот алгоритм содержит только простые регулярные вычисления, связанные с интерполяцией и тригонометрическими преобразованиями и может быть реализован в составе функционального программного обеспечения бортового комплекса управления КА.

5. Разработана новая инженерная методика для расчета перелетов КА с ЭРДУ к точкам либрации L1 и L2 системы Земля-Солнца, к точке либрации L1 системы Земля-Луна и на окололунную орбиту.

6. С использованием разработанных методов и программно-математического обеспечения проведен проектно-баллистический анализ ряда перспективных КА с маршевыми ЭРДУ («Диалог-Э», «Двина-ТМ», «Енисей-А1», «Интергелио-Зонд», «Лаплас», перспективные КА для лунной и марсианской пилотируемых программ и другие).

Достоверность полученных результатов подтверждается:

- использованием строгих математических методов при выводе уравнений разработанных методов;
- сравнением решений, полученных в диссертации, с решениями, полученными другими методами и другими авторами;
- численным моделированием с использованием различных математических моделей движения.

Реализация результатов работы. Полученные теоретические, методические и практические результаты использовались при проведении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, в частности, в ОАО «ИСС им. акад. М.Ф. Решетнева», ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина», ФГУП «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», ФГУП «ОКБ Факел», в НИИ ПМЭ МАИ, ФГУП «ЦНИИмаш», МАИ.

Апробация работы проведена на множестве международных и российских конференций, включая 45-48, 51, 52, 56, 57, 60-63 конгрессы Международной астронавтической федерации, 3 и 4 Российско-Германскую конференцию по электрическим ракетным двигателям и их применению (Штутгарт, Германия, 1994; Москва, 2012), 4 Международный симпозиум по программному обеспечению и методам астродинамики (ICATT-2010, Мадрид, Испания, 2010), 3 Европейскую аэрокосмическую конференцию по аэрокосмическим наукам (EUCASS-2009, Версаль, Франция, 2010), 5 Международный аэрокосмический конгресс (Москва, 2006), 11 и 12 Международные научные конференции «Системный анализ, управление и навигация» (Евпатория, Украина, 2006; 2007), Международный симпозиум по глобальной оптимизации траекторий (Нордвик, Нидерланды, 2006), 24 Международную конференцию по элетроракетным двигателям (IEPC-95, Москва, 1995), Научные чтения посвященные разработке творческого наследия К.Э. Циолковского (Калуга, 2006), Объединенные Научные Чтения по космонавтике (Москва, 1994; 1995; 2009), Международный симпозиум по оптимизации траекторий с малой тягой (LOTUS-2, Тулуза, Франция, 2002), 17 Международный симпозиум по динамике космического полета (ISSFD-17, Москва, 2003), Глобальную конференцию по использованию Луны (GLUC-2010, Пекин, КНР, 2010) и на других. Результаты работы представлялись на семинарах механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, ИКИ РАН, кафедр 601 и 604 МАИ, на НТС НИИ ПМЭ МАИ, ЦНИИмаш и НПО им. С.А.Лавочкина.

Личный вклад и публикации. Все результаты, приведенные в диссертации, получены лично автором. Основные результаты опубликованы в 50 работах [1-50], из которых 12 [1-12] – в изданиях из списка ВАК Минобрнауки России и 7 [13-19] – в иностранных рецензируемых изданиях.

На защиту выносятся:

1. Комплекс методов продолжения для оптимизации траекторий КА с ЭРДУ ограниченной мощности (ОМ) и ограниченной тяги (ОТ), включая методы продолжения по конечным условиям, продолжения по гравитационному параметру, продолжения оптимальной ОМ-траектории в оптимальную ОТ-траекторию, продолжения решения задачи Ламберта в оптимальную ОМ- или ОТ-траекторию, метод продолжения для оптимизации траекторий КА с ЭРДУ с гравитационными маневрами, метод продолжения для оптимизации многовитковых траекторий межорбитального перелета.

2. Результаты качественного анализа свойств экстремалей Понтрягина в задачах оптимизации многовитковых траекторий КА с двигателем ограниченной тяги, включая задачи минимизации времени перелета и минимизации затрат рабочего тела.

3. Метод для быстрой оптимизации основных параметров комбинированных схем выведения КА с ЭРДУ.

4. Квазиоптимальный метод управления вектором тяги ЭРДУ на многовитковых межорбитальных перелетах.

5. Метод расчета квазиоптимальных перелетов КА с ЭРДУ к точкам либрации L1 и L2 системы Земля-Солнца, к точке либрации L1 системы Земля-Луна и на окололунную орбиту.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, семи глав, заключения и списка использованных источников. Диссертация содержит 223 страницы, 111 рисунков, 14 таблиц. Список использованных источников содержит 166 наименований.

Содержание работы

В первой главе рассматриваются математические модели движения КА с ЭРДУ.

Для анализа гелиоцентрических участков траектории невозмущенного управляемого движения межпланетных КА с ЭРДУ используются уравнения движения, записанные в прямоугольной инерциальной системе координат в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{x} + \frac{\delta P}{m} \mathbf{e}_p, \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{\delta P}{w}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где \mathbf{x} – вектор положения КА, t - время; μ - гравитационный параметр притягивающего центра, $r=|\mathbf{x}|$ - удаление КА от притягивающего центра, δ - функция включения двигателя ($\delta=1$ при включенной ЭРДУ и $\delta=0$ при неработающей ЭРДУ), P – величина реактивной тяги, m – масса КА, \mathbf{e}_p - единичный вектор вдоль вектора тяги ЭРДУ, w - скорость истечения ЭРДУ.

Для анализа многовитковых траекторий межорбитального перелета используются уравнения в равноденственных элементах:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{dh}{dt} &= \delta \frac{P}{m \xi} \cdot h \cos \vartheta \cos \psi, \\
\frac{de_x}{dt} &= \delta \frac{P}{m \xi} \left\{ \xi \sin F \sin \vartheta \cos \psi + [(\xi + 1) \cos F + e_x] \cos \vartheta \cos \psi - e_y \eta \sin \psi \right\}, \\
\frac{de_y}{dt} &= \delta \frac{P}{m \xi} \left\{ -\xi \cos F \sin \vartheta \cos \psi + [(\xi + 1) \sin F + e_y] \cos \vartheta \cos \psi + e_x \eta \sin \psi \right\}, \\
\frac{di_x}{dt} &= \delta \frac{P}{m \xi} \cdot \frac{1}{2} \tilde{\varphi} \cos F \sin \psi, \\
\frac{di_y}{dt} &= \delta \frac{P}{m \xi} \cdot \frac{1}{2} \tilde{\varphi} \sin F \sin \psi, \\
\frac{dF}{dt} &= \frac{\xi^2}{h^3} + \delta \frac{P}{m \xi} \cdot \eta \sin \psi, \\
\frac{dm}{dt} &= -\delta \frac{P}{w},
\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ϑ - угол тангажа (угол между проекцией вектора тяги на плоскость оскулирующей орбиты КА и трансверсальным направлением), ψ - угол рысканья (угол между вектором тяги и плоскостью оскулирующей орбиты КА), $h = \sqrt{\frac{p}{\mu}}$, $e_x = e \cos(\Omega + \omega)$, $e_y = e \sin(\Omega + \omega)$, $i_x = \tan \frac{i}{2} \cos \Omega$, $i_y = \tan \frac{i}{2} \sin \Omega$ и $F = \nu + \omega + \Omega$ - равноденственные элементы, p - фокальный параметр, e - эксцентриситет, ω - аргумент перицентра, i - наклонение, Ω - долгота восходящего узла, ν - истинная аномалия, $\xi = 1 + e_x \cos F + e_y \sin F$, $\eta = i_x \sin F - i_y \cos F$, $\tilde{\varphi} = 1 + i_x^2 + i_y^2$.

Для анализа возмущенного геоцентрического движения КА с ЭРДУ используются дифференциальные уравнения движения в геоинерциальной декартовой системе координат J2000 или ICRS в виде:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{x} + \mathbf{Q} \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{a} + \frac{\delta P}{m} \mathbf{e}_p, \\
\frac{dm}{dt} &= -\frac{\delta P}{w},
\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где \mathbf{Q} - матрица поворота для учета вращения Земли и движения плоскости земного экватора, представляющая собой произведение матриц прецессии, нутации, матрицы движения небесного промежуточного полюса и матрицы собственного суточного вращения Земли; U - возмущающая функция обусловленная нецентральностью гравитационного поля Земли, \mathbf{a} - другие возмущающие ускорения (ускорение от притяжения Луны, Солнца и планет; ускорение от светового давления; аэродинамическое ускорение).

Интегрирование рассмотренных систем дифференциальных уравнений движения КА (1)-(4) в большинстве случаев проводилось методом Дормана-Принса 7(8) порядка с адаптивным шагом или экстраполяционным методом Грегга-Булирша-Штера (ГБШ) с комбинированным управлением длиной шага и порядком. Выход из интегрирования производился либо при

достижении заданного момента времени, либо при обращении одной из заданных функций выхода в нуль.

Рассматриваются задачи оптимизации траектории КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности (ОМ-задача) и КА с двигателем ограниченной тяги (ОТ-задача). В обеих задачах направление вектора тяги считается неограниченным, также не накладывается каких-либо ограничений на расположение активных участков вдоль траектории и на их количество.

В рамках ОМ-задачи предполагается, что на удельный импульс и тягу ЭРД накладывается единственное ограничение – механическая мощность реактивной струи ЭРД считается заданной. Рассматривается довольно общий случай ограничения на мощность реактивной струи: $N_j = \eta(\mathbf{x}, t)N_{j0}$, где $\eta(\mathbf{x}, t) = \eta_{EPS}(\mathbf{x}, t)N_e(\mathbf{x}, t)/N_{j0}$, $N_{j0} = \eta_{EPS}(\mathbf{x}_0, t_0)N_e(\mathbf{x}_0, t_0)$ – начальная реактивная мощность, \mathbf{x}_0 – начальный вектор положения КА, t_0 – начальное время, η_{EPS} – к.п.д. ЭРДУ (отношение механической мощности реактивной струи к потребляемой электрической мощности). Функционал ОМ-задачи, обеспечивающий минимальные затраты рабочего тела на перелет с фиксированным временем T имеет вид $J = \frac{1}{2} \int_0^T \frac{a^2}{\eta(x, t)} dt$, где a – модуль реактивного ускорения. После применения принципа максимума, уравнения оптимального движения ОМ-задачи принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{x}} + \frac{\eta N_{j0}}{N_{j0} + m^2 p_m} \mathbf{p}_v, \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{\eta N_{j0} m^2 p_v^2}{2(N_{j0} + m^2 p_m)^2}, \\ \frac{d^2 \mathbf{p}_v}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{xx}} \mathbf{p}_v + \frac{N_{j0} p_v^2}{2(N_{j0} + m^2 p_m)} \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}}, \\ \frac{dp_m}{dt} &= \frac{\eta N_{j0} m p_m p_v^2}{(N_{j0} + m^2 p_m)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где Ω – силовая функция гравитационного поля, в котором происходит движение КА, а p_m и \mathbf{p}_v – сопряженные переменные к m и \mathbf{v} соответственно. Система дифференциальных уравнений ОМ-задачи имеет первый интеграл $m^2 p_m = const$, который обеспечивает разделение ОМ-задачи на динамическую и параметрическую части в случае, если масса КА не ограничена на каком-либо конце траектории.

