

Труды МАИ. 2022. № 122
Trudy MAI, 2022, no. 122

Научная статья
УДК 629.7.05
DOI: [10.34759/trd-2022-122-20](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-20)

НОВЫЕ КРИТЕРИИ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖАЮЩИХ УСТРОЙСТВ УСТАНОВЛЕННЫХ НА ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ

Зульфугарлы Пери Расим гызы

Национальное аэрокосмическое агентство,
Баку, Азербайджанская республика

Peri.rzayeva30@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена разработке новых критериев оптимизации функционирования изображающих устройств, установленных на сверхскоростных летательных устройствах. Рассмотрен случай размещения изображающей системы в составе летательного средства, передвигающейся со сверхвысокой скоростью. При отсутствии перекрытий соседних во времени формируемых изображений требуется сформировать новые критерии оптимизации таких систем. Предложены два критерия такой оптимизации и выявлены условия выполнения этих критериев.

Ключевые слова: БПЛА, изображающая система, оптимизация, камера, критерий

Для цитирования: Зульфугарлы П.Р. Новые критерии оптимизации функционирования изображающих устройств, установленных на высокоскоростных

NEW CRITERIA FOR OPTIMIZING THE FUNCTIONING OF IMAGING DEVICES INSTALLED ON HIGH-SPEED UNMANNED AERIAL VEHICLES

Zulfugarly Peri Rasim gyzy

National Aerospace Agency,

Baku, Azerbaijan Republic

Peri.rzayeva30@gmail.com

Abstract. Effective visual monitoring of the ground situation can be carried out using various imaging devices installed on the UAV. In this case, the spatial resolution can be up to 1 cm. The dominant direction here is the fulfillment of the criterion for overlapping images of each other, obtained at the rate of UAV movement. It is common knowledge. That in order to obtain a high-quality orthomosaic image, adjacent terrain images obtained during the UAV flight should overlap 60% in the forward direction and 20% in the direction perpendicular to the direction of movement. At the same time, when the carrier is flying at supersonic speed and the requirements for the overlap of time-sequential images are often not met. In such cases, qualitatively new criteria are required to optimize imaging systems. The resolution of photogrammetric images obtained from aircraft equipped with imaging devices is determined by such a metric as the Ground Sample Distance, or GSD for short, which is defined as the distance between two adjacent pixels.

With regard to high-speed flying objects equipped with imaging devices, the following optimization criteria have been proposed: (1) Design criterion α_1 , (2) Functional optimization criterion α_2 . The first criterion is put forward in order to achieve small design dimensions of the imaging unit for a given value of the number of pixels per unit image width and $GSD = \text{const}$. In turn, the second criterion is put forward from the conditions for achieving stealth devices for various detection systems. The solution of the formulated optimization problems showed that the criteria α_1 and α_2 are fulfilled with a square root dependence of the distance from the sensor to the ground object and the size of the sensor area on the focal length of the device, respectively.

Keywords: UAV, imaging system, optimization, camera, criterion

For citation: Zulfugarly P.R. New criteria for optimizing the functioning of imaging devices installed on high-speed unmanned aerial vehicles. *Trudy MAI*, 2022, no.122. DOI: [10.34759/trd-2022-122-20](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-20)

1. Введение

Климатические изменения, происходящие в последние десятилетия привели к более частому появлению таких катастрофических событий как оползни, наводнения и др. [1,2]. Эффективный визуальный контроль таких событий может быть осуществлен с помощью БПЛА, снабженных различными изображающими устройствами [3-8].

Например, в работе [9] сообщается о достижении пространственного разрешения 10 см, которое может быть повышено также до 1 см [10].

Что касается оптимизации таких изображающих систем, то доминирующим направлением здесь является выполнения критерия по перекрытию изображений друг – друга, получаемых в темпе передвижения БПЛА [11-16]. Так, например, согласно [11], для получения качественного ортомозаичного изображения соседние снимки местности, получаемые в ходе полета БПЛА должны перекрываться на 60% в направлении вперед и на 20% в направлении перпендикулярно к направления движения. Очевидно, что такой критерий может быть использован при работе изображающего устройства в режиме непрерывной съемки. Вместе с тем, может быть использован режим многоточечной съемки когда носитель летит со сверхзвуковой скоростью и требования по перекрытию последовательных во времени изображений не выполняется. В подобных случаях для оптимизации изображающих систем требуются качественно новые критерии, которым и посвящена настоящая статья.

