

УДК 629.7.054

Инерциально-спутниковые системы управления средствами выведения: теория и результаты первых применений

В.Д. Дишель

Аннотация

Излагается новый подход к формированию избыточности внешнетраекторных измерений и их статистической обработке в задачах динамической фильтрации данных инерциальных и неинерциальных, прежде всего, спутниковых навигационных систем. Подход ориентирован на применение в интегрированных системах управления (ИСУ) динамическими объектами, в том числе, с необратимым характером процессов управления.

На основе теории функций влияния построены аналитические зависимости погрешностей оценок от ошибок инерциальных и неинерциальных измерений, возмущений динамики, различных настроечных параметров. Показана связь между оцениванием на основе предлагаемого подхода и фильтром Калмана. Теоретические результаты составили основу новой разновидности метода динамической фильтрации, ставшей фундаментом бортового математического обеспечения корректируемой инерциально-спутниковой системы управления космических средств выведения. Обсуждаются результаты первых применений такой ИСУ при управлении разгонным блоком “Фрегат” в миссиях выведения им КА “Метеор-М”, КА “Globalstar-2”.

Ключевые слова: спутниковая и инерциальная навигация; терминальное управление; сопряженная система; летные испытания

Постановка технической задачи

На протяжении практически всей истории ракетно-космической техники системы управления (СУ) средств выведения – ракет-носителей (РН) и разгонных блоков (РБ) – строились на основе навигационных систем инерциального типа. При всех достоинствах таких систем им присущ общий порок – постепенное ухудшение в ходе полета точности навигационных данных.

Естественное развитие науки и техники, усложняющиеся потребности практики диктуют необходимость отказа от чисто инерциальных и перехода к интегрированным инерциально-спутниковым [1], а, в более широком смысле, к бесплатформенным

инерциально-астро-спутниковым системам управления. Такое направление развития уже в ближайшей перспективе сулит качественное повышение технико-экономической эффективности ракетно-космических комплексов.

Несмотря на очевидные достоинства интегрированных систем, некоторые особенности приемной аппаратуры спутниковой навигации (АСН) затрудняют практическое внедрение ее в контуры управления.

Связано это с тем, что выходным данным АСН, как радиотехническому устройству, сопутствует широкий спектр информационных нарушений. В то же время ракетам-носителям и разгонным блокам, как объектам управления, присущ необратимый характер процессов управления, следствием чего является высокая чувствительность их контуров наведения к качеству поступающих в них данных. В сочетании с огромной суммарной, включая полезный груз, стоимостью участвующих в запуске объектов это приводит к тому, что даже локальное нарушение достоверности поступающих в контур наведения навигационных данных для интегрированных систем рассматриваемого применения совершенно недопустимо.

Указанные обстоятельства и порождаемые ими противоречия, отсутствие прошедших проверку практикой технических решений, способных обеспечить конструктивное разрешение этих противоречий, наконец, цена неуспеха, если он случится, являются главной преградой на пути создания интегрированных систем управления объектами обсуждаемого класса. О сложности проблемы в рассматриваемом контексте говорит и тот факт, что ведущие космические корпорации, включая американские, и европейские, прикладывая значительные усилия, практических успехов в этой области пока не имеют [2], [3].

А потому важно понять, за счет каких ресурсов можно гарантированно обеспечить достоверность поступающих в контур наведения навигационных данных.

Такая возможность, как показывает анализ, кроется в фундаментальных свойствах терминального наведения, на основе которого строятся СУ современных средств выведения. Высокая точность навигации при терминальном наведении нужна, вообще говоря, не на всем протяжении $[\tau_n, \tau_k]$ того или иного активного участка, а лишь на заключительной его стадии, начиная с некоторого момента $\tau^* \in [\tau_n, \tau_k]$.

Продолжительность стадии $(\tau_k - \tau^*)$ должна быть достаточна, чтобы при имеющейся эффективности управления и пренебрежимо малом дополнительном расходе топлива управление успевало парировать вызванные ошибками навигации промахи по контролируемым СУ терминальным параметрам. Имеются в виду ошибки, которые в

течение некоторого времени активного участка были неизвестны, но к началу рассматриваемой стадии благодаря проведенным навигационным уточнениям оказались выявленными. В дальнейшем эту часть активного участка будем называть фазой точной навигации. Обычно протяженность ее не превышает $20 \div 25\%$ длительности всего активного участка.

Предшествующий ей интервал $[\tau_n, \tau^*]$ каждого активного участка назовем фазой накопления информации. Смысл ее в создании условий для анализа поступающих спутниковых и инерциальных измерений, оценки их качества, а также качества сформированных по ним уточнений. Причем так, чтобы до наступления фазы точной навигации результаты уточнений не оказывали влияния на процесс управления объектом.

Высказанные соображения и выражают собой тот ресурс, который можно положить в основу решения проблемы обеспечения информационной надежности.

Подытоживая, постулируем. Задача сводится к тому, как распорядиться имеющимся ресурсом, чтобы, обретая с переходом на интегрированные системы принципиально новый уровень точности, сохранить информационную надежность, а также сглаженность и уровень шумовых составляющих поступающих в контур наведения навигационных данных, адекватных аналогичным параметрам традиционных инерциальных систем.

Как известно, источником данных для обнаружения информационных нарушений служат различных виды избыточности измерительной информации, способы формирования которой, в конечном счете, могут быть отнесены либо к пространственной, либо к интервально-пространственной ее разновидностям.

Как показывает многолетняя практика [4],[5],[6] ведущих баллистических центров космической отрасли, таких как Центр управления полетами ЦНИИ машиностроения, ЦНИИ Минобороны, Институт прикладной математики РАН им. Академика М. В. Келдыша, потенциально большей эффективностью обладает второй способ, в котором прием и накопление измерений происходят не в точке, как в первом, а на целом временном интервале. Однако до сих пор способ с интервально-пространственным накоплением внешнетраекторных измерений (ВТ-измерений) использовался исключительно в задачах послеполетного восстановления траекторий орбитальных объектов длительного существования. Объясняется это детерминированным характером траекторий таких объектов и отсутствием жестких требований на оперативность формирования оценок.

При управлении же динамическими объектами ни в авиации, ни в морском транспорте, ни тем более в ракетной технике с ее высокими скоростями он до недавнего времени применения не находил.

Препятствуют этому присущие способу запаздывания в использовании поступающих измерений АСН, а также необходимость восстановления на интервале запаздывания быстроменяющихся значений кажущихся параметров движения. Неполнота методической базы, отсутствие в ней теоретического обеспечения поставленных и сопутствующих им вопросов сдерживает распространение интервально-пространственного способа для применения в условиях активных движений

1. Интервально-пространственный способ формирования избыточности и обработки измерений

Проведем анализ интервально-пространственного способа, имея в виду распространение его на задачи навигации и оперативного управления высокодинамичных объектов.

На участке полета $[\tau_n, \tau_k]$ рассматривается динамическая система

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \dot{\mathbf{w}}, \\ \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{v}, \end{aligned} \tag{1}$$

при начальных условиях $\mathbf{v}(\tau_n) = \mathbf{v}_0$, $\mathbf{r}(\tau_n) = \mathbf{r}_0$,

где $\mathbf{v}(t), \mathbf{r}(t)$ - векторы скорости и координат, составляющие вектор состояния

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{v}^T(t), \mathbf{r}^T(t))^T;$$

T - символ транспонирования,

$\mathbf{g}(\mathbf{r})$ и $\dot{\mathbf{w}}$ – векторы гравитационного и кажущегося ускорений.

Аналогом (1) является система наблюдаемого движения

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_H}{dt} &= \mathbf{g}(\mathbf{r}_H) + \dot{\mathbf{w}}_H, \\ \frac{d\mathbf{r}_H}{dt} &= \mathbf{v}_H, \end{aligned} \tag{2}$$

при начальных условиях $\mathbf{v}_H(\tau_n) = \mathbf{v}_{H0}$, $\mathbf{r}_H(\tau_n) = \mathbf{r}_{H0}$,

где индекс “H” – обозначает параметры наблюдаемого движения, $\mathbf{x}_H(t) = (\mathbf{v}_H^T(t), \mathbf{r}_H^T(t))^T$ – его вектор состояния, $\mathbf{x}_H(t) = \mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}_H(t)$, $\delta\mathbf{x}_H(t)$ – вектор ошибки наблюдаемого движения,

$\dot{\mathbf{w}}_H$ – результат измерений инерциальной навигационной системой (ИНС) вектора $\dot{\mathbf{w}}$, так что $\dot{\mathbf{w}}_H(t) = \dot{\mathbf{w}}(t) + \delta\dot{\mathbf{w}}(t)$, $\delta\dot{\mathbf{w}}(t)$ – вектор ошибок измерений кажущегося ускорения.

Наряду с непрерывными измерениями $\dot{\mathbf{w}}$ за системой (1) непрерывно или дискретно производится наблюдение с помощью внешних по отношению к ИНС измерений m-мерного вектора $\mathbf{h}_{из}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \delta\mathbf{h}(t)$,

где $\delta\mathbf{h}(t)$ - вектор ошибок измерений $\mathbf{h}_{из}(t)$.

Будем полагать, что для оценивания траектории, соответствующей системе (1), применяется метод динамической фильтрации.