Для ОТ-задачи вводится математическая модель регулировочных характеристик двигателя в виде $N_j = \eta(\mathbf{x}, t)N_{j0}$, $P = P[\eta(\mathbf{x}, t)]$, $w = w[\eta(\mathbf{x}, t)]$, где w – скорость истечения двигателя. В частном случае $\eta(\mathbf{x}, t) \equiv 1$, тяга и скорость истечения ЭРДУ постоянны. Для межпланетных перелетов рассматривается задача минимизации затрат рабочего тела при

перелете за фиксированное время, функционал которой можно представить в виде $J = \int_{t_0}^{t_k} \delta \frac{P}{w} dt$.

Дифференциальные уравнения оптимального движения, после применения принципа максимума имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{x}} + \delta P \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{p}_v}, \\ \frac{dm}{dt} &= \delta P \frac{\partial \psi}{\partial p_m}, \\ \frac{d^2 \mathbf{p}_v}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{xx}} \mathbf{p}_v + \delta \left[\frac{\partial P}{\partial \eta} \psi + P \frac{\partial \psi}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right] \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}}, \\ \frac{dp_m}{dt} &= -\delta P \frac{\partial \psi}{\partial m}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

в декартовых координатах, где $\psi = \frac{p_v}{m} - \frac{1+p_m}{w}$ - функция переключения, $\delta = 1$ при $\psi > 0$ и $\delta = 0$

при $\psi \leq 0$, или

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \delta P \left[k \left(A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{p}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{p}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{p}} \right) A^{-1} \right], \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_F} = \delta P \left[k \left(A_r \frac{\partial A_r}{\partial p_F} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial p_F} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial p_F} \right) A^{-1} \right] + \frac{\partial H_F}{\partial p_F}, \\ \frac{dm}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_m} = \delta P \frac{\partial b}{\partial p_m}, \\ \frac{d\mathbf{p}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\delta P \left[\frac{\partial k}{\partial \mathbf{x}} A + k \left(A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{x}} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial \mathbf{x}} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial \mathbf{x}} \right) A^{-1} \right] - \frac{\partial H_F}{\partial \mathbf{x}}, \\ \frac{dp_F}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial F} = -\delta P \left[\frac{\partial k}{\partial F} A + k \left(A_r \frac{\partial A_r}{\partial F} + A_r \frac{\partial A_r}{\partial F} + A_n \frac{\partial A_n}{\partial F} \right) A^{-1} \right] - \frac{\partial H_F}{\partial F}, \\ \frac{dp_m}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial m} = -\delta P \frac{\partial k}{\partial m} A, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

в равноденственных элементах, где $\mathbf{x} = (h, e_x, e_y, i_x, i_y)^T$, $\mathbf{p} = (p_h, p_{e_x}, p_{e_y}, p_{i_x}, p_{i_y})^T$ - медленные фазовые и сопряженные к ним переменные, p_F, p_m - переменные, сопряженные к истинной долготе и к массе КА соответственно, $A_r = hp_h + [(\xi + 1)\cos F + e_x]p_{e_x} + [(\xi + 1)\sin F + e_y]p_{e_y}$,

$$A_r = \xi(\sin F \cdot p_{e_x} - \cos F \cdot p_{e_y}) \quad , \quad A_n = \eta(-e_y p_{e_x} + e_x p_{e_y}) + \frac{1}{2} \varphi(\cos F \cdot p_{i_x} + \sin F \cdot p_{i_y}) + \eta \cdot p_F \quad ,$$

$$k = \frac{1}{m} \frac{h}{\xi} \quad , \quad A = (A_r^2 + A_r^2 + A_n^2)^{1/2} \quad , \quad b = -\frac{1+p_m}{w} \quad , \quad H_F = \frac{\xi^2}{h^3} p_F \quad (\text{в этом случае функция}$$

$$\text{переключения } \psi_s = -\frac{1+p_m}{w} + \frac{h}{m\xi} A).$$

В задаче на минимум времени используется функционал $J = \int_0^T dt \rightarrow \min$, при этом из

необходимых условий оптимальности следует $\delta \equiv 1$ и при постоянной тяге и скорости истечения уравнения для массы и сопряженной к ней переменной могут быть исключены из системы дифференциальных уравнений оптимального движения.

Типовые начальные условия для межпланетного перелета записываются в виде

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0(t_0), \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0(t_0), m(t_0) = m_0 \quad (7)$$

если гиперболический избыток скорости у планеты отправления равен нулю или

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0(t_0), \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0(t_0) + V_{\infty 0} \mathbf{p}_{v0}/p_{v0}, m(t_0) = m_0 \quad (8)$$

в противном случае. Здесь $\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0$ – векторы положения и скорости планеты отправления соответственно, t_0 – заданное время отправления, m_0 – начальная масса КА, $\mathbf{p}_{v0} = \mathbf{p}_v(t_0)$, $p_{v0} = |\mathbf{p}_{v0}|$. Типовые конечные условия соответствуют сопровождению или пролету. Для задачи сопровождения эти условия имеют вид:

$$\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_f(t_f) = 0, \mathbf{v}(t_f) - \mathbf{v}_f(t_f) = 0, \quad (9)$$

а для пролета граничные условия и условия трансверсальности имеют вид:

$$\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_f(t_f) = 0, \mathbf{p}_v(t_f) = 0. \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{x}_f, \mathbf{v}_f$ – векторы положения и скорости планеты прибытия соответственно, t_f – заданное время прибытия. Условия для начального вектора скорости в (8) и для конечного вектора, сопряженного к скорости в (10) являются следствием условий трансверсальности. Для типовой задачи межорбитального перелета в начале и конце перелета задаются значения орбитальных элементов h, e_x, e_y, i_x, i_y , дополненные условиями трансверсальности ($p_F = 0$ в начале и в конце траектории, $p_m = 0$ и $H = 0$ в конце траектории) и условием на величину массы КА в начальный момент времени.

Во второй главе рассматривается приложение метода непрерывного продолжения по параметру, основанного на ньютоновской гомотопии, для решения краевой задачи принципа максимума.

Сущность метода продолжения заключается в формальной редукции рассматриваемой краевой задачи к задаче Коши. Краевую задачу можно представить в виде уравнения для невязок в краевых условиях $\mathbf{f}(\mathbf{z}) = 0$, где \mathbf{z} – вектор неизвестных параметров краевой задачи. При некотором начальном приближении для неизвестных параметров краевой задачи \mathbf{z}_0 $\mathbf{f}(\mathbf{z}_0) = \mathbf{b}$. Рассмотрим погружение рассматриваемой задачи в однопараметрическое семейство

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}) = (1 - \tau)\mathbf{b}, \quad (11)$$

где τ – параметр продолжения, и представим вектор \mathbf{z} в виде функции от этого параметра: $\mathbf{z} = \mathbf{z}(\tau)$, причем $\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0$. Потребуем выполнения равенства (11) для любого $0 \leq \tau \leq 1$. Уравнение (11), фактически, представляет ньютоновскую гомотопию между системой уравнений $\mathbf{f}(\mathbf{z}) - \mathbf{b} = 0$ с известным решением $\mathbf{z} = \mathbf{z}_0$ и исходной системой уравнений $\mathbf{f}(\mathbf{z}) = 0$.

Дифференцируя уравнение (11) по параметру продолжения τ и разрешая полученное выражение относительно производной $dz/d\tau$, получим формальную редукцию исходной краевой задачи к задаче Коши:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{d\tau} &= -\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}}\right)^{-1} \mathbf{b}, \\ \mathbf{z}(0) &= \mathbf{z}_0, \quad 0 \leq \tau \leq 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Очевидно, что интегрируя (12) по τ от 0 до 1, можно определить искомый вектор неизвестных параметров краевой задачи $\mathbf{f}(\mathbf{z}) = 0$ в виде $\mathbf{z}=\mathbf{z}(1)$.

Дифференциальные уравнения (12) будем называть дифференциальными уравнениями метода продолжения. Разумеется, для применимости метода продолжения необходимо существование и невырожденность матрицы частных производных $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{z}$ на всем интервале продолжения $\tau \in [0; 1]$.

В ряде случаев бывает целесообразным введение параметра продолжения τ в правые части дифференциальных уравнений движения и в краевые условия. В этом случае функция невязок \mathbf{f} явно зависит от параметра продолжения τ , а дифференциальные уравнения метода продолжения примут вид:

$$\frac{dz}{dt} = -\mathbf{f}_z^{-1} \left(\mathbf{b} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \tau} \right). \quad (13)$$

Вычисление матрицы чувствительности $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{z}$ может производиться, например, с использованием конечных разностей, совместного интегрирования дифференциальных уравнений для элементов этой матрицы с уравнениями оптимального движения КА, либо с помощью метода комплексного шага для высокоточного численного дифференцирования.

В работе применялись все перечисленные методы вычисления матрицы чувствительности. С точки зрения обеспечения точности вычислений и минимизации затрат на подготовку математической модели, наиболее эффективным оказался метод комплексного шага. Формула для дифференцирования функции $f(x)$ с помощью метода комплексного шага имеет вид:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{\text{Im}[f(x + ih)]}{h} + O(h^2),$$

где h – шаг дифференцирования, $i = \sqrt{-1}$. Эта формула может быть получена из разложения значения вещественной функции $f(x)$ в ряд Тейлора при варьировании аргумента функции вдоль мнимой оси. Метод комплексного шага обеспечивает точность определения производной равную точности вычисления функции ε при шаге дифференцирования h менее $\varepsilon^{1/2}$. Конечно, дифференцирование методом комплексного шага требует вычисления вектора невязок краевой задачи в комплексной области. Следовательно, для реализации такого варианта метода продолжения требуется метод для численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной области.

В третьей главе представлены результаты разработки и численные примеры применения вариантов метода продолжения по параметру для оптимизации траекторий КА с идеально регулируемые двигателями ограниченной мощности. Дифференциальные уравнения оптимального движения для динамической части задачи имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \Omega_{\mathbf{x}} + \eta \mathbf{p}_{\mathbf{v}}, \\ \dot{\mathbf{p}}_{\mathbf{v}} &= \Omega_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \mathbf{p}_{\mathbf{v}} + \mathbf{h} \mathbf{p}_{\mathbf{v}}^T \mathbf{p}_{\mathbf{v}}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где $\mathbf{h} = [\partial \eta(\mathbf{x}, t) / \partial \mathbf{x}] / 2$.

Разработан метод решения краевой задачи принципа максимума (14) с начальными условиями (7) или (8) и с конечными условиями (9) или (10) с использованием варианта (12) метода продолжения, то есть метод продолжения по краевым условиям. Решение базовой задачи оптимизации (то есть задачи с нулевым отлетным гиперболическим избытком скорости) может быть получено с помощью этого метода с использованием нулевых начальных значений $\mathbf{p}_{\mathbf{v}}$ и $d\mathbf{p}_{\mathbf{v}}/dt$ в качестве начального приближения, то есть при «естественном» начальном приближении, соответствующем пассивному движению КА по орбите планеты отправления. Проблема, однако, заключается в том, что при фиксированном времени перелета T существует множество решений указанной задачи, отличающихся друг от друга целым числом оборотов КА вокруг притягивающего центра, а указанный метод сходится к только к решению с угловой дальностью, близкой к угловой дальности траектории начального приближения.