2. Предлагаемый метод

Как отмечается в работе [17] разрешение фотограмметрических снимков, получаемых с помощью летательных аппаратов, снабженных изображающими устройствами, определяется таким показателем как дистанция выборки на земле (Ground Sample Distance), или сокращенно GSD, определяемого в качестве расстояния между двумя соседними пикселями. При этом, существует следующее базовое соотношение

$$F_H = \frac{GSD \cdot F_L \cdot P_N}{S_w} \quad (1)$$

где F_H – высота полета носителя фотограмметрического изображающего устройства; GSD – дистанция выборки на земле, в метрах; F_L – фокусное расстояние, в мм; P_N – количества пикселей на единичной ширине изображения (per image width); S_w – ширина сенсора.

Например, как отмечается в работе [18], камера типа Canon S100 воспроизводит изображения в формате 12.1 мега пикселей (3000·4000 пикселей). Размер сенсора 7.44·5.58 мкм; размер одного пикселя 1.86 мкм; откалиброванная величина фокусного расстояния (C_k) 5.361 мм.

Из выражения (1) получаем

$$GSD = \frac{F_H \cdot S_w}{F_L \cdot P_N} = \frac{pix \cdot F_H}{F_L} \quad (2)$$

где pix – размер пикселя.

Соотношение указанных показателей геометрически показано на рис. 1.

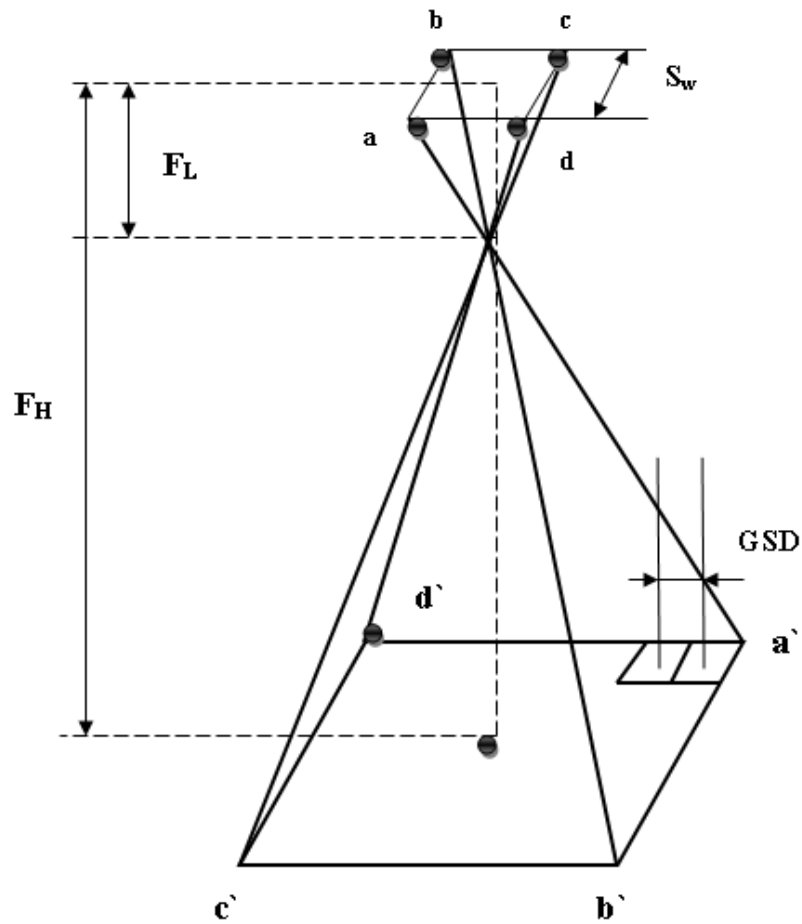


Рис. 1. Геометрическая интерпретация формирования изображения с определениями основных показателей функционирования камеры установленной на БПЛА

Применительно к высокоскоростным летательным объектам, снабженным изображающими устройствами, можно предложить следующие критерии оптимизации:

1. Конструктивный критерий оптимизации α_1 определяемый как

$$\alpha_1 = S_w \cdot F_{Lmax} \quad (3)$$

2. Функциональный критерий

$$\alpha_2 = F_H \cdot F_{Lmax} \quad (4)$$

При применении первого критерия логично потребовать, чтобы удовлетворилось условие

$$\alpha_1 \rightarrow \min \text{ при } P_N; GSD = \text{const} \quad (5)$$

При применении второго критерия также логично потребовать выполнения условия

$$\alpha_2 \rightarrow \min \text{ при } P_N; GSD = \text{const} \quad (6)$$

Отметим, что критерий α_1 выдвигается из соображений достижения малых конструктивных размеров изображающего узла при $P_N = \text{const}; GSD = \text{const}$. В свою очередь, критерий α_2 выдвигается из условий достижения малозаметности устройства для различных систем обнаружения. Рассмотрим условия, когда может быть выполнено требование (5). Из выражения (1) получим

$$S_w = \frac{GSD \cdot F_L \cdot P_N}{F_H} \quad (7)$$

Далее допускаем наличия технических решений скоростного изменения фокусного расстояния линз. Так, например, в работе [19] сообщается об изготовлении жидких линз, способных менять фокусное расстояние за доли миллисекунды [19].

Допустим, что в ходе высокоскоростного полета носителя фокусное расстояние F_L меняет свое значение от F_{Lmin} до F_{Lmax} дискретно, с шагом $\Delta F_L = \text{const}$. Следовательно, имеем упорядоченное множество

$$F = \{F_{L,i}\}; i = \overline{1, n}; n = \frac{F_{Lmax} - F_{Lmin}}{\Delta F_L} + 1 \quad (8)$$

При этом, вводится функция управления высотой полета носителя в виде

$$F_H = f(F_L) \quad (9)$$

Следовательно, можно рассмотреть сумму

$$S_{w\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{GSD \cdot F_L \cdot P_N}{F_H(F_L)} = C_1 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{F_L}{f(F_L)} \quad (10)$$

где $C_1 = GSD \cdot P_N = const.$

Таким образом, на основе (10) можно сформировать оптимизационную задачу поиска такой функциональной зависимости (9), при которой $S_{w\Sigma}$ достигает минимума. Для решения данной задачи применительно к функции $f(F_L)$ примем следующее ограничительное условие, справедливое для условно непрерывной модели рассматриваемой задачи

$$\int_{F_{Lmin}}^{F_{Lmax}} f(F_L) dF_L = C_2; \quad C_2 = const \quad (11)$$

Некоторые виды функций $f(F_L)$, удовлетворяющих условию (11) приведены на рис. 2.

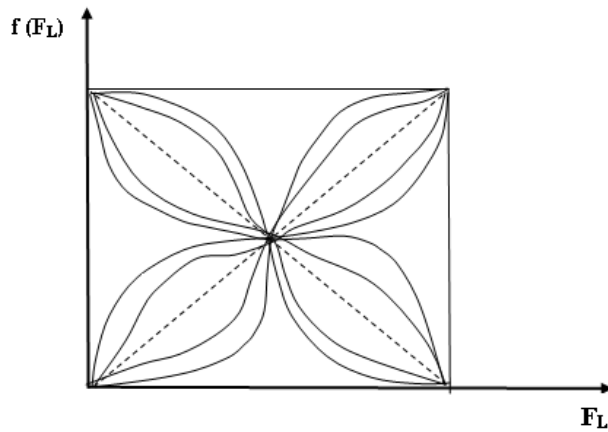


Рис. 2. Возможные виды функций $f(F_L)$, удовлетворяющих условию (11)

Условно непрерывная запись выражения (10) имеет вид

$$S_{wcp} = \frac{C_1}{F_{Lmax} - F_{Lmin}} \cdot \int_{F_{Lmin}}^{F_{Lmax}} \frac{F_L}{f(F_L)} dF_L \quad (12)$$