Разобьем участок $[\tau_n, \tau_k]$ на ℓ подынтервалов $[t_0^v, t_f^v]$, $v=1,2,\dots,\ell$. Условимся, что полученные на одном подынтервале $[t_0^v, t_f^v]$ измерения $\mathbf{h}_{из}(t)$ для обновления оценки траектории $\mathbf{x}(t)$ могут использоваться единожды и лишь в составе единой группы. образуем для этого на каждом подынтервале $[t_0^v, t_f^v]$ p -мерные ($p \leq m$) векторные функционалы от внешнетраекторных измерений $\mathbf{h}_{из}(t)$ и их расчетных значений $\mathbf{h}_p(t)$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t)) = \mathbf{J}(\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \delta\mathbf{h}(t)), \quad \mathbf{J}_H = \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(t)) \quad (3)$$

Функционалы (3) задают способ первичной обработки совокупности измерений, полученных, подчеркнем, не в отдельной точке траектории, а накопленных по измерениям в целом ряде точек интервала $[t_0^v, t_f^v]$.

Для формализации оговоренного условия введем в рассмотрение дельта-функцию Дирака $\delta(\tau - \xi)$, свойства которой, как известно, описываются соотношениями

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} f(\tau) \delta(\tau - \xi) d\tau = \begin{cases} 0, & \text{если } \xi \notin [t_{i-1}, t_i] \\ f(\xi), & \text{если } \xi \in (t_{i-1}, t_i) \end{cases}, \quad f(\xi) - \text{произвольная функция, непрерывная в точке } \xi.$$

С учетом введенного условия, свойств δ -функции и функционалов (3) уравнения динамической фильтрации представим в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_y}{dt} &= \mathbf{g}(\mathbf{r}_y) + \dot{\mathbf{w}}_y + \mathbf{L}^v(t) [\mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(t))] \delta(t - t_y^v), \\ \frac{d\mathbf{r}_y}{dt} &= \mathbf{v}_y + \mathbf{L}^r(t) [\mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(t))] \delta(t - t_y^v), \end{aligned} \quad (4)$$

с начальными условиями $\mathbf{y}(\tau_n) = \mathbf{x}_H(\tau_n)$,

где $\mathbf{y}(t) = (\mathbf{v}_y^T(t), \mathbf{r}_y^T(t))^T$ - вектор состояния данной траектории,

$\dot{\mathbf{w}}_y$ - некоторая формируемая с темпом измерений $\dot{\mathbf{w}}_H$ функция, которая является результатом периодической обработки $\dot{\mathbf{w}}_H$, проводимой с целью приблизить $\dot{\mathbf{w}}_y$ к $\dot{\mathbf{w}}$,

$\mathbf{L}^v, \mathbf{L}^r$ - весовые матрицы размера $(\frac{n}{2} \times p)$, образующие матрицу $\mathbf{L} = (\mathbf{L}^{vT} : \mathbf{L}^{rT})^T$,

n - размерность векторов состояния $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}_H(t)$ и $\mathbf{y}(t)$ (в данном случае: $n = 6$),

t_y^v - момент времени, единственный на каждом $[t_0^v, t_f^v]$, $v=1,2,\dots,\ell$, для которого

определяется вектор $\Delta\mathbf{y}^+(t) = (\Delta\mathbf{v}^{+T}(t), \Delta\mathbf{r}^{+T}(t))^T$ аддитивной поправки к формируемой согласно (4) траектории $\mathbf{y}(t)$.

Траекторию $\mathbf{y}(t)$, формирование которой происходит путем интегрирования уравнений (4), будем называть импульсно-уточняемой.

Главным в задаче первичной обработки с использованием (3) является максимально полное устранение из числа ВТ-измерений, полученных на $[t_0^V, t_f^V]$, тех, которые сопровождаются аномальными нарушениями.

Природа информационных нарушений отличается большим разнообразием. Чтобы исключить проникновение в контур наведения данных, искажение которых превышает допустимый согласно техническому заданию для $\delta\mathbf{h}(t)$ уровень, при построении интегрированных систем рассматриваемого класса с необратимым характером процессов управления приходится исходить из худшей ситуации. А именно полагать, что нарушения в $\mathbf{h}_{из}(t)$, в общем случае, произвольны по структуре, типу, уровню величин и времени возникновения. Априори (до полета) известно лишь, что они могут иметь место, возникать внезапно, а, возникнув, продолжаться неопределенное время. В указанных обстоятельствах наиболее адекватными являются модели допустимых погрешностей, описание которых требует лишь минимальных априорных сведений о статистических характеристиках.

В качестве таких характеристик в подобных обстоятельствах естественно принять:

- величину погрешности, которая для той или иной компоненты $h_{из,j}(t)$ m -мерного вектора может рассматриваться как предельно-допустимая. Эта величина определяет диапазон допустимых разбросов $\delta h_j(t)$;

- предельно возможный темп изменения погрешности $\delta h_j(t)$ во времени.

Такой состав характеристик объясняется тем, что, во-первых, их экспериментальное определение не вызывает больших сложностей, а, во-вторых, результаты этих определений обладают устойчивостью и достаточной достоверностью. На основании сказанного в дальнейшем к некачественным или аномальным будем относить измерения $h_{из,j}(t)$, ошибки которых по указанным параметрам превышают принятый для них уровень. Нелишне отметить, что относительно закона распределения случайного вектора $\delta\mathbf{h}(t)$ никаких предположений здесь не делается.

Устранение аномальных измерений, дополненное операцией сжатия остающихся качественных $\mathbf{h}_{из}(\mathbf{x}, t)$, способствует тому, что характеристики поступающих на вторичную обработку невязок функционалов $\delta\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{h} + \delta\mathbf{h}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p)$ становятся более адекватны основным допущениям теории оптимальной фильтрации.

При образовании \mathbf{J} и \mathbf{J}_H , как правило, достаточно ограничиться классом функционалов, линейных относительно измерений. Принимая это, запишем:

$$\mathbf{J} = \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(t)(\mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \delta\mathbf{h}(t)) dt; \quad \mathbf{J}_H = \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(t)\mathbf{h}_p(\mathbf{r}_y, \mathbf{v}_y, t) dt, \quad (5)$$

где $\mathbf{A}(t)$ – некоторая матричная функция времени размером $(p \times m)$, выбираемая исходя из принятого метода первичной обработки.

В разделе 2 предлагается общий метод совместного определения матриц $\mathbf{A}(t)$ и \mathbf{L} .

Подчеркнем, что в формуле (5) для \mathbf{J} участвуют лишь качественные $\mathbf{h}_{из}(\mathbf{x}, t)$.

Измерения с аномальными $\delta\mathbf{h}(t)$ вычлняются до поступления в (5).

Рассмотрим вопрос о формировании на том или ином $[t_0^V, t_f^V]$ поправки, улучшающей существующую оценку траектории $\mathbf{x}(t)$.

Вычтем (1) из (4). Применяв операцию линеаризации, получим линейную неоднородную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d\delta\mathbf{v}_y}{dt} = \mathbf{G}\delta\mathbf{r}_y + \delta\dot{\mathbf{w}}_y + \mathbf{L}^V [\mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(t))]\delta(t - t_y^V), \quad (6)$$

$$\frac{d\delta\mathbf{r}_y}{dt} = \delta\mathbf{v}_y + \mathbf{L}^T [\mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(t))]\delta(t - t_y^V),$$

для ошибки оценки $\delta\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{x}(t)$,

где $\delta\dot{\mathbf{w}}_y = \dot{\mathbf{w}}_y - \dot{\mathbf{w}}$, $\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}_H} = \{G_{ij}\} = \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial r_{Hi}} \right\}$ – матрица размера (3×3) гравитационного

градиента.

Умножим (6) слева на некоторую квадратную $(n \times n)$ матрицу \mathbf{S} (в рассматриваемом случае: $n = 6$). После интегрирования по частям от t_0^V до t_f^V будем иметь

$$\mathbf{S}(t_f^V)\delta\mathbf{y}(t_f^V) - \mathbf{S}(t_0^V)\delta\mathbf{y}(t_0^V) - \int_{t_0^V}^{t_f^V} \frac{d\mathbf{S}}{dt} \delta\mathbf{y} dt = \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} dt + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \mathbf{F}_x^T \delta\mathbf{y} dt + \mathbf{S}(t_y^V) \mathbf{L} \delta\mathbf{J}$$

где $\mathbf{F}_x = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \{F_{xij}\} = \left\{ \frac{\partial f_j}{\partial x_{Hi}} \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E}_{(3\text{чл})} \\ \mathbf{G} & \mathbf{O} \end{bmatrix}$ – матрица производных от правых частей

\mathbf{f} системы (1) по вектору состояния \mathbf{x} ; $\delta\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{h} + \delta\mathbf{h}(t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(\mathbf{y}, t))$ – невязки, входящие в (4).

Выберем матрицу $\mathbf{S}(t)$ так, чтобы она удовлетворяла сопряженной для (6) системе

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} + \mathbf{S} \mathbf{F}_x^T = \mathbf{O}. \quad (7)$$

$$\text{Тогда} \quad \mathbf{S}(t_f^V)\delta\mathbf{y}(t_f^V) = \mathbf{S}(t_0^V)\delta\mathbf{y}(t_0^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} dt + \mathbf{S}(t_y^V) \mathbf{L} \delta\mathbf{J} \quad (8)$$

$$\text{Положим} \quad \mathbf{S}(t_f^V) = \mathbf{E}, \quad (\mathbf{E} - \text{единичная матрица размера } (n \times n)). \quad (9)$$

В результате будем иметь

$$\delta \mathbf{y}(t_f^V) = \delta \mathbf{y}^+(t_f^V) = \mathbf{S}(t_0^V) \delta \mathbf{y}(t_0^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \begin{pmatrix} \delta \dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} dt + \mathbf{S}(t_f^V) \mathbf{L} \delta \mathbf{J}, \quad (10)$$

где запись $\delta \mathbf{y}(t_f^V) = \delta \mathbf{y}^+(t_f^V)$ подчеркивает факт учета поправки в ошибке оценки.