Для реализации возможности вычисления экстремалей Понтрягина с заданной угловой дальностью для решения базовой задачи оптимизации разработан метод продолжения по гравитационному параметру. С этой целью вводится зависимость гравитационного параметра от параметра продолжения: $\mu(\tau) = \mu_0 + (1 - \mu_0)\tau$ (при использовании безразмерной формы записи уравнений движения КА конечное значение гравитационного параметра μ , соответствующее физической постановке задачи, равно 1), а начальное значение гравитационного параметра μ_0 выбирается таким образом, чтобы в пассивном движении по орбите планеты отправления КА за фиксированное время перелета переместился на требуемую угловую дальность. Для того, чтобы начальная и конечная орбиты были инвариантны относительно преобразования $\mu(\tau)$, достаточно положить, что скорость $\mathbf{v}(t, \tau)$ точки, движущейся по какой-либо из этих орбит, равна $\mathbf{v}(t, \tau) = \mu(\tau)^{0.5} \mathbf{v}(t, 1)$, где $\mathbf{v}(t, 1)$ - скорость соответствующей точки при $\tau=1$ ($\mu=1$). Для центрального ньютоновского гравитационного поля Ω приведенные выше соотношения выполняются точно, для других полей, мало отличающихся от центрального - приближенно. Представленный вариант метода продолжения по гравитационному параметру работает и в последнем случае, если основной член разложения силовой функции Ω (то есть μ/r) оказывает преобладающее влияние на движение КА.

Уравнения оптимального движения КА в рассматриваемом случае примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= \mu(\tau) \Omega_{\mathbf{x}} + \eta \mathbf{p}_v, \\ \frac{d^2 \mathbf{p}_v}{dt^2} &= \mu(\tau) \Omega_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \mathbf{p}_v + \frac{1}{2} p_v^2 \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

причем $\mu(\tau)$ является функцией продолжения. Граничные условия, с учетом сделанных замечаний, для задачи сопровождения определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \quad \dot{\mathbf{x}}(0) = \mu^{1/2}(\tau) \mathbf{v}_0, \\ \mathbf{x}(T) &= \mathbf{x}_k, \quad \dot{\mathbf{x}}(T) = \mu^{1/2}(\tau) \mathbf{v}_k, \end{aligned} \quad (16)$$

а для задачи пролета – соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \quad \dot{\mathbf{x}}(0) = \mu^{1/2}(\tau) \mathbf{v}_0, \\ \mathbf{x}(T) &= \mathbf{x}_k, \quad \mathbf{p}_v(T) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Метод продолжения по краевым условиям и метод продолжения по гравитационному параметру взаимно дополняют друг друга, позволяя, с одной стороны, варьировать основные проектно-баллистические параметры (дату старта, величину начального гиперболического избытка скорости, продолжительность и угловую дальность перелета), а с другой – использовать тривиальные начальные приближения (например, пассивное движение вдоль орбиты планеты отправления).

Разработанные численные методы непрерывного продолжения были реализованы в ряде программных средств, которые поддерживают оптимизацию ОМ-траекторий в задачах сопровождения и пролета больших планет Солнечной системы, астероидов, комет и небесных тел, определенных пользователем. Типичная оптимизация траектории при использовании разработанных программных средств включает, во-первых, применение метода продолжения по гравитационному параметру для оптимизации траекторий в широком диапазоне по датам старта, времени перелета и угловой дальности. Затем наиболее интересные траектории анализируются с использованием метода продолжения по краевым условиям для анализа зависимости характеристик траектории от начального гиперболического избытка скорости, времени старта и длительности перелета. Одной из основных задач разработанного программно-математического обеспечения является подготовка данных для продолжения ОМ-задачи в ОТ-задачу.

Разработанные методы и программные средства с успехом использовались для оптимизации траекторий КА с постоянной (ядерные ЭРДУ) и переменной (солнечные ЭРДУ) реактивной мощностью, для задач пролета и сопровождения, для центрального гравитационного поля и для задачи трех тел. Реализованные в программных средствах методы продолжения использовались для оптимизации как относительно простых перелетов с малой угловой дальностью, так и многовитковых перелетов; для определения оптимальных траекторий с изменением направления орбитального движения; для оптимизации траекторий между небесными телами с большими эксцентриситетами и наклонениями. Примеры оптимальных ОМ-траекторий, полученных с помощью представленных методов приведены на рисунках 1 и 2.

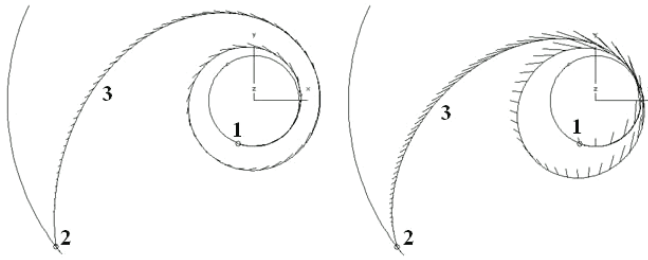


Рисунок 1 – Сравнение траекторий пролета Юпитера КА с ядерной (слева) и с солнечной (справа) ЭРДУ. Дата старта 1 июня 2001 г., $V_{\infty}=0$, $T=1700$ суток. 1 – положение Земли в момент старта, 2 – положение Юпитера в момент пролета, 3 – траектория перелета

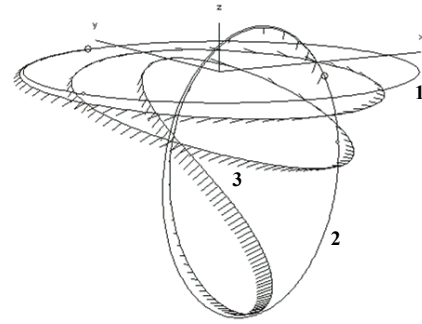


Рисунок 2 – Пример траектории сопровождения астероида с обратным направлением орбитального движения. 1 – орбита Земли, 2 – орбита астероида, 3 – траектория перелета.

Разработанные методы и программно-математическое обеспечение позволяют оптимизировать практически любые представляющие интерес межпланетные траектории КА с идеально-регулируемым двигателем ограниченной мощности.

В четвертой главе представлены результаты разработки эффективного численного метода продолжения для оптимизации ОТ-траекторий. В качестве начального приближения для этого метода используется оптимальная ОМ-траектория. При использовании разработанных методов для последовательного решения задач оптимизации ОМ- и ОТ-траекторий, типичные гелиоцентрические траектории с ограниченной тягой могут быть оптимизированы без выбора начального приближения для неизвестных параметров краевой задачи (начальных значений сопряженных переменных).

Одной из фундаментальных причин отказов традиционных численных методов при решении ОТ-задачи являются скачки в элементах матрицы чувствительности (частных производных от граничных условий по параметрам краевой задачи) из-за появления или исчезновения активных или пассивных участков.

Главная идея, использованная при разработке этого метода, заключается в гладком продолжении ОМ-задачи в ОТ-задачу с избеганием разрывов непрерывности матрицы чувствительности. Гладкое продолжение требует гладкой аппроксимации функции тяги δ по t и τ , причем сглаженная функция тяги должна быть близкой к ступенчатой функции $\delta(\psi)$ при $\tau = 1$. Следующая функция равна $\delta(\psi)$ в любой точке, где $\psi \neq 0$:

$$\delta_1(\psi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\psi}{|\psi|} + 1 \right]. \quad (18)$$

Регуляризация и сглаживание (18) может быть проведено с помощью малого регуляризирующего слагаемого $\varepsilon > 0$ в знаменателе первого слагаемого:

$$\delta_2(\psi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\psi}{|\psi| + \varepsilon} + 1 \right]. \quad (19)$$

Эта функция является гладкой и положительной в любой точке, но ее производная по времени может быть слишком велика при малом ε . В противном случае, если ε велико, δ_2

сильно отличается от δ . Для облегчения процесса продолжения вводится следующая зависимость функции тяги от τ .

$$\delta_3(\psi, \tau) = \frac{1}{2} \left[\frac{\psi}{1 - \tau + \tau \cdot |\psi| + \varepsilon(\tau)} + 1 \right], \quad (20)$$

где

$$\varepsilon(\tau) = (1 - \tau) \cdot \varepsilon_0 + \tau \cdot \varepsilon_k. \quad (21)$$

При $\tau = 0$ $\delta_3 = 0.5 \cdot [\psi / (1 + \varepsilon_0) + 1]$, а при $\tau = 1$ $\delta_3 = 0.5 \cdot [\psi / (|\psi| + \varepsilon_k) + 1] = \delta_2$. Параметры ε_0 и ε_k управляют сходимостью функции δ_3 к ступенчатой функции тяги δ (точнее, к ее гладкой аппроксимации δ_2) при увеличении параметра продолжения τ от 0 до 1. Производная по времени от δ_3 в точке переключения увеличивается с τ таким образом, что дифференциальные уравнения оптимального движения КА становятся по настоящему жесткими только при τ очень близком к 1 и малом ε . Функция δ_3 может быть отрицательной при $\tau < 1$. Это означает, что масса КА может увеличиваться на некоторых временных интервалах при $\tau < 1$.

Окончательно, предлагается следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений движения КА, реализующая гомотопию между ОМ- и ОТ-задачами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{x}} + \frac{(1 - \tau) \cdot \eta N_{j_0} + \tau \cdot \delta_3 P}{(1 - \tau) \cdot (N_{j_0} + m^2 p_m) + \tau \cdot m p_v} \mathbf{p}_v, \\ \frac{dm}{dt} &= - \frac{(1 - \tau) \cdot \eta N_{j_0} m^2 p_v^2 + \tau \cdot \delta_3 P}{(1 - \tau) \cdot 2(N_{j_0} + m^2 p_m)^2 + \tau \cdot w}, \\ \frac{d^2 \mathbf{p}_v}{dt^2} &= \Omega_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \mathbf{p}_v + \frac{(1 - \tau) \cdot N_{j_0} p_v^2 + \tau \cdot \delta_3 \left(\frac{\partial P}{\partial \eta} \psi + P \frac{1 + p_m}{w^2} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}}}{(1 - \tau) \cdot (N_{j_0} + m^2 p_m) + \tau}, \\ \frac{dp_m}{dt} &= \frac{(1 - \tau) \cdot \eta N_{j_0} m p_m p_v^2 + \tau \cdot \delta_3 P p_v}{(1 - \tau) \cdot (N_{j_0} + m^2 p_m) + \tau \cdot m^2}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Эта система обыкновенных дифференциальных уравнений соответствует ОМ-задаче при $\tau = 0$ и ОТ-задаче (за исключением разницы между δ и δ_2) при $\tau = 1$.

Используется следующая вычислительная схема оптимизации ОТ-траектории:

1) Оптимизируется ОМ-траектория, используя, например, метод продолжения по гравитационному параметру.