С учетом (11) и (12), а также условно приняв $F_{Lmin} = 0$, можно составить задачу безусловной вариационной оптимизации в виде целевого функционала F_{01} , подлежащего минимизации:

$$F_{01} = \frac{C_1}{F_{Lmax}} \cdot \int_0^{F_{Lmax}} \frac{F_L}{f(F_L)} dF_L + \lambda \left[\int_0^{F_{Lmax}} f(F_L) dF_L - C_2 \right] \quad (13)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Решение задачи (13) согласно [20] должно удовлетворить условию

$$\frac{\partial \left\{ \frac{C_1}{F_{Lmax}} \cdot \frac{F_L}{f(F_L)} + \lambda \cdot f(F_L) \right\}}{\partial f(F_L)} = 0 \quad (14)$$

Из (14) получаем

$$-\frac{C_1 F_L}{F_{Lmax} \cdot f^2(F_L)} + \lambda = 0 \quad (15)$$

Из (15) находим

$$f(F_L) = \sqrt{\frac{C_1 F_L}{\lambda \cdot F_{Lmax}}} \quad (16)$$

С учетом (11) и (16) имеем

$$\sqrt{\frac{C_1}{\lambda \cdot F_{Lmax}}} \cdot \int_0^{F_{Lmax}} \sqrt{F_L} dF_L = C_2 \quad (17)$$

Из (17) находим

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{F_{Lmax}^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{C_1}}{\lambda^{\frac{1}{2}} \cdot F_{Lmax}^{\frac{1}{2}}} = C_2$$

ИЛИ

$$\lambda = \frac{9}{4} \cdot \frac{F_{Lmax}^2 \cdot C_1}{C_2^2} \quad (18)$$

С учетом (16) и (18) получим

$$f(F_L) = \sqrt{\frac{9 \cdot F_L \cdot C_2^2}{4 \cdot F_{Lmax}^2}} = \frac{3}{2} \frac{C_2 \cdot F_L^{\frac{1}{2}}}{F_{Lmax}^{\frac{3}{2}}} \quad (19)$$

При этом, решение (19) обеспечивает минимум целевого функционала (13), т.к. вторая производная интегранта в (13) по искомой функции оказывается положительной величиной.

Аналогичный анализ проведем в отношении критерия (6). Отметим, что критерий α_2 выдвигается из соображений достижения малозаметности полета носителя, т.к. требуется достижения минимума произведения $F_H \cdot F_{Lmax}$.

В выражении (1) примем наличие функции управления $S_w = \varphi(F_L)$. В этом случае, наподобие вышеприведенному анализу применительно к условно непрерывной модели рассматриваемой задачи можно ввести ограничительное условие.

$$\int_{F_{Lmin}}^{F_{Lmax}} \varphi(F_L) dF_L = C_3; \quad C_3 = const \quad (20)$$

Также, наподобие выражению (12) можем сформировать целевой функционал

$$F_{Hcp} = \frac{C_1}{F_{Lmax} - F_{Lmin}} \cdot \int_{F_{Lmin}}^{F_{Lmax}} \frac{F_L}{\varphi(F_L)} dF_L \quad (21)$$

С учетом (20) и (21) при $F_{Lmin} = 0$ составим целевой функционал безусловной вариационной оптимизации.

$$F_{02} = \frac{C_1}{F_{Lmax}} \cdot \int_0^{F_{Lmax}} \frac{F_L}{\varphi(F_L)} dF_L + \lambda \left[\int_0^{F_{Lmax}} \varphi(F_L) dF_L - C_3 \right] \quad (22)$$

В силу симметричности выражений (13) и (22) можно предположить, что решение задачи (22) будет иметь вид

$$\varphi(F_L) = \frac{3}{2} \cdot \frac{C_3 \cdot F_L^{\frac{1}{2}}}{F_{Lmax}^{\frac{3}{2}}} \quad (23)$$

При этом решение (23) также приведет к минимуму функционала (22) по вышеприведенным соображениям. Отсюда получаем

$$\alpha_2 = S_w \cdot F_{Lmax} \rightarrow \min$$

Таким образом, с учетом решений (19) и (23) можно заключить, что критерии α_1 и α_2 выполняется при квадратно корневой зависимости F_H и S_w от F_L соответственно.