Аналогичным образом можно найти изохронное отклонение импульсно-уточняемой от действительной траектории на момент уточнения t_f^V . Для этого следует воспользоваться тем, что (7) является сопряженной не только для (6), но и для однородной системы, получаемой из (6) как результат сохранения в правых частях только первых ее слагаемых.

Из свойств сопряженной системы в предположении, что вектор $\dot{\mathbf{w}}$ измеряется точно, а, значит, $\delta \dot{\mathbf{w}}(t) \equiv \delta \dot{\mathbf{w}}_y(t) \equiv \mathbf{0}$, следует, что

$$\mathbf{S}(t_0^V) \delta \mathbf{y}(t_0^V) = \mathbf{S}(t_0^V) \delta \mathbf{y}^{\text{од}}(t_0^V) = \mathbf{S}(t_0^V) \delta \mathbf{x}_H(t_0^V) = \mathbf{S}(t_f^V) \delta \mathbf{y}^{\text{од}}(t_f^V) = \mathbf{S}(t_f^V) \delta \mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_f^V),$$

где $\delta \mathbf{y}^{\text{од}}(t) = (\delta \mathbf{v}_y^{\text{од}T}(t), \delta \mathbf{r}_y^{\text{од}T}(t))^T$ - вектор состояния вышеупомянутой однородной системы, получаемой из (6); $\delta \mathbf{x}_H^{\text{од}}$ - аналогичный вектор однородной системы, когда исходной является система (2).

Последние равенства получены при условии, что начальные условия однородных систем на момент t_0^V равны: $\delta \mathbf{y}^{\text{од}}(t_0^V) = \delta \mathbf{y}(t_0^V) = \delta \mathbf{x}_H(t_0^V) = \delta \mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_0^V)$.

В предположении, что $\delta \dot{\mathbf{w}}_y(t) \equiv \mathbf{0}$ на интервале $t_y^V < t \leq t_f^V$, система (6) также будет однородной. Если принять, что на момент t_f^V начальные условия для однородной системы равны: $\delta \mathbf{y}^{\text{од}+}(t_f^V) = \delta \mathbf{y}(t_f^V) = \delta \mathbf{y}^+(t_f^V)$, то

$$\mathbf{S}(t_f^V) \delta \mathbf{y}(t_f^V) = \mathbf{S}(t_f^V) \delta \mathbf{y}^+(t_f^V) = \mathbf{S}(t_f^V) \delta \mathbf{y}^{\text{од}+}(t_f^V),$$

где $\delta \mathbf{y}^{\text{од}+}(t_f^V)$ - изохронное отклонение вектора состояния уточняемой траектории от действительной после уточнения (апостериорная ошибка оценки на момент уточнения).

Задав граничные условия на (7) в момент уточнения в виде $\mathbf{S}(t_f^V) = \mathbf{E}$, из (8) с учетом последних выражений найдем

$$\delta \mathbf{y}^+(t_f^V) = \delta \mathbf{y}^{\text{од}}(t_f^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \begin{pmatrix} \delta \dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} dt + \mathbf{L} \delta \mathbf{J}. \quad (11)$$

Будем полагать, что в ходе $[t_0^V, t_f^V]$ обновления в $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ не вносятся, а потому $\dot{\mathbf{w}}_H(t) \equiv \dot{\mathbf{w}}_y(t)$.

Тогда $\mathbf{x}_H(t) = \mathbf{y}(t)$ при $t_0^V \leq t < t_f^V$. Представим $\mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(t))$ в виде $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{h}_{из}(\mathbf{x}(t), \delta\mathbf{h}(t))) = \mathbf{J}(\mathbf{h}(\mathbf{x}_H(t) - \delta\mathbf{x}_H(t), t) + \delta\mathbf{h}(t))$ и линеаризуем относительно наблюдаемой траектории. Тогда:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{h}(\mathbf{x}_H(t), t)) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau) [-\mathbf{H}(\tau)\delta\mathbf{x}_H(\tau) + \delta\mathbf{h}(\tau)] d\tau;$$

где $\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{h}(t)}{\partial\mathbf{x}_H(t)}$ - матрица $(m \times n)$ производных вектора измеряемых параметров.

С учетом последних выражений вектор невязки функционалов имеет вид

$$\delta\mathbf{J} = \delta\mathbf{J}_o + \delta\mathbf{J}_B + \delta\mathbf{J}_H. \quad (12)$$

$\delta\mathbf{J}_o = \mathbf{J}(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t))$ определяется отличием \mathbf{J} и \mathbf{J}_H при одинаковых аргументах. Невязка $\delta\mathbf{J}_B$ зависит от возмущений $\delta\dot{\mathbf{w}}(t) = \dot{\mathbf{w}}_H(t) - \dot{\mathbf{w}}(t)$ и рассогласования между наблюдаемой и действительной траекториями, а именно:

$$\delta\mathbf{J}_B = - \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau) \mathbf{H}(\tau) \delta\mathbf{x}_H(\tau) d\tau \quad (13)$$

Наконец, невязка $\delta\mathbf{J}_H = \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau) \delta\mathbf{h}(\tau) d\tau$ зависит от ошибок ВТ-измерений.

Введем по аналогии с (7) еще две сопряженные системы соответственно для матриц $\mathbf{C}(t)$ и $\mathbf{C}^{од}(t)$ размеров $(p \times n)$. $\mathbf{C}(t)$ описывается неоднородной сопряженной системой, получаемой из (7), в которой нулевая часть после знака равенства заменяется на матрицу произведения $\mathbf{A}\mathbf{H}$. Граничное условие для неоднородной системы примем в виде $\mathbf{C}(t_f^V) = \mathbf{O}$. Матрица $\mathbf{C}^{од}(t)$ также размера $(p \times n)$ описывается системой по виду, совпадающем с (7). Но граничным условием для нее является выражение $\mathbf{C}^{од}(t_0^V) = \mathbf{C}(t_0^V)$.

Применяя ту же методику, что и при получении (6)-(10), суммарную невязку (12) можно, как показано в [7], представить следующим образом:

$$\delta\mathbf{J} = \mathbf{C}^{од}(t_f^V) \delta\mathbf{x}_H^{од}(t_f^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{C}(\tau) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}(\tau) \\ \mathbf{0}_{3ч} \end{pmatrix} d\tau + \mathbf{L} \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau) \delta\mathbf{h}(\tau) d\tau + \mathbf{J}(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t)), \quad (14)$$

Первое слагаемое определяет невязку функционалов из-за рассогласования в начальный момент времени t_0^V действительной и наблюдаемой траектории в предположении, что функции $\dot{\mathbf{w}}(t)$ и $\dot{\mathbf{w}}_H(t)$ совпадают. Второе – из-за отличия этих

функций на интервале $[t_0^V, t_f^V]$. Сумма этих двух составляющих представляет невязку (13). Третья составляющая определяется ошибками измерений $\delta\mathbf{h}(t)$. Четвертая – различие вида функционала от измерений $\mathbf{J}(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H))$ от его аналога на наблюдаемой траектории.

Помимо влияния указанных факторов в (14) учитывается эффект движения от t_0^V к t_f^V .

Подставляя (14) в (11), для апостериорной ошибки оценки траектории $\mathbf{y}(t)$ получаем

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{y}^+(t_y^V) = & (\mathbf{E} + \mathbf{LC}^{\text{од}}(t_y^V))\delta\mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_y^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} (\mathbf{S}(\tau) + \mathbf{LC}(\tau)) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}(\tau) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} d\tau + \mathbf{L} \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau)\delta\mathbf{h}(\tau)d\tau + \\ & + \mathbf{L}(\mathbf{J}(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t))), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\delta\mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_y^V)$ - отклонение вектора наблюдаемой траектории от действительной,

определяемое как решение однородной системы, получаемой из (6).

Априорная ошибка оценки уточняемой траектории на момент уточнения тогда:

$$\delta\mathbf{y}(t_y^V) = \delta\mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_y^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{S}(t) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} dt \quad (16)$$

Из (15) и (16) вытекает, что формируемая на том или ином $[t_0^V, t_f^V]$ поправка к $\mathbf{y}(t)$, обновляющая текущую оценку траектории (1), определяется выражением:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{y}_v^+(t_y^V) = & \mathbf{LC}^{\text{од}}(t_y^V)\delta\mathbf{x}_H^{\text{од}}(t_y^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{LC}(\tau) \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}(\tau) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} d\tau + \mathbf{L} \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{A}(\tau)\delta\mathbf{h}(\tau)d\tau + \\ & + \mathbf{L}(\mathbf{J}(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t)) - \mathbf{J}_H(\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_H(t), t))), \quad \text{или} \quad \Delta\mathbf{y}_v^+(t_y^V) = \mathbf{L}\delta\mathbf{J} \end{aligned} \quad (17)$$

Откуда: $\mathbf{y}_v^+(t_y^V) = \mathbf{y}(t_y^V) + \Delta\mathbf{y}_v^+(t_y^V)$.

Формула (15) показывает, что параметрами, выбирая и управляя которыми можно добиваться более высокой точности оценивания, являются: матрицы \mathbf{L} , $\mathbf{A}(t)$, величина интервала накопления $[t_0^V, t_f^V]$ и интенсивность получаемых на нем первичных измерений $\mathbf{h}_{\text{из}}(t)$, а также положение момента t_y^V на $[t_0^V, t_f^V]$.