2) Метод продолжения (13) применяется к системе (22) с соответствующими краевыми условиями. В результате вычисляется оптимальная ОТ-траектория, имеющая гладкую аппроксимацию функции тяги δ_2 . В качестве начального приближения для начальных значений сопряженных переменных используются значения из ОМ-решения.

3) Начальные значения сопряженных переменных, полученные в результате выполнения п. 2 используются в качестве начального приближения при оптимизации ОТ-траектории с точной (ступенчатой) функцией тяги δ .

Разработанный метод был реализован в виде численного алгоритма и соответствующего программного обеспечения, что позволило провести практическую оценку его вычислительной устойчивости и эффективности. По результатам решения серии типичных задач межпланетного перелета было выявлено, что вариант метода продолжения ОМ-траекторий в ОТ-траектории с вычислением матрицы чувствительности методом комплексного шага устойчиво работает, если уровень реактивного ускорения в ОТ-задаче превышает уровень реактивного ускорения в ОМ-задаче не более, чем в 3-5 раз. Максимальная угловая дальность перелета, для которой удалось получить решение, составила около 50 витков. Разработанный метод продемонстрировал свою работоспособность на «околокритических» траекториях, которые характеризуются наличием очень малых активных или пассивных участков, появляющихся или исчезающих при малом изменении краевых условий или параметров КА. Примеры оптимальных ОТ-траекторий, полученные с использованием разработанного метода приведены на рисунках 3 и 4.

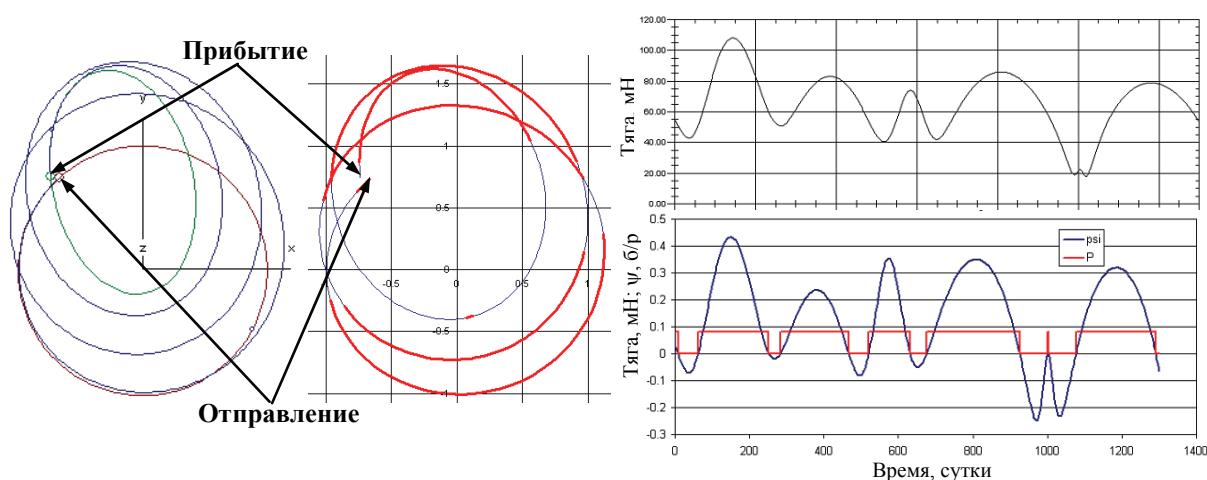


Рисунок 3 – Сопровождение астероида 2000 WO107. Слева проекции ОМ- и ОТ-траекторий на плоскость эклиптики (толстые линии соответствуют активным участкам). Справа сверху – зависимость тяги от времени на ОМ-траектории, справа внизу – зависимость от времени тяги и функции переключения на ОТ-траектории

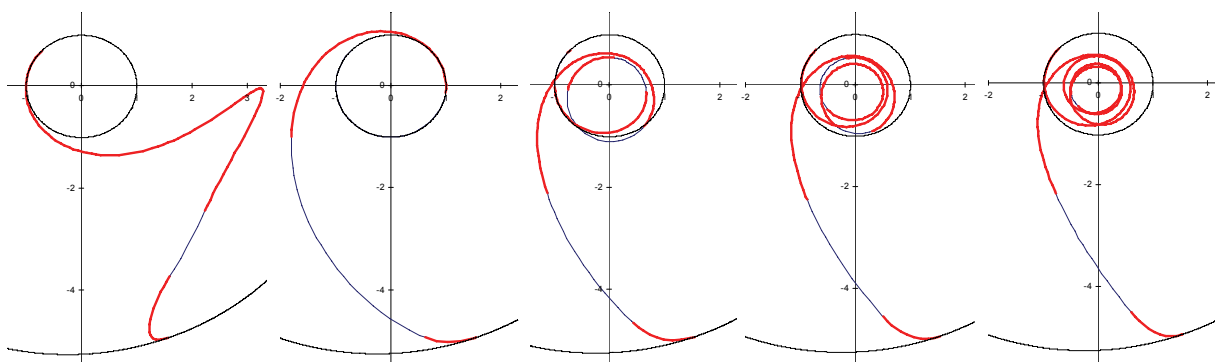


Рисунок 4 – Множество локальных экстремумов в задаче оптимизации прямого перелета КА с ЯЭРДУ к Юпитеру при одинаковых граничных условиях и проектных параметрах КА

В пятой главе приводятся результаты разработки метода продолжения решения задачи Ламберта в оптимальную ОТ-траекторию и метода оптимизации гелиоцентрической ОТ-траектории КА с малой тягой с использованием гравитационных маневров.

В рамках разработанного метода используются уравнения оптимального движения в виде (22). Начальные условия в момент отлета t_0 , с учетом необходимых условий оптимальности, представляются в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0(t_0), \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0(t_0) + \mathbf{V}_{\infty 0}, m(t_0) = m_0, \\ \mathbf{p}_x(t_0) &= \mathbf{p}_{x0}, \mathbf{p}_v(t_0) = \lambda_0 \mathbf{V}_{\infty 0}, p_m(t_0) = p_{m0}, \end{aligned} \quad (23)$$

где λ_0 – неопределенный множитель Лагранжа, $\mathbf{p}_x = -d\mathbf{p}_v/dt$. Неизвестными параметрами краевой задачи при использовании такой формы начальных условий являются

$$\mathbf{V}_{\infty 0}, \lambda_0, \mathbf{p}_{x0} \text{ и } p_{m0}, \quad (24)$$

всего 8 скалярных параметров. При использовании продолжения из начальной кеплеровской дуги в траекторию с малой тягой с заданной величиной отлетного гиперболического избытка скорости $V_{\infty 0}^*$ в начальной точке траектории должно удовлетворяться уравнение:

$$\mathbf{V}_{\infty 0}^T \mathbf{V}_{\infty 0} - V_{\infty 0}^2(\tau) = 0, \quad (25)$$

где

$$V_{\infty 0}^2(\tau) = (1 - \tau)(V_{\infty 0}^{lamb})^2 + \tau(V_{\infty 0}^*)^2, \quad (26)$$

$V_{\infty 0}^{lamb}$ - величина отлетного гиперболического избытка скорости, полученная из решения задачи Ламберта.

Таким образом, при использовании предлагаемой схемы продолжения в начальной точке определены 8 неизвестных параметров краевой задачи (24) и 1 граничное условие (25).

Конечные условия в момент прибытия КА к границе сферы действия планеты-цели t_f в рамках метода точечных сфер действия для задачи сопровождения представляют собой условия равенства координат и компонент скорости КА и планеты-цели, дополненные условием трансверсальности:

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f(t_f), \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_f(t_f), p_m(t_f) = 0, \quad (27)$$

а для задачи пролета имеют вид:

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f(t_f), \mathbf{p}_v(t_f) = 0, p_m(t_f) = 0, \quad (28)$$

Таким образом, система (27) или (28) определяет 7 скалярных граничных условий в конечной точке траектории. Общее число неизвестных параметров в краевой задаче продолжения из ламбертовой дуги в оптимальную траекторию с малой тягой остается равным 8 (см. (24)), общее число краевых условий ((25) и (27) или (28)) также равно 8. Таким образом, краевая задача (22), (23) и (27) или (28) может быть решена относительно неизвестных (24) методом продолжения в форме (13).

При оптимизации траекторий с гравитационными маневрами, в момент проведения гравитационного маневра должны выполняться следующие условия. В случае, если необходимый угол разворота гиперболического избытка скорости меньше максимального, граничные условия вместе с условиями трансверсальности в момент гравитационного маневра t_1 имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{1-}) - \mathbf{x}_{pl}(t_1) &= 0, \mathbf{p}_v(t_{1-}) - \lambda_1 \mathbf{V}_{\infty 1-} = 0, \\ \mathbf{p}_v(t_{1+}) - \lambda_1 \mathbf{V}_{\infty 1+} &= 0, \mathbf{V}_{\infty 1+}^T \mathbf{V}_{\infty 1+} - (\mathbf{V}_{\infty 1-}^\tau)^T \mathbf{V}_{\infty 1-}^\tau = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\mathbf{V}_{\infty 1-} = \mathbf{v}(t_{1-}) - \mathbf{v}_{pl}(t_1)$ - подлетный гиперболический избыток скорости, $\mathbf{V}_{\infty 1+}$ - отлетный гиперболический избыток скорости, $\mathbf{V}_{\infty 1-}^\tau = (1 - \tau)\mathbf{V}_{\infty 1-}^{lamb} + \tau\mathbf{V}_{\infty 1-}$, $\mathbf{V}_{\infty 1-}^{lamb}$ - подлетный гиперболический избыток скорости, полученный из решения задачи Ламберта, \mathbf{x}_{pl} , \mathbf{v}_{pl} - векторы координат и скорости планеты, у которой совершается гравитационный маневр, λ_1 - неопределенный множитель Лагранжа. Всего в точке гравитационного маневра должны удовлетворяться 10 равенств (29), которые включаются в состав граничных условий краевой задачи, а в состав неизвестных параметров краевой задачи добавляются 10 переменных:

$$\lambda_1, \mathbf{p}_{x1+}, \mathbf{p}_{v1+}, \mathbf{V}_{\infty 1+}. \quad (30)$$

Здесь знак «+» в нижнем индексе означает, что соответствующие величины вычисляются сразу после выполнения гравитационного маневра, при $t = t_{1+}$.