Заключение

Рассмотрен случай размещения изображающей системы в составе летательного средства, передвигающейся со сверхзвуковой скоростью. При отсутствии перекрытий соседних во времени формируемых изображений требуется сформировать новые критерии оптимизации таких систем. Предложены две критерии такой оптимизации и выявлены условия выполнения этих критериев.

Список источников

1. Deb S.K., El-Kadi A.I. Susceptibility assessment of shallow landslides on Oahu, Hawaii, under extreme-rainfall events // *Geomorphology*, 2009, no. 108 (3-4), pp. 219-233. DOI:[10.1016/j.geomorph.2009.01.009](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2009.01.009)
2. Dehn M., Buma J. Modelling future landslide activity based on general circulation models // *Geomorphology*, 1999, no. 30, pp. 175-187. DOI:[10.1016/S0169-555X\(99\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0169-555X(99)00053-7)

3. Hölbling D., Abad L., Dabiri, Z., Prasicek, G., Tsai, T.-T., Argentin A.-L. Mapping and Analyzing the Evolution of the Butangbunasi Landslide Using Landsat Time Series with Respect to Heavy Rainfall Events during Typhoons // *Applied Sciences*, 2020, no. 10 (2), pp. 630. DOI:[10.3390/app10020630](https://doi.org/10.3390/app10020630)
4. Chen X., Sun Q., Hu J. Generation of Complete SAR Geometric Distortion Maps Based on DEM and Neighbor Gradient Algorithm // *Applied Sciences*, 2018, no. 8 (11), pp. 2206. DOI:[10.3390/app8112206](https://doi.org/10.3390/app8112206)
5. Westoby M.J., Brasington J., Glasser N.F., Hambrey M.J., Reynolds J.M. Structure-from-Motion photogrammetry: A low-cost, effective tool for geoscience applications // *Geomorphology*, 2012, no. 179, pp. 300–314. DOI:[10.1016/j.geomorph.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2012.08.021)
6. Fonstad M.A., Dietrich J.T., Courville B.C., Jensen J.L., Carbonneau P.E. Topographic structure from motion: A new development in photogrammetric measurement // *Earth Surface Processes and Landforms*, 2013, no. 38, pp. 421–430. DOI:[10.1002/esp.3366](https://doi.org/10.1002/esp.3366)
7. Li H., Chen L., Wang Z., Yu Z. Mapping of River Terraces with Low-Cost UAS Based Structure-from-Motion Photogrammetry in a Complex Terrain Setting // *Remote Sensing*, 2019, no. 11, pp. 464. DOI:[10.3390/rs11040464](https://doi.org/10.3390/rs11040464)
8. Yang C.-J., Yeh L.-W., Cheng Y.-C., Jen C.-H., Lin J.-C. Badland Erosion and Its Morphometric Features in the Tropical Monsoon Area // *Remote Sensing*, 2019, no.11, pp. 3051. DOI:[10.3390/rs11243051](https://doi.org/10.3390/rs11243051)
9. Jordan B.R. A birds-eye view of geology: The use of micro drones/UAVs in geologic field work and education // *Geological Society of America today*, 2015, vol. 25 (7), pp. 42-43. DOI:[10.1130/GSATG232GW.1](https://doi.org/10.1130/GSATG232GW.1)

10. Bemis S.P., Micklethwaite S., Turner D., James M.R., Akciz S., Thiele S.T., Bangash H.A. Ground – based and UAV- based photogrammetry: A multi-scale, high – resolution mapping tool for structural geology and paleoseismology // Journal of Structural Geology, 2014, vol. 68, pp. 163-178. DOI:[10.1016/j.jsg.2014.10.007](https://doi.org/10.1016/j.jsg.2014.10.007)
11. Pytharouli S., Souter J., Tziavou O. Unmanned aerial vehicle (UAV) based mapping in engineering surveys: Technical considerations for optimum results // 4th Joint International Symposium on Deformation Monitoring (JISDM), Athens, Greece, May 2019, vol. 15-17.
12. Loyola-Jacob N., La Rivera-Munoz F., Herrera R.F., Atencio E. Unmanned aerial vehicles (UAVs) for physical progress monitoring of construction // Sensors, 2021, vol. 21 (12), pp. 4227. DOI:[10.3390/s21124227](https://doi.org/10.3390/s21124227)
13. Wierzbicki D. Multi-camera imaging system for UAV photogrammetry // Sensors, 2018, vol. 18, pp. 2433. DOI:[10.3390/s18082433](https://doi.org/10.3390/s18082433)
14. Асланова А.Б. Оптимизация режимных показателей батарейных БПЛА с дифференциальным сбросом веса полезной нагрузки // Труды МАИ. 2021. № 119. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=159794>. DOI: [10.34759/trd-2021-119-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-119-16)
15. Сенцов А.А., Ненашев В.А., Иванов С.А., Турнецкая Е.Л. Совмещение сформированных радиолокационных изображений с цифровой картой местности в бортовых системах оперативного мониторинга земной поверхности // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=156227>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-08)
16. Трусфус М.В., Абдуллин И.Н. Алгоритм обнаружения маркерных изображений для вертикальной посадки беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2021.