2. Эквивалентность одномоментного и непрерывного уточнений траекторий

Введем в рассмотрение наряду с (4) систему уравнений непрерывного уточнения

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}_{\text{Hy}}}{dt} &= \mathbf{g}(\mathbf{r}_{\text{Hy}}) + \dot{\mathbf{w}}_y + N^V(t) [\mathbf{h}_{\text{из}}(t) - \mathbf{h}_p(\mathbf{x}_{\text{Hy}}, t)], \\ \frac{d\mathbf{r}_{\text{Hy}}}{dt} &= \mathbf{v}_{\text{Hy}} + N^r(t) [\mathbf{h}_{\text{из}}(t) - \mathbf{h}_p(\mathbf{x}_{\text{Hy}}, t)],\end{aligned}\quad (18)$$

с начальными условиями $\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t_0^V) = \mathbf{x}_H(t_0^V)$,

где $\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t) = (\mathbf{v}_{\text{Hy}}^T(t), \mathbf{r}_{\text{Hy}}^T(t))^T$ - вектор состояния непрерывно-уточняемой траектории,

$N^V(t)$ и $N^r(t)$ - некоторые непрерывные матрицы весовых коэффициентов размера $(\frac{n}{2} \times m)$, образующие блочную матрицу $N(t) = (N^{V^T}(t); N^{r^T}(t))^T$.

Найдем связь между матрицей $N(t)$ непрерывного оценивания и матрицами L и $A(t)$, участвующими в процессах оценивания при интервально-пространственном подходе. С этой целью покажем, что для любой произвольной матрицы-функции $N(t)$ можно найти такие L и $A(t)$, при которых ошибка оценки определения вектора состояния в конце участка $[t_0^V, t_f^V]$ будет такой же, как и при непрерывном оценивании.

Для этого, используя (18) и (1), как ранее для (6), получим линеаризованную систему уравнений, описывающую рассогласование векторов состояния непрерывно-уточняемой и действительной траекторий:

$$\begin{aligned}\frac{d\delta\mathbf{v}_{\text{Hy}}}{dt} &= \mathbf{G}\delta\mathbf{r}_{\text{Hy}} + \delta\dot{\mathbf{w}}_y + N^V(\mathbf{h}_{\text{из}}(t) - \mathbf{h}_p(t)), & \text{при } \delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t_0^V) = \delta\mathbf{x}_H(t_0^V), \\ \frac{d\delta\mathbf{r}_{\text{Hy}}}{dt} &= \delta\mathbf{v}_{\text{Hy}} + N^r(\mathbf{h}_{\text{из}}(t) - \mathbf{h}_p(t)), & \text{где } \delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t) = \mathbf{x}_{\text{Hy}}(t) - \mathbf{x}(t).\end{aligned}$$

Линеаризуя невязку измерений $(\mathbf{h}_{\text{из}}(t) - \mathbf{h}_p(t))$ относительно $\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t)$ и используя введенные выше обозначения, последнюю систему запишем в виде

$$\frac{d\delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} + ((F_{\text{хHy}})^T - N(t)H)\delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t) + N(t)\delta\mathbf{h}(t),$$

Тем же методом, что и ранее, определим сопряженную систему

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} + \mathbf{P}((F_{\text{хHy}})^T - N(t)H) = \mathbf{O}, \quad \text{при } \mathbf{P}(t_f^V) = \mathbf{E}. \quad (19)$$

В результате ошибка оценки вектора состояния в конце мерного участка будет

$$\delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t_f^V) = \mathbf{P}(t_0^V)\delta\mathbf{x}_{\text{Hy}}(t_0^V) + \int_{t_0^V}^{t_f^V} \mathbf{P}(t) \left(\begin{pmatrix} \delta\dot{\mathbf{w}}_y(t) \\ \mathbf{0}_{3\text{чл}} \end{pmatrix} + N(t)\delta\mathbf{h}(t) \right) dt \quad (20)$$

Из сравнения (20) с (10) следует, что ошибка оценки вектора состояния в конце мерного участка при непрерывном и одномоментном уточнении в конце t_f^V интервала будет одинакова, если: $\mathbf{P}(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{L}\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{P}(t)N(t) = \mathbf{L}\mathbf{A}(t)$. Несложными преобразованиями с привлечением (7), (19) можно показать, что данные соотношения не противоречивы.

Тогда оказывается, что при известных L и $A(t)$, если $\det(S(t)+LC(t)) \neq 0$, из последних соотношений можно определить матрицу коэффициентов непрерывного уточнения $N(t)$. Если, напротив, известна $N(t)$, то из уравнения

$$\frac{dLC}{dt} + LC \left((F_{\text{хну}})^T - N(t)H \right) - SNH = O,$$

которому удовлетворяет матрица произведения LC , можно, приняв, что $LC(t_f^V) = O$, определить матрицы $LC(t)$, $\frac{dLC}{dt}$, а, следовательно, и матрицу $LA(t)$.

Таким образом, при известной $N(t)$, в том числе и оптимальной, обеспечивающей максимальную точность фильтрации, данный метод позволяет найти матрицы L и $A(t)$. Справедливо и обратное. Это означает, что при одинаковой по объему и качеству измерительной информации оба метода дают один и тот же результат по точности. Вывод справедлив в случае, когда все подвергающиеся фильтрации измерения отвечают предположениям теории фильтрации. Когда же, как и бывает на практике, это условие не выполняется в полной мере, интервально-пространственный подход значительно эффективнее. Объясняется это широкими его возможностями по выявлению информационных нарушений и приведению поступающей на окончательную обработку измерительной информации к состоянию, более адекватному предположениям теории фильтрации. Эти возможности предусмотрены в нем изначально и заложены на структурном уровне.

Отметим, что применением операции математического ожидания к (15), (16), (10) и (11), а также к матрицам вида $(\delta y^+(t_y^V) \cdot \delta y^{+T}(t_y^V))$, построенным на их основе, можно найти первые и вторые моменты векторов апостериорной и априорной ошибок оценки.

3. Особенности процессов траекторного оценивания и идентификации при наличии запаздывания в использовании внешнетраекторных измерений

Формирование $\delta J = J - J_H$ для очередного подынтервала $[t_0^V, t_f^V]$ завершается в момент t_f^V его окончания. Поэтому вычисление поправки (17) происходит в момент $t_{об}^V \in [t_0^{V+1}, t_f^{V+1}]$, где $t_{об}^V > t_f^V$, уже следующего подынтервала. Результат обработки привязывается к $t_y^V \in [t_0^V, t_f^V]$, причем так, что $t_y^V < t_{об}^V \in [t_0^{V+1}, t_f^{V+1}]$. Подчеркнем еще раз, что параметр $t_{об}^V$ относится к интервалу с индексом $\nu + 1$. Значение верхнего индекса ν в нем указывает на

тот факт, что относящиеся к $t_{об}^V$ параметры получены по информации, которая имела к окончанию интервала с индексом ν . При этом выбор $t_{об}^V$ целесообразно ограничить условием $t_f^V < t_{об}^V < t_y^{V+1}$.

Разность $\Delta T_{зап} = t_{об}^V - t_y^V > 0$ выражает запаздывание в использовании ВТ-измерений. Обусловлена она спецификой принятой схемы формирования избыточности измерений. Ясно, что $\Delta T_{зап}$ в поправке $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$ должна быть скомпенсирована до использования формулы (17) для уточнения траектории.

Предположим, что способ компенсации запаздывания, обеспечивающий экстраполяцию на траектории (4) поправки $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$ от t_y^V до $t_{об}^V$, известен. Описание способа далее дается. Пока же операцию экстраполяции покажем условно как:

$$\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V) \xrightarrow{\mathfrak{R}(\Delta \mathbf{w}_y(\cdot, \cdot))} \Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_{об}^V), \quad (22)$$

где $\xrightarrow{\mathfrak{R}(\Delta \mathbf{w}_y(\cdot, \cdot))}$ – обозначение оператора экстраполяции.

Особенность оператора состоит в возможности учета на $[t_0^V, t_f^V]$ скачкообразного обновления значения функции $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$. Обновление связано с фактом идентификации систематических составляющих модели погрешностей инерциальных измерителей: акселерометров и датчиков углов (угловых скоростей). Эти погрешности, главным образом, и определяют отличие $\dot{\mathbf{w}}_H(t)$, а, значит, и $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ от $\dot{\mathbf{w}}(t)$.

Исходной информацией является последняя $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$ и ряд предшествующих ей поправок $\Delta \mathbf{y}_{\nu-1}^+(t_y^{V-1}), \dots, \Delta \mathbf{y}_{\nu-s}^+(t_y^{V-s})$, а также вектор набранной на интервале экстраполяции $[t_y^V, t_{об}^V]$ кажущейся скорости.

Участие в задаче идентификации поправки $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$ приводит к тому, что решение ищется в момент $t_{об}^V$, когда становится известна $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$. Тогда же происходит и учет обновления функции $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ в поправке $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_{об}^V)$, получаемой в результате экстраполяции из $\Delta \mathbf{y}_\nu^+(t_y^V)$. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть на интервале $[t_y^V, t_{об}^V]$ параллельно с интегрированием траекторий (2) и (4) по мере поступления измерений $\dot{\mathbf{w}}_H(t)$ и $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ в реальном времени происходит накопление

векторного интеграла $\mathbf{w}_H(t_y^V, t) = \mathbf{w}_y(t_y^V, t) = \int_{t_y^V}^t \dot{\mathbf{w}}_H(\tau) d\tau = \int_{t_y^V}^t \dot{\mathbf{w}}_y(\tau) d\tau$. В момент $t_{об}^V$ его величина $\mathbf{w}_H(t_y^V, t_{об}^V)$ фиксируется.