Начальные условия для интегрирования второго участка гелиоцентрической траектории (после гравитационного маневра) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{1+}) &= \mathbf{x}_{pl}(t_1), \mathbf{v}(t_{1+}) = \mathbf{v}_{pl}(t_1) + \mathbf{V}_{\infty 1+}, m(t_{1+}) = m(t_{1-}), \\ \mathbf{p}_x(t_{1+}) &= \mathbf{p}_{x1+}, \mathbf{p}_v(t_{1+}) = \mathbf{p}_{v1+}, p_m(t_{1+}) = p_m(t_{1-}). \end{aligned} \quad (31)$$

В случае выхода на ограничение по минимальной высоте пролета, граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{1-}) - \mathbf{x}_{pl}(t_1) &= 0, \\ \mathbf{V}_{\infty 1+}^T \mathbf{V}_{\infty 1-} + \tau \cos 2\varphi \mathbf{V}_{\infty 1-}^T \mathbf{V}_{\infty 1-} - (1 - \tau)(\mathbf{V}_{\infty 1-}^{lamb})^T \mathbf{V}_{\infty 1+}^{lamb} &= 0, \\ p_{v1+}^\parallel - p_{v1-}^\parallel - 2A p_{v1-}^\perp &= 0, p_{v1+}^\perp - p_{v1-}^\perp = 0, p_{v1-}^b = 0, p_{v1+}^b = 0, \\ p_{v1-}^\parallel - \lambda_1 V_{\infty 1-} &= 0, \mathbf{V}_{\infty 1+}^T \mathbf{V}_{\infty 1+} - (\mathbf{V}_{\infty 1-}^\tau)^T \mathbf{V}_{\infty 1-}^\tau &= 0, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\mathbf{V}_{\infty 1+}^{lamb}$ - отлетный гиперболический избыток скорости, полученный из решения задачи Ламберта, $p_{v1\pm}^\parallel, p_{v1\pm}^\perp, p_{v1\pm}^b$ - проекции подлетного (с индексом «-») и отлетного (с индексом «+») векторов базис-вектора на направления вдоль текущего вектора гиперболического избытка скорости, вдоль перпендикулярного направления к вектору гиперболического избытка скорости в плоскости гравитационного маневра и вдоль нормали к плоскости гравитационного маневра

$$\text{соответственно, } \cos \varphi = \frac{v_p^2}{v_p^2 + V_{\infty 1-}^2}, v_p^2 = \frac{\mu_{pl}}{r_{p \min}}, A = \frac{2}{\operatorname{tg} \varphi} \frac{V_{\infty 1-}^2}{v_p^2 + V_{\infty 1-}^2}, \operatorname{tg} \varphi = + \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}.$$

Уравнения (32), как и (29), определяют 10 граничных условий в момент гравитационного маневра, только для случая пролета планеты на минимальной высоте. Неизвестными параметрами краевой задачи в этой точке остаются переменные (30), а начальные условия для интегрирования следующего участка гелиоцентрической траектории по-прежнему определяются системой (31).

В случае, если момент времени проведения гравитационного маневра t_1 не фиксирован, он становится дополнительным неизвестным параметром краевой задачи, а к числу граничных

условий добавляется еще одно условие трансверсальности:

$$\mathbf{p}_{x1+}^T \mathbf{V}_{\infty1+} - \mathbf{p}_x(t_{1-})^T \mathbf{V}_{\infty1-} + [\mathbf{p}_v(t_{1+}) - \mathbf{p}_v(t_{1-})][\Omega_x(t_1) - \dot{v}_{pl}(t_1)] = 0. \quad (33)$$

Таким образом каждый гравитационный маневр приводит к увеличению числа неизвестных параметров краевой задачи и числа граничных условий на 10 в случае, если время гравитационного маневра задано или на 11 – если должно быть определено из необходимых условий оптимальности.

Возможен ряд модификаций представленного метода. В представленном варианте вычисляется оптимальная ОТ-траектория. Если параметр τ в уравнениях (22) (и только в них) установить равным 0, то в результате решения краевой задачи методом продолжения будет получена траектория КА с идеально-регулируемым двигателем. В качестве основного варианта рассматривается первый, хотя, в общем случае, имеет смысл предварительно получить решение задачи о перелете КА с идеально-регулируемым двигателем для оценки возможности получения решения с ограниченной тягой по полученному профилю тяги идеально-регулируемого двигателя (то есть, для оценки вопроса о существовании решения с ограниченной тягой). В самом деле, достаточными условиями существования решения с ограниченной тягой при заданных граничных условиях являются следующие два условия: 1) максимальная тяга на идеально-регулируемом решении не превосходит заданного максимального значения ограниченной тяги и 2) затраты характеристической скорости на идеально-регулируемом решении не превосходят максимального значения, реализуемого двигателем ограниченной тяги при использовании заданной максимальной массы рабочего тела. Разумеется, решение задачи с ограниченной тягой может существовать и при некотором нарушении перечисленных условий, однако при их выполнении такое решение существует гарантированно.

Третьей возможностью является установка τ равным 1 в правых частях (22). Этот вариант соответствует продолжению между двумя задачами с ограниченной тягой и может использоваться либо для уточнения решения (уменьшения абсолютных величин невязок граничных условий), либо для определения траекторий с другими (достаточно близкими) проектными параметрами КА и ЭРДУ или с другими граничными условиями.

Таким образом, краевая задача оптимизации траектории с одним гравитационным маневром имеет 18 краевых условий (25), (29) или (32), (27) или (28) и 18 неизвестных параметров $\mathbf{z} = (\mathbf{V}_{\infty0}, \lambda_0, \mathbf{p}_{x0}, p_{m0}, \lambda_1, \mathbf{p}_{x1+}, \mathbf{p}_{v1+}, \mathbf{V}_{\infty1+})^T$ при фиксированном времени гравитационного маневра. При свободном времени гравитационного маневра число краевых условий и неизвестных увеличивается на единицу. К краевым условиям добавляется (33), а к неизвестным параметрам – t_1 .

В качестве начального приближения используется решение двух задач Ламберта (перелет от планеты отправления до планеты гравитационного маневра и перелет от планеты гравитационного маневра до планеты-цели). В принятых обозначениях это начальное приближение имеет вид:

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{z}|_{\tau=0} = (\mathbf{V}_{\infty 0}^{lamb}, 0, \mathbf{0}, 0, 0, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{V}_{\infty 1+}^{lamb})^T, \quad (34)$$

то есть в качестве начального приближения используются нулевые значения всех параметров, кроме векторов отлетных гиперболических избытков скорости от планеты отправления и планеты гравитационного маневра. В качестве начального приближения для этих параметров используются соответствующие векторы, полученные из решения задач Ламберта для первого и второго гелиоцентрических участков соответственно. При свободном времени гравитационного маневра t_1 начальное приближение для t_1 при $\tau=0$ выбирается равным значению, используемому при решении задач Ламберта. Такой выбор начального приближения позволяет гарантировать выполнение всех краевых условий в начале продолжения (при $\tau=0$). Использование правильно построенной процедуры продолжения с этого начального приближения позволяет для гладкой задачи поддерживать равенство нулю невязок краевой задачи (выполнение краевых условий) на всем интервале продолжения от $\tau=0$ до $\tau=1$.

На основе разработанных методов создано программно-математическое обеспечение, позволяющее оптимизировать межпланетные траектории КА с ЭРДУ, содержащие несколько гравитационных маневров. Примеры оптимальных ОТ-траекторий с гравитационными маневрами, полученные с использованием разработанного метода представлены на рисунке 5.

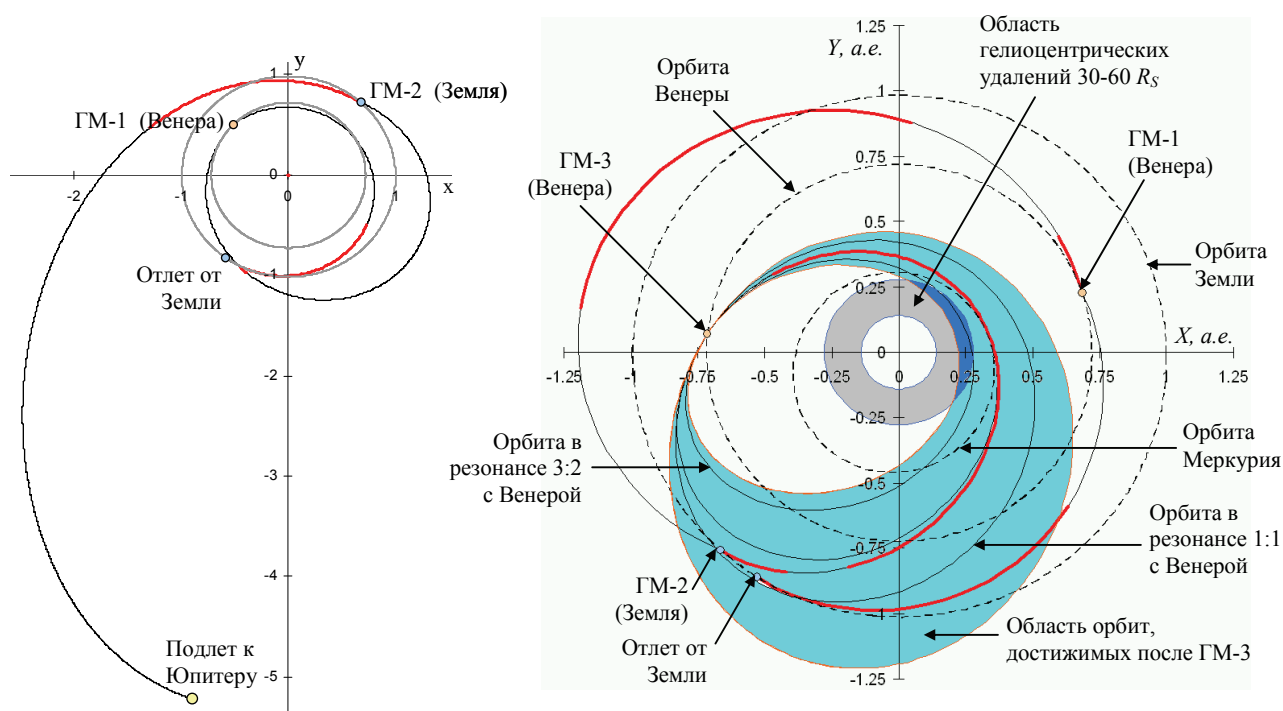


Рисунок 5 – Проекция на плоскость эклиптики оптимальных ОТ-траекторий с гравитационными маневрами у Венеры и Земли к Юпитеру (слева) и к Венере (справа) для очередного гравитационного маневра с целью формирования рабочей орбиты гелиофизического КА (толстые линии – активные участки траектории)

В шестой главе представлены результаты разработки методов оптимизации многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами и численного исследования свойств таких траекторий. Для решения задачи оптимального быстрогодействия используется метод продолжения по параметру в форме (12) и математическая модель

оптимального движения в равноденственных элементах, основанная на системе дифференциальных уравнений (6). Решение задачи оптимального быстродействия используется в качестве начального приближения при решении задачи минимизации затрат топлива модифицированным методом Ньютона.

Правые части системы уравнений оптимального движения численно осреднялись в процессе интегрирования этой системы. Для осреднения использовались простые численные методы интегрирования функций (метод трапеций или метод Симпсона) на фиксированной равномерной сетке по истинной долготе F из 60-300 узлов на витке. Интегрирование осредненной системы дифференциальных уравнений проводилось с помощью явного метода Рунге-Кутты 7 (8) порядка (метода Дормана-Принса) с начальными условиями

$$\left. \begin{aligned} h = h_0, e_x = e_{x0}, e_y = e_{y0}, i_x = i_{x0}, i_y = i_{y0}, m = m_0, \\ p_h = p_{h0}, p_{e_x} = p_{e_{x0}}, p_{e_y} = p_{e_{y0}}, p_{i_x} = p_{i_{x0}}, p_{i_y} = p_{i_{y0}}, p_m = p_{m0} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

при $t = 0$. Для задачи оптимального быстродействия масса может быть выражена в виде явной функции времени, поэтому условия на массу и сопряженную к ней переменную должны быть исключены из (35).