№ 116. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=121099>. DOI: [10.34759/trd-2021-116-13](https://doi.org/10.34759/trd-2021-116-13)

17. Manuel de Luis-Ruiz J., Sedano-Cibrian J., Garcia-Pereda R., Perez-Alvarez R., Malagon-Picon B. Optimization of photogrammetric flights with UAVs for the metric virtualization of archaeological sites. Application to Juliobriga (Cantabria, Spain) // *Applied Sciences*, 2021, vol. 2, pp. 1204. DOI:[10.3390/APP11031204](https://doi.org/10.3390/APP11031204)

18. Visockiene J. S., Puziene R., Stanionis A., Tumeliene E. Unmanned aerial vehicles for photogrammetry: analysis of orthophoto images over the Territory of Lithuania // *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016, vol. 1, pp. 1-9. DOI: [10.1155/2016/4141037](https://doi.org/10.1155/2016/4141037)

19. Mizoguchi N., Oku H., Ishikawa M. High – speed variable – focus optical system for extended depth of field // *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Seoul, Korea, July 5-8 2009, pp. 1668-1673. DOI:[10.1109/ISIE.2009.5222715](https://doi.org/10.1109/ISIE.2009.5222715)

20. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, 1974. - 432 с.

References

1. Deb S.K., El-Kadi A.I. Susceptibility assessment of shallow landslides on Oahu, Hawaii, under extreme-rainfall events, *Geomorphology*, 2009, no. 108 (3-4), pp. 219-233. DOI:[10.1016/j.geomorph.2009.01.009](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2009.01.009)

2. Dehn M., Buma J. Modelling future landslide activity based on general circulation models, *Geomorphology*, 1999, no. 30, pp. 175-187. DOI:[10.1016/S0169-555X\(99\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0169-555X(99)00053-7)
3. Hölbling D., Abad L., Dabiri, Z., Prasicek, G., Tsai, T.-T., Argentin A.-L. Mapping and Analyzing the Evolution of the Butangbunasi Landslide Using Landsat Time Series with Respect to Heavy Rainfall Events during Typhoons, *Applied Sciences*, 2020, no. 10 (2), pp. 630. DOI:[10.3390/app10020630](https://doi.org/10.3390/app10020630)
4. Chen X., Sun Q., Hu J. Generation of Complete SAR Geometric Distortion Maps Based on DEM and Neighbor Gradient Algorithm, *Applied Sciences*, 2018, no. 8 (11), pp. 2206. DOI:[10.3390/app8112206](https://doi.org/10.3390/app8112206)
5. Westoby M.J., Brasington J., Glasser N.F., Hambrey M.J., Reynolds J.M. Structure-from-Motion photogrammetry: A low-cost, effective tool for geoscience applications, *Geomorphology*, 2012, no. 179, pp. 300–314. DOI:[10.1016/j.geomorph.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2012.08.021)
6. Fonstad M.A., Dietrich J.T., Courville B.C., Jensen J.L., Carbonneau P.E. Topographic structure from motion: A new development in photogrammetric measurement, *Earth Surface Processes and Landforms*, 2013, no. 38, pp. 421–430. DOI:[10.1002/esp.3366](https://doi.org/10.1002/esp.3366)
7. Li H., Chen L., Wang Z., Yu Z. Mapping of River Terraces with Low-Cost UAS Based Structure-from-Motion Photogrammetry in a Complex Terrain Setting, *Remote Sensing*, 2019, no. 11, pp. 464. DOI:[10.3390/rs11040464](https://doi.org/10.3390/rs11040464)
8. Yang C.-J., Yeh L.-W., Cheng Y.-C., Jen C.-H., Lin J.-C. Badland Erosion and Its Morphometric Features in the Tropical Monsoon Area, *Remote Sensing*, 2019, no.11, pp. 3051. DOI:[10.3390/rs11243051](https://doi.org/10.3390/rs11243051)