Пусть в $t_{об}^V$ стали известны относящиеся к t_y^V обновленные значения ряда систематических погрешностей $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, q$ инерциальных измерителей.

Представим $\mathbf{w}_H(t_y^V, t)$ на интервале $[t_y^V, t_{об}^V]$ в виде временного ряда. Из этого разложения найдем ошибку $\Delta \mathbf{w}_y(t_y^V, t_{об}^V)$ кажущейся скорости $\mathbf{w}_H(t_y^V, t_{об}^V)$, вызванную выявленными в момент $t_{об}^V$ погрешностями $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, q$.

Ошибка является приближенным представлением векторного интеграла
$$\Delta \mathbf{w}_y(t_y^V, t_{об}^V) = \int_{t_y^V}^{t_{об}^V} \Delta \dot{\mathbf{w}}_y^y(\gamma_1, \dots, \gamma_q, \tau) d\tau = \int_{t_y^V}^{t_{об}^V} (\dot{\mathbf{w}}_y(\tau) - \dot{\mathbf{w}}_H(\tau)) d\tau,$$
 в котором подынтегральная функция отражает отличие, возникшее вследствие скачкообразного в момент t_y^V изменения функции $\dot{\mathbf{w}}_y(\tau)$, от случая, если бы на интервале $[t_y^V, t_{об}^V]$ этого скачка не было.

Неучтенное в процессе интегрирования в реальном времени, но выявленное в момент $t_{об}^V$, приращение $\Delta \mathbf{w}_y(t_y^V, t_{об}^V)$ учитывается в поправке $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_{об}^V)$.

Данное обстоятельство отражается в записи $\mathfrak{R}(\Delta \mathbf{w}_y(\bullet, \bullet))$, присутствующей в обозначении оператора (22).

Полученный после экстраполяции (22) вектор $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_{об}^V) = (\Delta \mathbf{v}_v^{+T}(t_{об}^V), \Delta \mathbf{r}_v^{+T}(t_{об}^V))^T$ используем для коррекции траектории (4). Достигается это применением соотношения:

$$\mathbf{y}^+(t^{\nu+1}) = \mathbf{y}^-(t^{\nu+1}) + \Delta \mathbf{y}_v^+(t^{\nu+1}), \quad (23)$$

где замена $t_{об}^V$ на обозначение $t^{\nu+1}$ сделана, чтобы напомнить, что $t_{об}^V$ принадлежит интервалу $[t_0^{\nu+1}, t_f^{\nu+1}]$,

$\mathbf{y}^+(t^{\nu+1})$ – апостериорный (после ввода поправки) вектор состояния на момент $t^{\nu+1}$,

$\mathbf{y}^-(t^{\nu+1}) = (\mathbf{v}_y^{-T}(t^{\nu+1}), \mathbf{r}_y^{-T}(t^{\nu+1}))^T$ – априорный на момент $t^{\nu+1}$ вектор состояния,

получаемый как результат интегрирования в реальном масштабе времени системы (4).

Из сказанного следует, что интегрирование (4) на $[t_0^V, t_f^V]$ ведется в предположении, что в период от начала очередного интервала накопления t_0^V до текущего момента $t^{\nu+1}$

правые части (4) содержат лишь функции $\dot{\mathbf{w}}_y$, $\mathbf{g}(\mathbf{r}_y)$ и \mathbf{v}_y . С формальной точки зрения данное предположение отвечает ситуации, когда во время интегрирования от t_0^V до t_f^V момент t_y^V выбирается вне $[t_0^V, t_f^V]$, следствием чего в соответствии со свойством δ -функции является равенство нулю на этом интервале последних слагаемых в (4). А потому непосредственно в ходе текущего интервала: $\dot{\mathbf{w}}_H(t) \equiv \dot{\mathbf{w}}_y(t)$ и $\mathbf{x}_H(t) = \mathbf{y}(t)$. Формирование же $\delta\mathbf{J} = \mathbf{J} - \mathbf{J}_H$ на этом интервале ведется, не прекращаясь, и заканчивается в t_f^V .

4. Уравнения экстраполяции ошибок (невязок) оценок

Поставим задачу по аналитическому описанию эволюции невязок траекторных параметров от возмущающих и регулируемых (настроечных) параметров процесса оценивания возмущенного движения. Будем исходить из того, что процесс оценивания происходит на $[\tau_H, \tau_K]$, состоящем из нескольких $[t_0^V, t_f^V]$, $v=1,2..$

Частное решение любой линейной системы, в том числе и получаемой линеаризацией (1), может быть, как известно [8], представлено в виде:

$$\Delta\mathbf{x}(t) = \Phi(t) \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi^{-1}(\tau) \mathbf{F}_{\dot{\mathbf{w}}} \Delta\dot{\mathbf{w}} d\tau, \quad (24)$$

где $\Phi(t)$ – переходная матрица, $\Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{оп}(t)$, $\mathbf{x}_{оп}(t)$ – опорная траектория;

$\mathbf{F}_{\dot{\mathbf{w}}}$ – матрица коэффициентов при возмущающих воздействиях $\Delta\dot{\mathbf{w}}$. В системах (1),(2),(4) $\Delta\dot{\mathbf{w}}$ – шестимерный вектор, первые три компоненты которого представляют разность компонент кажущегося ускорения каких-либо двух из (1),(2) или (4) в зависимости от смысла решаемой задачи траекторий; следующие три – нулевые.

Разложим матрицы $\Phi(t)$, $\Phi^{-1}(t)$, $\mathbf{F}_{\dot{\mathbf{w}}}$ в ряд по степеням $(t - t_{оп})$, где $t_{оп}$ – опорный момент. С учетом свойств переходной матрицы с точностью до вторых членов включительно находим

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \mathbf{E} + \mathbf{F}_x^T(\mathbf{x}_{оп}(t_{оп}))(t - t_{оп}) + \frac{1}{2} \left(\dot{\mathbf{F}}_x^T + (\mathbf{F}_x^T)^2 \right) (t - t_{оп})^2, \\ \Phi^{-1}(t) &= \mathbf{E} - \mathbf{F}_x^T(\mathbf{x}_{оп}(t_{оп}))(t - t_{оп}) - \frac{1}{2} \left(\dot{\mathbf{F}}_x^T - (\mathbf{F}_x^T)^2 \right) (t - t_{оп})^2, \\ \mathbf{F}_{\dot{\mathbf{w}}}(t) &= \mathbf{F}_{\dot{\mathbf{w}}}(t_{оп}) + \dot{\mathbf{F}}_{\dot{\mathbf{w}}}(t_{оп})(t - t_{оп}) + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{F}}_{\dot{\mathbf{w}}}(t_{оп})(t - t_{оп})^2, \end{aligned} \quad (25)$$

Применим найденные разложения к системе, получающейся линеаризацией (1). Тогда

$$\mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E}^{(3 \times 3)} \\ \mathbf{G} & \mathbf{O} \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{F}}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \dot{\mathbf{G}} & \mathbf{O} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_{\dot{w}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(3 \times 3)} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \equiv \text{const}, \quad \dot{\mathbf{F}}_{\dot{w}}(t) \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где $\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}_H}$ и $\dot{\mathbf{G}}$ - матрицы размера (3×3) гравитационного градиента и его

производной вдоль траектории (1).

Ограничиваясь при выводе выражений для \mathbf{G} и $\dot{\mathbf{G}}$ моделью $\mathbf{g}(\mathbf{r}_{\text{оп}}) = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$, находим

$$\mathbf{G} = -\frac{\mu}{r^3} (\mathbf{E}_{(3 \times 3)} - 3\mathbf{r}_H^0 \cdot \mathbf{r}_H^{0T}), \quad \dot{\mathbf{G}} = \frac{3\mu}{r^4} (\mathbf{E}_{(3 \times 3)} (\mathbf{r}_H^0, \mathbf{v}_H) - 5(\mathbf{r}_H^0, \mathbf{v}_H)(\mathbf{r}_H^0 \mathbf{r}_H^{0T}) + \mathbf{v}_H \mathbf{r}_H^{0T} + \mathbf{r}_H^0 \mathbf{v}_H^T), \quad (27)$$

где $\mathbf{r}^0 = \frac{\mathbf{r}}{r}$ - единичный вектор,

(\cdot, \cdot) - обозначение скалярного произведения векторов; μ - гравитационная константа.

Матрица $\mathbf{G}(t)$, входящая в $\mathbf{F}_x(\mathbf{x}(t))$ переменна во времени (при изменении координат). Тогда $\mathbf{F}_x(\mathbf{x}(t)) \neq \text{const}$, более того, $\dot{\mathbf{F}}_x(\mathbf{x}(t)) \neq \text{const}$ и $\Phi(t)$ не является матричной экспонентой, а линеаризованная система, получаемая варьированием (1) и рассматриваемая в качестве исходной для (24), – нестационарная.

Воспользуемся полученными разложениями для описания рассматриваемых процессов оценивания. Примем, что опорной является траектория (2).

Пусть вследствие проводимых при движении от τ_H до t_0^V процессов оценивания и идентификации к моменту $t_0^V \in [t_0^V, t_f^V]$ имеет место: $\mathbf{y}(t_0^V) \neq \mathbf{x}_H(t_0^V)$, $\dot{\mathbf{w}}_y(t_0^V) \neq \dot{\mathbf{w}}_H(t_0^V)$.