Выявлено существование двух типов экстремалей (C - и E -траектории, рисунок 6) в задаче перелета за минимальное время между некомпланарными круговыми орбитами. Показано существование критического значения величины угла между плоскостями граничных орбит, разбивающего параметрическое пространство задачи оптимального управления на две области, в одной из которых существует единственный тип оптимального решения, а в другой – оба (рисунок 7).

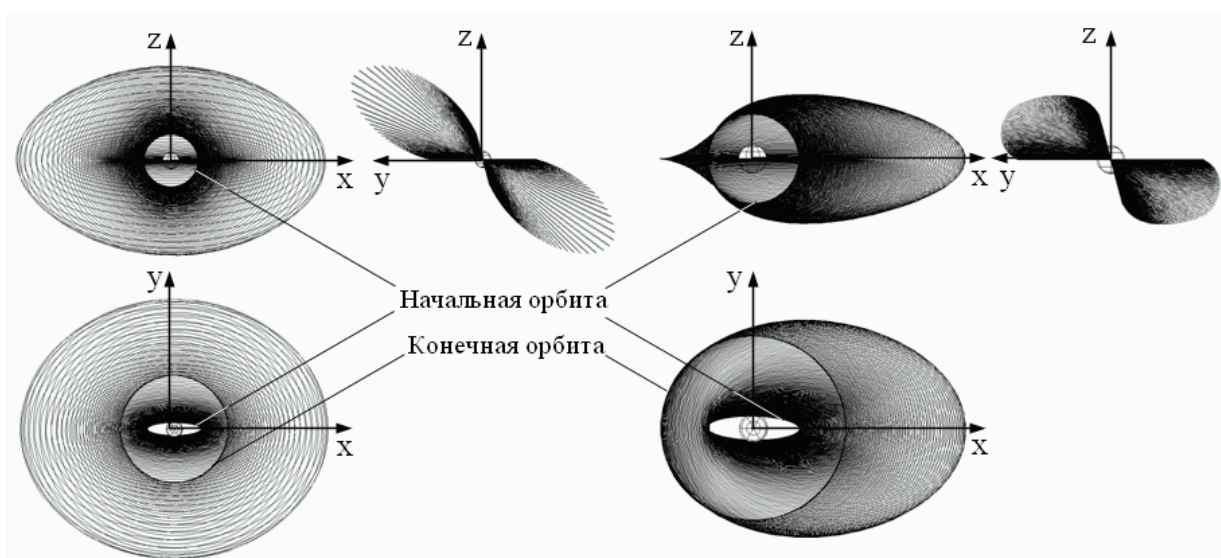


Рисунок 6 – Проекция C -траектории (слева) и E -траектории (справа) перелета с круговой орбиты высотой 15000 км с наклоном 75° на геостационарную орбиту

Показано, что при перелете между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами также существует два типа оптимальных по быстродействию траекторий, порожденных соответствующими типами траекторий задачи перелета между некомпланарными круговыми орбитами. Проанализирована структура управления на оптимальной по быстродействию траектории и ее эволюция при изменении начальных условий.

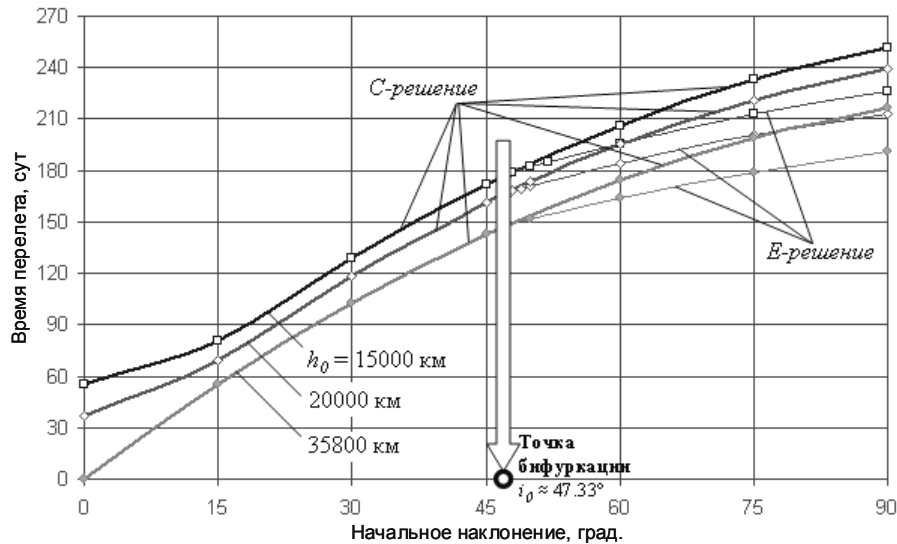


Рисунок 7 – Зависимость минимального времени перелета с круговых орбит на геостационарную орбиту от наклона начальной орбиты

Рассмотрена задача оптимального многовиткового перелета с минимальными затратами рабочего тела. Проанализирована зависимость эволюции структуры оптимальной траектории (расположения активных и пассивных участков на отдельных фазах движения и чередование этих фаз) в зависимости от времени перелета (рисунок 8).

Рассмотрена задача оптимизации многовитковых траекторий выведения КА с ЭРДУ на высокую эллиптическую орбиту (ВЭО). Решена серия задач минимизации времени перелета и массы рабочего тела. Полученные результаты, в силу применения метода осреднения, носят асимптотический характер, и применимы в достаточно большом диапазоне изменения величины начального реактивного ускорения (вплоть до единиц мм/с^2).

В работе введены понятия фазы траектории и характеристики фазы траектории для облегчения описания структуры многовитковых оптимальных траекторий и их эволюции с

Т, сут	Траектория	Схема	Последовательность	$V_{\text{хар}}, \text{М/с}$
191.406			1/0	4046.538
192			1/0-2/2-1/0	4015.232
195			1/0-2/2-1a/1-2/2-1/0	3923.022
240			1/0-2/2-1a/1-2/2	3494.561
300			2/2-1a/1-2/2	3288.884
600			1p/1-2/2-1a/1-2/2-1p/1	2879.687

Рисунок 8 – Эволюция структуры оптимальной траектории перелета с эллиптической орбиты на геостационарную орбиту с ростом продолжительности перелета.

изменением продолжительности перелета и граничных условий. Введены два варианта нотаций – «симметричная» и «несимметричная» – для обозначения характеристик фаз траекторий и структуры траектории, рассматриваемой как последовательность фаз. Проведен анализ эволюции структуры оптимальных многовитковых траекторий с низкой круговой орбиты на ВЭО в зависимости от длительности перелета (рисунок 9) и анализ эволюции структуры перелета с эллиптической орбиты на ВЭО в зависимости от высоты апогея начальной орбиты и продолжительности перелета.

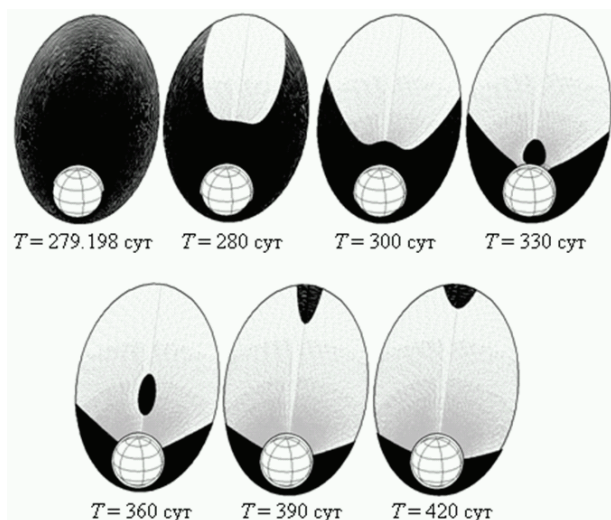


Рисунок 9 – Эволюция структуры оптимальных траекторий перелета на ВЭО при изменении времени перелета

показана близость полученных результатов и относительная малость ошибки, обусловленной применением метода осреднения.

Разработан численный метод для оптимизации неосредненной невозмущенной многовитковой траектории, включающий возможность продолжения решения по угловой дальности и определения глобально-оптимальной угловой дальности перелета (рисунок 10).

В седьмой главе получено устойчивое квазиоптимальное управление с обратной связью (КОУСОС) для перелета между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами, которое может использоваться как в качестве бортового алгоритма для обеспечения автономности КА так и при проведении проектно-баллистического анализа. Для использования такого управления в составе бортовых алгоритмов управления движением КА необходимо иметь бортовой орбитальный прогноз, периодически обновляемый либо средствами автономной навигации, либо с помощью определения траекторных параметров с привлечением наземных средств.

Метод КОУСОС основан на вычислении текущих значений переменных, сопряженных к равноденственным элементам h , e_x и i_x на сетке предварительно вычисленных решений невозмущенной задачи перелета между эллиптической и круговой орбитами, причем узлы сетки определяются значениями радиусов перицентра и апоцентра и наклона (r_p , r_a и i)

Обнаружен ряд новых эффектов, например, «отрыв» и «дрейф» области апогейных активных участков при перелете с низкой круговой орбиты на ВЭО, двойное изменение знака производной от радиуса перигея по времени в этой же задаче. Проанализированы условия существования несимметричных активных участков и витков с тремя активными участками.

Проведено сравнение полученных численных результатов с оптимальными решениями, полученными другими авторами;

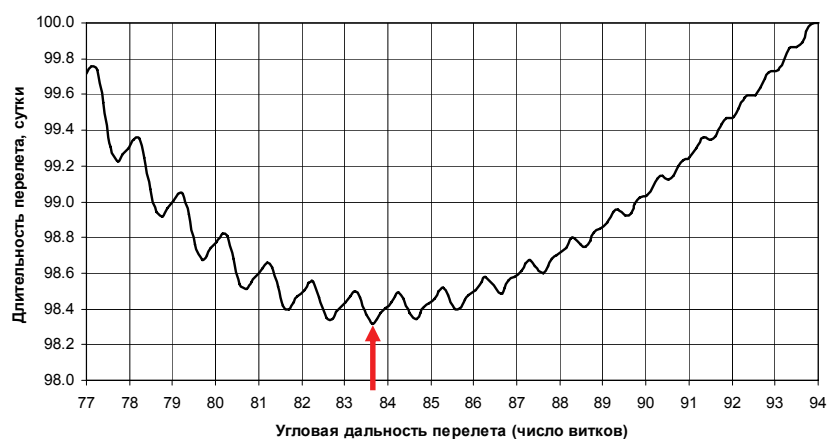


Рисунок 10 – Зависимость длительности перелета от угловой дальности. Глобальный минимум отмечен стрелкой

начальной эллиптической орбиты (линия пересечения плоскостей граничных орбит предполагается совпадающей с линией апсид начальной эллиптической орбиты). При выводе КОУСОС использовались свойства асимптотичности, подобия и симметрии оптимальных перелетов, позволяющие применять метод к различным конечным круговым орбитам и к различным центральным небесным телам. Для обеспечения устойчивости КОУСОС используется преобразование

$$\begin{aligned} p_h^* &= p_h(r_a, r_p, i), \\ p_{ex}^* &= p_{ex}(r_a, r_p, i)\cos(\omega + \Omega), p_{ey}^* = p_{ex}(r_a, r_p, i)\sin(\omega + \Omega), \\ p_{ix}^* &= p_{ix}(r_a, r_p, i)\cos(\Omega), p_{iy}^* = p_{ix}(r_a, r_p, i)\sin(\Omega), \end{aligned} \quad (36)$$