9. Jordan B.R. A birds-eye view of geology: The use of micro drones/UAVs in geologic field work and education, *Geological Society of America today*, 2015, vol. 25 (7), pp. 42-43. DOI:[10.1130/GSATG232GW.1](https://doi.org/10.1130/GSATG232GW.1)
10. Bemis S.P., Micklethwaite S., Turner D., James M.R., Akciz S., Thiele S.T., Bangash H.A. Ground – based and UAV- based photogrammetry: A multi-scale, high – resolution mapping tool for structural geology and paleoseismology, *Journal of Structural Geology*, 2014, vol. 68, pp. 163-178. DOI:[10.1016/j.jsg.2014.10.007](https://doi.org/10.1016/j.jsg.2014.10.007)
11. Pytharouli S., Souter J., Tziavou O. Unmanned aerial vehicle (UAV) based mapping in engineering surveys: Technical considerations for optimum results, *4th Joint International Symposium on Deformation Monitoring (JISDM)*, Athens, Greece, May 2019, vol. 15-17.
12. Loyola-Jacob N., La Rivera-Munoz F., Herrera R.F., Atencio E. Unmanned aerial vehicles (UAVs) for physical progress monitoring of construction, *Sensors*, 2021, vol. 21 (12), pp. 4227. DOI:[10.3390/s21124227](https://doi.org/10.3390/s21124227)
13. Wierzbicki D. Multi-camera imaging system for UAV photogrammetry, *Sensors*, 2018, vol. 18, pp. 2433. DOI:[10.3390/s18082433](https://doi.org/10.3390/s18082433)
14. Aslanova A.B. *Trudy MAI*, 2021, no. 119. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=159794>. DOI: [10.34759/trd-2021-119-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-119-16)
15. Sentsov A.A., Nenashev V.A., Ivanov S.A., Turnetskaya E.L. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156227>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-08)
16. Trusfus M.V., Abdullin I.N. *Trudy MAI*, 2021, no. 116. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=121099>. DOI: [10.34759/trd-2021-116-13](https://doi.org/10.34759/trd-2021-116-13)

17. Manuel de Luis-Ruiz J., Sedano-Cibrian J., Garcia-Pereda R., Perez-Alvarez R., Malagon-Picon B. Optimization of photogrammetric flights with UAVs for the metric virtualization of archaeological sites. Application to Juliobriga (Cantabria, Spain), *Applied Sciences*, 2021, vol. 2, pp. 1204. DOI:[10.3390/APP11031204](https://doi.org/10.3390/APP11031204)
18. Visockiene J. S., Puziene R., Stanionis A., Tumeliene E. Unmanned aerial vehicles for photogrammetry: analysis of orthophoto images over the Territory of Lithuania, *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016, vol. 1, pp. 1-9. DOI:[10.1155/2016/4141037](https://doi.org/10.1155/2016/4141037)
19. Mizoguchi N., Oku H., Ishikawa M. High – speed variable – focus optical system for extended depth of field, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Seoul, Korea, July 5-8 2009, pp. 1668-1673. DOI:[10.1109/ISIE.2009.5222715](https://doi.org/10.1109/ISIE.2009.5222715)
20. El'sgol'ts L.E. *Differentsial'nye uravneniya i variatsionnoe ischislenie* (Differential equations and calculus of variations), Moscow, Nauka, 1974, 432 p.

Статья поступила в редакцию 07.01.2022; одобрена после рецензирования 22.01.2022; принята к публикации 21.02.2022.

The article was submitted on 07.01.2022; approved after reviewing on 22.01.2022; accepted for publication on 21.02.2022.