Остановимся сначала на случае, когда на $[t_0^V, t_f^V] \subset [\tau_H, \tau_K]$ навигационная поправка (17),(23) в $\mathbf{y}(t)$ не вносится. Изохронную невязку траекторий (2) и (4) для этого случая обозначим как

$$\Delta \mathbf{Y}_H^y(t) = (\Delta \mathbf{V}_H^y(t), \Delta \mathbf{R}_H^y(t))^T, \quad \text{где } \Delta \mathbf{Y}_H^y(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{x}_H(t). \quad \text{А также } \Delta \dot{\mathbf{w}}_y(t) = \dot{\mathbf{w}}_y(t) - \dot{\mathbf{w}}_H(t) \quad (28)$$

В виду неравенств, имеющих место на t_0^V , невязка $\Delta \mathbf{Y}_H^y(t)$ не будет тождественно равна нулю на $[t_0^V, t_f^V]$.

Подставим выражения (25) с учетом (26) и (28) в (24). Примем, что $t_{i-1}^V = t_0^V$ - фиксирован.

Добавляя к (24) общее решение однородного уравнения и учитывая, что матрицы Φ^{-1} и $\mathbf{F}_{\dot{w}}$ в соответствии с (24) являются функциями переменной интегрирования τ , а $\Phi(t)$ функцией t , после необходимых преобразований, найдем:

$$\Delta \mathbf{V}_H^y(t) = \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0^y) + (t - t_0^y) \mathbf{G} \left[\Delta \mathbf{R}_H^y(t_0^y) + \frac{1}{2} (t - t_0^y) \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0^y) \right] + \frac{1}{2} (t - t_0^y)^2 \dot{\mathbf{G}} \Delta \mathbf{R}_H^y(t_0^y) + \quad (29)$$

$$+ \Delta \mathbf{w}_y(t) + \mathbf{G} \int_{t_0^y}^t \int_{t_0^y}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau d\tau,$$

где $\Delta \mathbf{w}_y(t) = \int_{t_0^y}^t (\dot{\mathbf{w}}_y(\tau) - \dot{\mathbf{w}}_H(\tau)) d\tau$; матрицы \mathbf{G} и $\dot{\mathbf{G}}$ рассчитываются однократно в t_0^y .

Аналогично (29) нетрудно получить уравнение и для $\Delta \mathbf{R}_H^y(t)$.

Перейдем теперь к общему случаю. Пусть к текущему моменту $t \in [\tau_H, \tau_K]$ получено ℓ векторных навигационных поправок $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_y^v) = (\Delta \mathbf{v}_v^{+T}(t_y^v), \Delta \mathbf{r}_v^{+T}(t_y^v))^T$ к траектории $\mathbf{y}(t)$, каждая из которых относится к своему $[t_0^v, t_f^v]$. Согласно (23) $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_y^v)$ вводятся в $\mathbf{y}(t)$.

Разности между $\mathbf{y}(t)$ и $\mathbf{x}_H(t)$ для общего случая обозначим как: $\Delta \mathbf{Y}_H^\Sigma(t) = (\Delta \mathbf{V}_H^{\Sigma T}(t), \Delta \mathbf{R}_H^{\Sigma T}(t))^T$. Ясно, что к любой из $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_y^v)$ применима методика, использованная при выводе (29). Тогда с учетом (17), (28) и (29):

$$\Delta \mathbf{V}_H^\Sigma(t) = \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0) + (t - t_0) \mathbf{G}(t_0) \left[\Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) + \frac{1}{2} (t - t_0) \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0) \right] + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \dot{\mathbf{G}}(t_0) \Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) +$$

$$+ \sum_{v=1}^{\ell} \Delta \mathbf{v}_v^+(t_y^v) + \sum_{v=1}^{\ell} \left[(t - t_y^v) \mathbf{G}(t_y^v) \Delta \mathbf{r}_v^+(t_y^v) \right] + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\ell} \left[(t - t_y^v)^2 \mathbf{G}(t_y^v) \Delta \mathbf{v}_v^+(t_y^v) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\ell} \left[(t - t_y^v)^2 \dot{\mathbf{G}}(t_y^v) \Delta \mathbf{r}_v^+(t_y^v) \right] + \Delta \mathbf{w}_y(t) + \mathbf{G} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau d\tau, \quad (30)$$

$$\Delta \mathbf{R}_H^\Sigma(t) = \Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) + \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2} (t - t_0)^2 \mathbf{G}(t_0) \left[\Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) + \frac{1}{3} (t - t_0) \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0) \right] +$$

$$+ \frac{1}{6} (t - t_0)^3 \dot{\mathbf{G}}(t_0) \Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) + \sum_{v=1}^{\ell} \left[\Delta \mathbf{r}_v^+(t_y^v) + \Delta \mathbf{v}_v^+(t_y^v)(t - t_y^v) \right] +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\ell} \left[(t - t_y^v)^2 \mathbf{G}(t_y^v) \Delta \mathbf{r}_v^+(t_y^v) + \frac{1}{3} (t - t_y^v)^3 \mathbf{G}(t_y^v) \Delta \mathbf{v}_v^+(t_y^v) \right] +$$

$$+ \frac{1}{6} \sum_{v=1}^{\ell} \left[(t - t_y^v)^3 \dot{\mathbf{G}}(t_y^v) \Delta \mathbf{r}_v^+(t_y^v) \right] + \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau + \mathbf{G} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau d\tau d\tau,$$

где t_0 – любой фиксированный момент на $[\tau_H, \tau_K]$, принятый в качестве начального.

Зависимости (29) и (30), в которых, как видно, учитывается не только величина \mathbf{G} гравитационного градиента, но и скорость $\dot{\mathbf{G}}$ его изменения вдоль рассматриваемой траектории, сохраняют приемлемую точность в течение длительного времени. Корректность их соблюдается при любом типе опорного движения.

Зависимость (29), дополненная аналогичной по типу зависимостью для $\Delta \mathbf{R}_H^y(t)$, лежит в основе операции экстраполяции (22).

Под $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_y^v)$ в ней следует понимать $\Delta \mathbf{Y}_H^y(t_0^v) = (\Delta \mathbf{V}_H^{yT}(t_0^v), \Delta \mathbf{R}_H^{yT}(t_0^v))^T$, в качестве результата оператора экстраполяции $\Delta \mathbf{y}_v^+(t^{v+1})$ - значение левой части (29), положив: $\Delta \mathbf{y}_v^+(t^{v+1}) = \Delta \mathbf{Y}_H^y(t^{v+1})$ и $(t - t_0) = (t^{v+1} - t_y^v)$, а в качестве $\Delta \mathbf{w}_y(t)$, как и говорилось при обсуждении (22), вычисляемый по формуле разложения вектор $\Delta \mathbf{w}_y(t_y^v, t^{v+1})$, где $t^{v+1} = t_{ог}^v$.

5. Применение интервально-пространственного способа обработки избыточных измерений и аналитических уравнений экстраполяции в бортовом математическом обеспечении СУ

Рассмотрим некоторые из реализованных в бортовом математическом обеспечении (БМО) систем управления средствами выведения применений изложенных теоретических результатов.

Идентификация погрешностей инерциальных измерений в пространстве кажущихся параметров

Предлагаемое решение базируется на зависимостях (29) и (30). На их основе решается задача по нахождению компонент кажущейся скорости, порожденных $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$ и ставших причиной погрешностей полных навигационных параметров, накопившихся на рассматриваемом подынтервале полета. В качестве меры последних выступают навигационные поправки (17), выявленные путем обработки методом динамической фильтрации ВТ-измерений. Данная задача по своему характеру относится к классу обратных задач баллистики.

Проведем анализ (29) и (30). Пусть в (29) $\Delta \mathbf{V}_H^y(t_0^v) = \mathbf{0}$, $\Delta \mathbf{R}_H^y(t_0^v) = \mathbf{0}$. Тогда текущие $\Delta \mathbf{V}_H^y(t)$ и $\Delta \mathbf{R}_H^y(t)$ в (29) будут полностью определяться единственным фактором – суммами содержащих $\Delta \mathbf{w}_y$ интегралов, обусловленных отличием на $[t_0^v, t_f^v]$ функции $\dot{\mathbf{w}}_H(t)$ от $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$.

Обозначим суммы, как $\Sigma_{\Delta w}^v(t_0^v, t)$ и $\Sigma_{\Delta w}^r(t_0^v, t)$. Запишем (31)

$$\Sigma_{\Delta w}^v(t_0^v, t) = \Delta \mathbf{w}_y(t_0^v, t) + \mathbf{G} \int_{t_0^v}^t \int_{t_0^v}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau d\tau, \quad \Sigma_{\Delta w}^r(t_0^v, t) = \int_{t_0^v}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau + \mathbf{G} \int_{t_0^v}^t \int_{t_0^v}^t \int_{t_0^v}^t \Delta \mathbf{w}_y(\tau) d\tau d\tau d\tau.$$

От (29) перейдем к общему случаю. Пусть согласно нему на $[t_0, t] \subset [\tau_H, \tau_K]$ происходит определение векторов $\Delta \mathbf{y}_v^+(t_y^v)$ и ввод их в $\mathbf{y}(t)$. Как уже говорилось, в ошибках инерциальных измерений $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$ наиболее весомыми являются составляющие γ_i , $i = 1, 2, \dots, q$ систематических погрешностей инерциальных измерителей: акселерометров и датчиков углов (угловых скоростей).

Будем предполагать, что после t_f^{v-s-1} на ряде оставшихся подынтервалов $([t_0^{v-s}, t_f^{v-s}], \dots, [t_0^v, t_f^v]) \subset [\tau_n, \tau_k]$, $s = 1, 2, \dots; s < v$ параметры $\gamma_i, i = 1, 2, \dots$ сохраняются постоянными (s -параметр, характеризующий количество подынтервалов, на которых сохраняется постоянство $\gamma_i, i = 1, 2, \dots$).