где p_h, p_{ex}, p_{ix} определяются с помощью интерполяции на трехмерной сетке как функции текущих r_p, r_a и i . Управление (36) не зависит явно от времени, явно зависит от всех 6 текущих элементов орбиты и имеет форму управления с обратной связью. Использование преобразованных значений текущего сопряженного вектора в выражениях для оптимального управления приводит к тому, что локальные экстремумы угла рысканья достигаются в узловых точках, а угол тангажа равен 0° или 180° в перигее и апогее. В результате, даже при расхождении линий узлов и апсид под действием возмущений, управление (36) обеспечивает

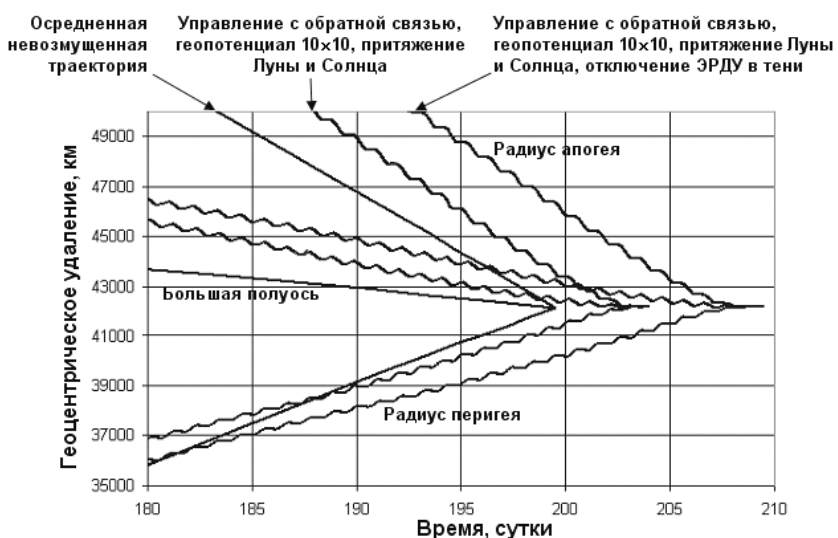


Рисунок 11 – Влияние возмущений на траектории с квазиоптимальным управлением с обратной связью

сходимость решения к конечной орбите (рисунок 11). При отсутствии возмущений это управление будет совпадать с оптимальным (с точностью до ошибок осреднения и интерполяции), а при наличии таких возмущений – отличаться от оптимального, тем больше, чем сильнее возмущения.

Показано, что предлагаемый алгоритм является устойчивым, то есть обеспечивает

наведение КА в окрестность целевой круговой орбиты по квазиоптимальной траектории при действии типовых возмущающих ускорений, при больших отклонениях начальных условий от номинальных значений и при наличии ошибок в реализации вектора тяги. Использование рассмотренного алгоритма приводит к незначительному увеличению времени выведения с начальной орбиты на геостационарную орбиту по сравнению с оптимальной траекторией. Алгоритм достаточно прост в реализации, основан только на регулярных неитерационных методах вычислений, обладает высоким быстродействием и не требует большого объема памяти.

Разработана методика статистического моделирования траекторий перелета КА с ЭРДУ при использовании квазиоптимального управления с обратной связью с учетом воздействия основных внешних возмущающих факторов, ошибок бортового орбитального прогноза и ошибок реализации вектора тяги ЭРДУ.

Разработан метод быстрого проектно-баллистического анализа комбинированных схем выведения КА с ЭРДУ на круговые орбиты (рисунок 12) с использованием универсальных таблиц

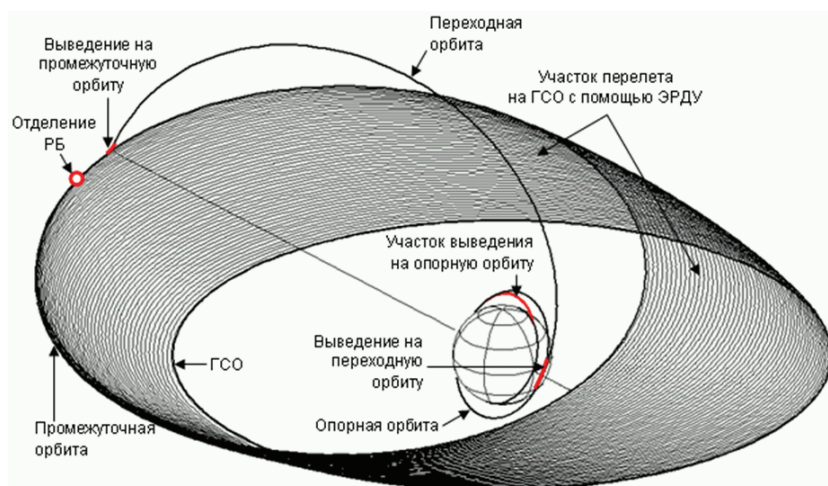


Рисунок 12 – Типовая схема выведения КА с маршевой ЭРДУ на геостационарную орбиту

характеристической скорости на трехмерной сетке значений радиусов перицентра и апоцентра и наклона орбиты включения ЭРДУ. Это возможно, так как при достаточно малом реактивном ускорении КА (менее $2-4 \text{ мм/с}^2$), рассматриваемые оптимальные многовитковые траектории перелета обладают свойством асимптотичности – на таких траекториях

характеристическая скорость перелета практически не зависит от уровня реактивного ускорения, поэтому задача определения массы КА (параметрическая задача) может быть решена после решения задачи определения траектории (динамической задачи). В процессе решения задачи оптимизации комбинированной схемы перелета фактически определяются оптимальные параметры орбиты включения ЭРДУ, обеспечивающие при оптимальном по быстродействию управлении доставку на конечную круговую орбиту КА максимальной массы за заданное время.

Разработана методика расчета квазиоптимального перелета КА с ЭРДУ между круговыми околоземной и окололунной орбитами, а также между точкой либрации L1 системы Земля-Луна и круговой околоземной или окололунной орбитой. Аналогичная методика применима для расчета квазиоптимальных траекторий перелета между круговой околоземной орбитой и точками либрации L1 или L2 системы Земля-Солнце. Основные положения, используемые при разработке этих методик заключаются в том, что оскулирующие орбиты коллинеарных точек либрации L1 и L2 являются эллиптическими, и, следовательно, для расчета квазиоптимальных траекторий между этими точками либрации и круговой околоземной (или окололунной, при анализе селеноцентрического участка траектории) орбитой можно использовать разработанный метод КОУСОС. При анализе перелетов между околоземной и окололунной орбитами дополнительно используется то обстоятельство, что при достаточно малом реактивном ускорении траектория перелета должна проходить через малую окрестность

точки либрации. Типичная квазиоптимальная траектория перелета к Луне представлена на рисунке 13.

На основе анализа квазиоптимальных траекторий разработана методика проектно-баллистического анализа перелета КА с ЭРДУ между орбитами искусственных спутников Земли и Луны.

Выводы по работе

В результате проведенных исследований решена научная проблема разработки эффективных методов оптимизации траекторий КА с ЭРДУ, имеющая важное значение для космической техники. Получены следующие основные результаты:

1. Разработан комплекс новых методов продолжения для оптимизации траекторий КА с ЭРДУ ограниченной мощности и ограниченной тяги, включая методы продолжения по конечным условиям, продолжения по гравитационному параметру, продолжения оптимальной траектории КА с ограниченной мощностью в оптимальную траекторию КА с ограниченной тягой, метод продолжения решения задачи Ламберта в оптимальную траекторию КА с ЭРДУ, метод продолжения для оптимизации траекторий КА с ЭРДУ с гравитационными маневрами, метод продолжения для оптимизации многовитковых траекторий межорбитального перелета [1, 2, 5, 14, 23-27, 29-32, 35, 42-45].

2. Проведен качественный анализ свойств экстремалей Понтрягина в задачах оптимизации многовитковых траекторий КА с двигателем ограниченной тяги, включая задачи минимизации времени перелета и минимизации затрат рабочего тела. Обнаружено ветвление оптимальных решений, выявлены типы оптимальных траекторий, проанализирована структура оптимального управления и проведен анализ изменения структуры типовых оптимальных траекторий при изменении длительности выведения [1, 3, 24, 26, 29, 44].

3. Разработан новый метод оптимизации основных параметров комбинированных схем выведения КА с ЭРДУ [34, 47].

4. Разработан новый метод квазиоптимального управления вектором тяги ЭРДУ на многовитковых межорбитальных перелетах [4, 6, 50].

5. Разработаны методы расчета квазиоптимальных траекторий перелета КА с ЭРДУ к Луне и к точкам либрации [20, 21, 28, 46, 49].

6. Разработанные методы использовались при проектно-баллистическом анализе ряда перспективных КА [7-19, 22, 28, 33, 36-41, 48].

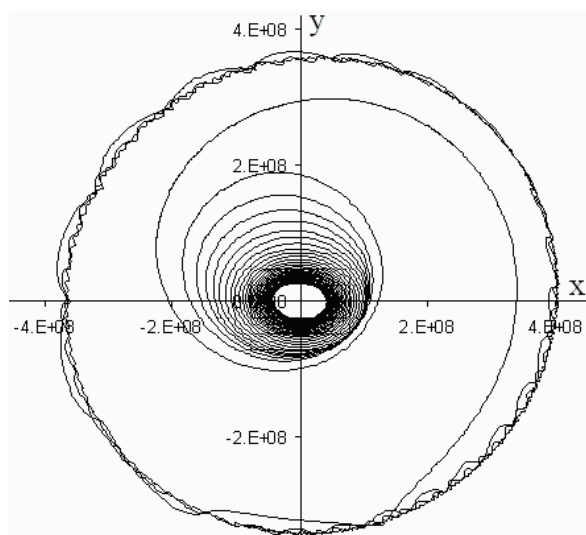


Рисунок 13 – Проекция типичной траектории перелета с малой тягой между орбитами искусственных спутников Земли и Луны на плоскость геоэкватора в J2000

Публикации по теме диссертации

В изданиях из рекомендованного ВАК Минобрнауки России перечня:

1. Петухов В.Г. Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами. *Космические исследования*, т. 42, № 3, 2004, с. 260-279.
2. Петухов В.Г. Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения. *Космические исследования*, том 46, № 3, 2008, с. 224-237.
3. Петухов В.Г. Оптимальные многовитковые траектории выведения космического аппарата с малой тягой на высокую эллиптическую орбиту. *Космические исследования*, том 47, № 3, 2009, с. 271-279.
4. Петухов В.Г. Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелета с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами. *Космические исследования*, 2011, том 49, № 2, с. 128–137.
5. Петухов В.Г. Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой. *Космические исследования*, т. 50, № 3, 2012, стр. 258 – 270.
6. Петухов В.Г. Робастное квазиоптимальное управление с обратной связью для перелета с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами. *Вестник МАИ*, т. 17, № 3, 2010, с. 50-58.
7. Петухов В.Г. Эволюция орбит в двукратно осредненной задаче Хилла под влиянием малого трансверсального ускорения. *Космические исследования*, 1989, т.27, №3, с. 339-345.
8. Константинов М.С., Леб Х.В., Петухов В.Г. Применение высокочастотного ионного двигателя RIT-22 в проекте «Интергелио-Зонд». *Электронный журнал «Труды МАИ»*, № 60, 2012, 10 с.
9. Константинов М.С., Леб Х.В., Петухов В.Г., Попов Г.А. Проектно-баллистический анализ пилотируемой марсианской миссии с ядерной электроракетной двигательной установкой. *Труды МАИ*, 2011, № 42, 21 с.
10. Константинов М.С., Петухов В.Г. Поддержание орбитальной конфигурации системы КА на высоких эллиптических орбитах. *Вестник МАИ*, №1 том 15, 2008, с. 60-69.
11. Лёб Х.В., Петухов В.Г., Попов Г. А. Гелиоцентрические траектории космического аппарата с ионными двигателями для исследования Солнца. *Электронный журнал «Труды МАИ»*, 2011, № 42, 22 с.
12. Мартынов М.Б., Петухов В.Г. Концепция применения электроракетной двигательной установки в научных космических проектах: преимущества и особенности, примеры реализации. *Вестник ФГУП «НПО им. С.А.Лавочкина»*, 2011, №2, с. 3-11.