С учетом данного предположения, а также (4): на момент τ_n имеет место $\mathbf{y}(\tau_n) = \mathbf{x}_n(\tau_n), \dot{\mathbf{w}}_y(\tau_n) = \dot{\mathbf{w}}_n(\tau_n)$. На момент $t_0^{v-s} \Rightarrow: \mathbf{y}(t_0^{v-s}) \neq \mathbf{x}_n(t_0^{v-s})$ или, используя обозначения (28): $\Delta \mathbf{Y}_n^y(t_0^{v-s}) = \mathbf{y}(t_0^{v-s}) - \mathbf{x}_n(t_0^{v-s}) \neq \mathbf{0}$.

На подынтервале $[t_0^{v-s}, t_f^v]$ выполняется:

$$\gamma_i(t) = \text{const}, i = 1, 2, \dots; \dot{\mathbf{w}}_n(t) \equiv \dot{\mathbf{w}}_y(t) \text{ и } \Delta \mathbf{w}_y(t_0^{v-s}, t_f^v) = \int_{t_0^{v-s}}^{t_f^v} (\dot{\mathbf{w}}_y(\tau) - \dot{\mathbf{w}}_n(\tau)) d\tau = \mathbf{0}. \quad (32)$$

Интегрирование (2) и (4) в указанных условиях с уточнениями траектории $\mathbf{y}(t)$ с помощью поправок $\Delta \mathbf{y}_j^+(t_y^j), j = v-s, \dots, v$, сформированных на $[t_0^{v-s}, t_f^v]$, приводит к тому, что на момент t_y^v изохронная невязка между $\mathbf{x}_n(t_y^v)$ и апостериорным $\mathbf{y}^+(t_y^v)$ будет не нулевой, т.е. $\Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_y^v) = \Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_0, t_y^v) = \mathbf{y}^+(t_y^v) - \mathbf{x}_n(t_y^v) \neq \mathbf{0}$.

Векторную величину $\Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_0, t_y^v)$ можно определить не только интегрированием, но и с помощью (30). Прделаем это, для чего в верхнем выражении (30): а) во всех слагаемых его правой части t_0 заменим на t_0^{v-s} , при этом $\Delta \mathbf{Y}_n^y(t_0^{v-s}) \neq \mathbf{0}$; t - всюду на t_y^v ; б) обнулим члены, содержащие $\Delta \mathbf{w}(t)$; в) суммирование в слагаемых второй и третьей строк будем вести по индексу j , меняющемуся от $j = v-s$ до $j = v$.

Найдя $\Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_0, t_y^v)$, определим величину приращения отклонения между теми же $\mathbf{y}^+(t_y^v)$ и $\mathbf{x}_n(t_y^v)$, но накапливаемую не на всем $[t_0, t_y^v]$, а лишь на подынтервале постоянства $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, q$.

Для этого образуем из (30) с привлечением (29) разность

$$\Delta \Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_y^{v-s}, t_y^v) = \Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_0, t_y^v) - \Delta \mathbf{V}_n^y(t_0, t_y^v) = (\mathbf{v}_y^+(t_y^v) - \mathbf{v}_n(t_y^v)) - (\mathbf{v}_y^+(t_y^{v-s}) - \mathbf{v}_n(t_y^{v-s})),$$

в которой $\Delta \Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_y^{v-s}, t_y^v)$ определяется поправками $\Delta \mathbf{y}_j^+(t_y^j)$.

После этого найдем кажущуюся скорость $\Delta \mathbf{w}_y^+(t_y^{v-s}, t_y^v)$, которая на $[t_y^{v-s}, t_y^v]$ вызовет равные компонентам $\Delta \Delta \mathbf{V}_n^\Sigma(t_y^{v-s}, t_y^v)$ изменения компонент полной скорости.

Обратимся для этого к (31). Приравняем левую часть (31) величине $\Delta\Delta\mathbf{V}_H^\Sigma(t_y^{v-s}, t_y^v)$, полученное уравнение разрешим относительно $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{v-s}, t_y^v)$. При этом $\Delta\Delta\mathbf{V}_H^\Sigma(t_y^{v-s}, t_y^v)$ определяется в ходе интегрирования, а слагаемое с подынтегральной функцией $\Delta\mathbf{w}_y^+$ - с помощью замены на близкую ей линейную функцию $\frac{d\Delta\mathbf{v}_j^+}{dt}t \approx \frac{\Delta\mathbf{v}_{j+1}^+(t_y^{j+1}) - \Delta\mathbf{v}_j^+(t_y^j)}{(t_y^{j+1} - t_y^j)}t$, где

$\Delta\mathbf{v}_j^+(t_y^j)$ – первая компонента вектора поправки (17). Тогда

$$\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{v-s}, t_y^v) = \sum_{j=v-s}^v \Delta\mathbf{v}_j^+(t_y^j) - \frac{1}{6} \sum_{j=v-s}^{v-1} \mathbf{G}_j (\Delta\mathbf{v}_{j+1}^+(t_y^{j+1}) - \Delta\mathbf{v}_j^+(t_y^j)) (t_{y,j+1}^2 + t_{y,j+1}t_{y,j} + t_{y,j}^2) \quad (33)$$

Из построения следует, что вектор $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{v-s}, t_y^v) = \sum_{j=v-s}^v \Delta\mathbf{w}_{j+1}^+(t_y^j, t_y^{j+1})$ представляет собой накапливаемую на $[t_y^{v-s}, t_y^v]$ кажущуюся скорость, которая порождается не выявленными к t_0^{v-s} погрешностями $\delta\dot{\mathbf{w}}_y(t)$. Естественно, что при интегрировании в реальном времени она не учитывается.

Поскольку в образовании всех $\Delta\mathbf{v}_j^+(t_y^j)$, а, следовательно, и $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{v-s}, t_y^v)$ участвуют, как следует из (17), лишь качественные измерения $\mathbf{h}_{из}(t)$, прошедшие на $[t_0^j, t_f^j]$, $j = v-s, \dots, v$, все стадии отбраковки и сглаживания, можно принять, что, начиная с выбранного t_y^{v-s} апостериорные векторы $\mathbf{y}^+(t_y^{j+1})$, определяемые с помощью $\Delta\mathbf{v}_{j+1}^+(t_y^{j+1})$ и $\Delta\mathbf{r}_{j+1}^+(t_y^{j+1})$, с точностью до ошибок $\delta\mathbf{h}(t)$ будут совпадать с $\mathbf{x}(t_y^{j+1})$ фактической траектории $\mathbf{x}(t)$.

Введем в дополнение к $\mathbf{x}_h(t)$ и $\mathbf{y}(t)$ некую мнимую траекторию $\mathbf{y}_h(t) = (\mathbf{v}_h^T(t), \mathbf{r}_h^T(t))^T$ такую, что на дискретные моменты $t_y^j, j = v-s, \dots, v$ ее компоненты удовлетворяют равенствам: $\mathbf{v}_h(t_y^j) = \mathbf{v}_y^+(t_y^j)$ и $\mathbf{r}_h(t_y^j) = \mathbf{r}_y^+(t_y^j)$, а вектор кажущегося ускорения $\dot{\mathbf{w}}_h(t)$ таков, что после точки $\mathbf{y}_h(t_y^{v-s}) = \mathbf{y}^+(t_y^{v-s})$ мнимая траектория попадает в точку $\mathbf{y}_h(t_y^{v-s+1}) = \mathbf{y}^+(t_y^{v-s+1})$, а не в точку $\mathbf{y}^-(t_y^{v-s+1})$, как $\mathbf{y}(t)$. И так происходит на всем пути до t_y^v . Построенная таким образом $\mathbf{y}_h(t)$ непрерывна, в то время как $\mathbf{y}(t)$ в моменты t_y^j имеет разрывы.

Очевидно, что разности $\mathbf{y}_h(t_y^j) - \mathbf{y}^-(t_y^j)$, образованные векторами $\mathbf{y}_h(t_y^j)$ мнимой траектории и априорными $\mathbf{y}^-(t_y^j)$, фигурирующими в (23), представляют собой те же невязки $\Delta \mathbf{y}_j(t_y^j)$, которые фигурируют в (30) и (33).

Отсюда следует, что каждый вектор $\Delta \mathbf{w}_{j+1}^+(t_y^j, t_y^{j+1})$, входящий в сумму $\Delta \mathbf{w}_y^+(t_y^{V-s}, t_y^V)$, формально может интерпретироваться как $\Delta \mathbf{w}_{j+1}^+(t_y^j, t_y^{j+1}) = \int_{t_y^j}^{t_y^{j+1}} (\dot{\mathbf{w}}_h(\tau) - \dot{\mathbf{w}}_h(\tau)) d\tau$. С учетом

$$(32) \text{ тоже можно сказать и о } \Delta \mathbf{w}_{j+1}^+(t_y^j, t_y^{j+1}) = \int_{t_y^j}^{t_y^{j+1}} (\dot{\mathbf{w}}_y(\tau) - \dot{\mathbf{w}}_h(\tau)) d\tau.$$

Из построения $\mathbf{y}_h(t)$ вытекает, что ошибка оценки $\delta \mathbf{y}_h(t_y^V) = \mathbf{y}_h(t_y^V) - \mathbf{x}(t_y^V)$, а, следовательно, и ошибка $\delta \mathbf{w}_h^+(t_y^{V-s}, t_y^V) = \mathbf{w}_h(\mathbf{y}_h(t_y^{V-s}, t_y^V)) - \mathbf{w}(t_y^{V-s}, t_y^V)$ являются величинами порядка ошибок $\delta \mathbf{h}_v(t), \delta \mathbf{h}_r(t)$ ВТ-измерений, причем измерений только качественных.