В рецензируемых иностранных изданиях:

13. Константинов М.С., Петухов В.Г., Попов Г.А. Применение СПД при выведении спутников на геостационарную орбиту с использованием ракет-носителей легкого класса. *Вестник двигателестроения*, №2, 2003, с. 124-128.
14. Petukhov V.G., Konstantinov M.S., Fedotov G.G. 1st ACT Global Trajectory Optimisation Competition: Results found at Moscow Aviation Institute and Khrunichev State Research and Production Space Center. *Acta Astronautica*, Volume 61, Issue 9, November 2007, p. 775-785.
15. Konstantinov M.S., Latyshev L.A., Petukhov V.G., Popov G.A., Fedotov G.G. Application of stationary plasma thrusters M100-M290 to Pluto fast flyby. *Space Technology*, Elsevier Science Ltd, Great Britain, 1995, vol.15, No.6, p. 387-390.
16. Konstantinov M.S., Loeb H.W., Petukhov V.G., Popov G.A. One Variant of Manned Mission to Mars with a Nuclear Electric Propulsion. *International Journal of Space Technology Management and Innovation (IJSTMI)*. 1(2), p. 1-17.
17. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. The Analysis of Manned Mars Mission with Duration of 1000 Days. *Acta Astronautica*, v. 73, p. 122-136.

18. Martynov M.B., Petukhov V.G. Applications of Electric Propulsion in Scientific Space Projects: Benefits, Features, and Implementation Examples. *Solar System Research*, v. 46, N 7, p. 523-530.
19. Balebanov V., Fedotov G., Kim V., Konstantinov M., Kostenko V., Pivovarov M., Petukhov V., Popov G., Sukhanov A. Small Universal Space Platform: Mission Capabilities. *Acta Astronautica*, Elsevier Science Ltd, Great Britain, 39 (1-4), 1996, p. 181-188.

Другие публикации:

20. Ивашкин В.В., В.Г. Петухов В.Г. Определение траектории перелета КА от Земли к Луне с малой тягой при использовании орбиты захвата Луной. Тезисы XXXIII академических чтений по космонавтике, Москва, ИИЕТ, 2009, 1 с.
21. Ивашкин В.В., Петухов В.Г.. Траектории перелета с малой тягой между орбитами спутников Земли и Луны при использовании орбиты захвата Луной. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН № 81, 2008, 32 с.
22. Обухов В.А., Петухов В.Г., Попов Г.А. Выбор параметров электроракетных двигательных установок для лунных миссий. Вторая Международная конференция «Передовые космические технологии на благо человечества». Украина, г. Днепропетровск, 2009, 1 с.
23. Петухов В.Г. Использование методов продолжения по параметру для оптимизации траекторий космических аппаратов с малой тягой. Тезисы докладов XXXII Научных Чтений, посвященных разработке творческого наследия К.Э. Циолковского. М., ИИЕТ РАН, 1997, 1 с.
24. Петухов В.Г. Метод продолжения для оптимизации траекторий с малой тягой. Тезисы Пятого международного аэрокосмического конгресса IAC'06. Москва, 27 – 31 августа 2006 г., 1 с
25. Петухов В.Г. Оптимизация траекторий и эволюция движения космических аппаратов с двигательными установками малой тяги. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.07.09 «Динамика, баллистика и управление движением летательных аппаратов», М., МАИ, 1996, 132 с.
26. Петухов В.Г. Оптимизация траекторий космических аппаратов с малой тягой. Семинар ИКИ РАН по динамике и управлению, Москва, ИКИ РАН, 2000 (URL: <http://arc.iki.rssi.ru/seminar/200006/OLTTR2.ppt>).
27. Петухов В.Г. Программа для расчета многовитковых траекторий межорбитального перелета с малой тягой с параметрическим или квазиоптимальным управлением. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010616183. Правообладатель: Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (государственный технический университет)» (RU). Заявка № 2010614343, дата поступления 20 июля 2010 г. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 20 сентября 2010 г., 1 с.
28. Петухов В.Г. Проектно-баллистический анализ лунного транспортного космического аппарата с электроракетной двигательной установкой. Тезисы XXXIII академических чтений по космонавтике, Москва, ИИЕТ, 2009, 1 с.
29. Попов Г.А., Константинов М.С., Петухов В.Г. Проектирование траекторий межорбитального перелета космического аппарата с маршевыми электроракетными двигательными установками. Вестник РФФИ, №3 (47) Май - июнь 2006, с. 16 –30.
30. Eneev T.M., Efimov G.B., Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Akhmetshin R.Z., Fedotov G.G. Mercury-to-Pluto Range Missions Using Solar-Nuclear Electric Propulsion. Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russia Academy of Sciences, preprint 111, 1996, 35 pp.
31. Eneev T.M., Egorov V.A., Efimov G.B., Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Akhmetshin R.Z., Fedotov G.G. Some Methodical Problems of Low-Thrust Trajectory Optimization. Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russia Academy of Sciences, preprint 110, 1996, 24 pp.
32. Fedotov G.G., Konstantinov M.S., Petukhov V.G. Application of the power-limited problem to the electric propulsion mission design. IEPC-95-220, Moscow, 1995, 9 pp.

33. Konstantinov M.S., Fedotov G.G., Petukhov V.G., et al. Electric Propulsion Mission to GEO Using Soyuz/Fregat Launch Vehicle. 52nd International Astronautical Congress. IAF-01-V.3.02, France, Toulouse, 2001, 10 pp.
34. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. Easy Engineering Technique of Optimal Electric Propulsion Trajectory Estimation. IAC-06-C4.4.06, 2006, 11 pp.
35. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. Methodical Aspects of Optimization of Complex Interplanetary Trajectories (Global Trajectory Optimization). IAC-06-C1.4.03, 2006, 11 pp.
36. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. One Version of a Space Transport System for Research of the Sun. IAC-11.C4.6.10, 62nd International Astronautical Congress, Cape Town, South Africa, 3-7 October 2011, 11 pp.
37. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. The Analysis of One Concept of Manned Mission to Mars. IAC-10-A5.4.6, 61st International Astronautical Congress, 27.9-01.10.2010, Prague, Czech Republic, 11 pp.
38. Konstantinov M.S., Petukhov V.G. The Analysis of Required Characteristics of Electric Power Plant and Electric Propulsion at Realization of one Mission of Manned Expedition onto Mars. Space Propulsion-2010, 3-5 May 2010, San Sebastian, Spain, 8 pp.
39. Medvedev A., Khatulev V., Yuriev V., Petukhov V. et al. Lunar and Planetary Missions Using Rockot Launch Vehicle. IAA-L-0704P, 2000, 8 pp.
40. Medvedev A., Khatulev V., Yuriev V., Petukhov V. et al. Combined flight profile to insert telecommunication satellite into geostationary orbit using "Rocket" light-weight class launch vehicle. 51st International Astronautical Congress. IAF-00-V.2.09, Brasilia, Rio de Janeiro, 2000, p. 9.
41. Obukhov V.A., Fedotov G.G., Konstantinov M.S., Petukhov V.G., Popov G.A. Application of Solar Electric Propulsion to Outer Planet Space Missions. The 60-th International Astronautical Congress, IAC-09-C4.8.8, Daejeon, Korea, 2009, 5 pp.
42. Petukhov V.G. Homotopic Approach to Low-Thrust Trajectory Optimization: Numerical Technique and Tools. 4th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques, 3-6 May 2010, ESA/ESAC, Madrid, Spain. ESA Proceedings WPP-308, 8 pp.
43. Petukhov V.G. One Numerical Method to Calculate Optimal Power-Limited Trajectories. International Electric Propulsion Conference. IEPC-95-221, Russia, Moscow, 1995, 8 pp.
44. Petukhov V.G. Optimal Multirevolutional Transfers between Non-Coplanar Orbits. Proceedings of International Symposium on Low-Thrust Trajectories Optimization (LOTUS-2), Toulouse, 2002, 20 pp.
45. Петухов В.Г. Минимальные по продолжительности многовитковые перелеты между некопланарными эллиптическими орбитами. Космос на страже родины. 3 научные чтения по военной космонавтике памяти М.К.Тихонравова. Т. 2, СИП РИА, М., 2001, 3 с.
46. Petukhov V.G., Konstantinov M.S. Spacecraft Insertion into Earth-Moon L1 and Lunar Orbit. IAC-09-D2.3.11, 2009, 8 pp.
47. Petukhov V.G., Konstantinov M.S. Spacecraft Insertion into High Working Orbits using Light-Class Launcher and Electric Propulsion. 17th International Symposium on Space Flight Dynamics. Proceedings. Vol. 2, Moscow, 2003, 14 pp.
48. Petukhov V.G., Popov G.A., Obukhov V.A. Application of Stationary Plasma Thrusters for Spacecraft Insertion Into the Geostationary Orbit. IAC-12-C4.4.3, 63rd International Astronautical Congress, Naples, Italy, 1-5 October 2012, 9 pp.
49. Petukhov V.G., Popov G.A., Svtina V.V. Suboptimal Low-Thrust Trajectories for Lunar Missions. GLUC-2010-2.2.P3, Global Lunar Conference, 31 May – 3 June 2010, IAF Beijing, China, 8 pp.
50. Petukhov V.G., Svtina V.V.. Robust Suboptimal Feedback Control for Low-Thrust Transfers between Noncoplanar Elliptical and Circular Orbits. 3rd European Conference for Aero-Space Sciences (EUCASS-2009). France, Versailles, 2009, 9 pp.

Подписано в печать: 05.07.2013
Тираж: 100 экз. Заказ №466
Отпечатано в типографии «Реглет»
г. Москва, Ленинградский проспект д.74
(495)790-47-77 www.reglet.ru