В то же время погрешность $\delta \mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V) = \mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V) - \mathbf{w}(t_y^{V-s}, t_y^V)$ вектора $\mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V)$, получаемого интегрированием в реальном времени показаний ИНС в условиях, когда поправка $\Delta \dot{\mathbf{w}}_y^y$ к $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ на $[t_y^{V-s}, t_y^V]$ не обновляется ($\gamma_i = \text{const}$), определяется совокупным влиянием на $[t_y^{V-s}, t_y^V]$ погрешностей $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$, сохранившихся к моменту t_y^{V-s} в измерениях $\dot{\mathbf{w}}_y$. Поэтому $\mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V) = \int_{t_y^{V-s}}^{t_y^V} \dot{\mathbf{w}}_y(\tau) d\tau$ является носителем информации о составляющих погрешностей инерциальных измерений, которые проявились на $[t_y^{V-s}, t_y^V]$. Расчетный же вектор $\mathbf{w}_h(\mathbf{y}_h(t_y^{V-s}, t_y^V))$ зашумлен, напомним, ошибками $\delta \mathbf{h}(t)$. В то же время от ошибок $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$ он практически свободен. Поэтому компоненты вектора (33) $\Delta \mathbf{w}_y^+(t_y^{V-s}, t_y^V) = \mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V) - \mathbf{w}_h(\mathbf{y}_h(t_y^{V-s}, t_y^V))$ могут служить оценками погрешностей $\delta \mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V)$ (с точностью до ошибок ВТ-измерений), а в свете сказанного выше – и погрешностей инерциальных измерений $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$, сохранившихся к t_y^{V-s} в показаниях $\dot{\mathbf{w}}_y$.

Очевидно, что с увеличением длины подынтервала $(t_y^V - t_y^{V-s})$, а, следовательно, и времени действия погрешностей $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$ величина $|\Delta \mathbf{w}_y^+(t_y^{V-s}, t_y^V)|$ растет. Уровень же погрешностей ВТ-измерений остается неизменным.

Отсюда следует важный вывод. Для повышения точности оценки систематических инерциальных ошибок $\delta\dot{\mathbf{w}}(t)$, определяемых на фоне погрешностей $\delta\mathbf{h}(t)$, следует накапливать невязку $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{V-s}, t_y^V)$, увеличивая интервал наблюдения. Разумеется, такое увеличение не безгранично. В первую очередь, оно лимитировано интервалом, на котором параметры γ_i модели систематических погрешностей инерциальных измерений, порождающие $\delta\dot{\mathbf{w}}(t)$, могут считаться постоянными.

Каждая коррекция функции $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$, присутствующей в (28), а, значит, и в $\Delta\mathbf{w}_y(t)$ (см. (29)), сводится к вычислению по данным векторов $\Delta\mathbf{y}_v^+(t_y^V)$ поправок $\Delta\dot{\mathbf{w}}_\varepsilon^y(t_y^V)$ к $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$, где $(v=1, 2, \dots, \ell; \varepsilon \leq v-1, \varepsilon=1, 2, \dots)$. Вводятся $\Delta\dot{\mathbf{w}}_\varepsilon^y(t_y^V)$ в $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$, как и в (23), с задержкой $\Delta T_{\text{зап}}$, компенсируемой, как в (22), алгоритмически. На момент t_y^V определения очередной поправки $\Delta\dot{\mathbf{w}}_\varepsilon^y$ в компонентах функции $\mathbf{w}_y(t) = \int_{t_0}^t \dot{\mathbf{w}}_y(\tau) d\tau$, а, следовательно, и в $\Delta\mathbf{w}_y(t)$ возникают изломы, изменяющие их наклоны. В те t_y^V , где обновлению подвергается лишь вектор $\mathbf{y}(t)$, ход функции $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$, а, следовательно, и $\Delta\mathbf{w}_y(t)$, не меняется. В целом интегральные члены в (30) представляют собой непрерывные с изломами функции времени. В качестве одной из составляющих в них входит сумма аналогичных по обозначению функций из (29). Но в этих составляющих подобные изломы отсутствуют.

В качестве примера рассмотрим ошибки ориентации инерциального координатного приборного базиса (КПБ) по отношению к осям начально-стартовой инерциальной системы координат, служащей в качестве навигационной системы координат в СУ средств выведения. Знание пары $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{V-3}, t_y^{V-2})$ и $\Delta\mathbf{w}_y^+(t_y^{V-1}, t_y^V)$ при определении интересующих нас угловых ошибок позволяет применить метод векторного согласования, где данные векторы вместе с $\mathbf{w}_y(t_y^{V-3}, t_y^V)$ образуют исходную информацию для построения базовых векторов.

Тот или иной набор подобных векторов участвует при идентификации и различных параметров модели погрешностей акселерометров.

Итак, в настоящем подходе, основанном на использовании аналитических уравнений (30), исходными являются данные, которые по своему физическому смыслу относятся к категории кажущейся скорости, в то время как ВТ-измерения, используемые при их получении, относятся к полным параметрам движения. Переход к кажущимся параметрам имеет принципиальное значение для точности идентификации, поскольку искомые ошибки

инерциальных измерений в них проявляются непосредственно. К тому же данный переход, в числе прочего, позволяет определять оптимальную продолжительность интервала наблюдения $[t_y^{V-s}, t_y^V]$, а также минимально необходимое количество таких интервалов. Величины эти индивидуальны для каждого типа идентифицируемого параметра $\gamma_i, i=1, 2, \dots, q$. Зависят они от свойств функции влияния [7] оцениваемого γ_i на величину набираемой $\Delta \mathbf{w}_y^+(t_y^{V-s}, t_y^V)$, характера того или иного участка полета, от уровня непостоянства γ_i на $[t_y^{V-s}, t_y^V]$, от ряда других факторов.

Сделанный вывод в известном смысле противоречит обычно применяемой практике, когда оценку погрешностей γ_i вырабатывают так же часто, как и оценку траекторных параметров. Но, как видно из проведенного анализа, при частом обновлении оценки γ_i , а значит, и оценки $\delta \mathbf{w}_y(t_y^{V-s}, t_y^V)$ или, говоря иначе, при малом интервале наблюдения за ошибкой $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$, когда влияние $\delta \dot{\mathbf{w}}(t)$ и $\delta \mathbf{h}(t)$ на $\delta \mathbf{w}_y(t)$ оказывается соизмеримым, точность идентификации инерциальных ошибок, даже при применении формально оптимальных методов, может оказаться не достаточно высокой.

Выражение (33) представляет собой зависимость, которую по информации о векторах $\Delta \mathbf{y}_v^+(\mathbb{I} t_y^V)$, полученных на рассматриваемом участке движения, обеспечивает приближение $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ к $\dot{\mathbf{w}}(t)$. Можно показать, что ее использование с учетом информации о количестве и расположении $\Delta \mathbf{y}_v^+(\mathbb{I} t_y^V)$ на траектории, а также ряде условий, являющихся по смыслу условиями наблюдаемости, позволяют построить эффективные алгоритмы идентификации значений $\gamma_i, i=1, 2, \dots$ модели систематических погрешностей инерциальных измерений. Учет найденных значений погрешностей γ_i в величине $\dot{\mathbf{w}}_y(t)$ при интегрировании (4) существенно снижает темп нарастания погрешностей навигационных данных, в том числе и в условиях, когда ВТ-измерения по той или иной причине прекращают поступать в СУ.

Итак, согласно данному подходу, оцениванию в традиционном смысле с применением метода динамической фильтрации подвергается вектор состояния $\mathbf{y}(t)$ минимальной размерности, содержащий лишь основные переменные процесса навигации – параметры $\mathbf{v}_y(t)$ и $\mathbf{r}_y(t)$. Оценивание остальных параметров осуществляется на основе зависимости (33). При этом результаты, получаемые на основе метода динамической фильтрации, – оптимальные по точности векторы корректирующих поправок основных переменных, – участвуют в (33) в качестве аргументов.

Малая размерность вектора $\mathbf{y}(t)$, а, следовательно, и уравнения Риккати, описывающего изменение статистических характеристик ошибок оценок компонент этого вектора, помимо чисто вычислительных удобств делает относительно несложной и задачу контроля расходимости процесса оценивания. Причина расходимости кроется, как известно [5], в чувствительности процессов оценивания к несоответствиям фактических условий их протекания базовым допущениям теории фильтрации. С ростом размерности оцениваемого вектора опасность расходимости повышается, порой весьма значительно.

Аналитическое представление переходной матрицы и матриц возмущений в ковариационном канале метода динамической фильтрации

Преобразуем уравнения (29) (30), придав им форму, традиционную для метода динамической фильтрации. Для этого выразим их через элементы переходной матрицы, а также матриц, определяемых на ее основе, с помощью которых можно учесть влияние возмущающих факторов. Тогда:

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{V}_H^y(t) \\ \Delta \mathbf{R}_H^y(t) \end{pmatrix} = \Phi \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{V}_H^y(t_0) \\ \Delta \mathbf{R}_H^y(t_0) \end{pmatrix} + U_v^{\delta w}(t) \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{w}(t) \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}(\tau) d\tau d\tau \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}(\tau) d\tau d\tau d\tau \end{pmatrix} + U_r^{\delta w}(t) \begin{pmatrix} \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}(\tau) d\tau \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}(\tau) d\tau d\tau \\ \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \Delta \mathbf{w}(\tau) d\tau d\tau d\tau \end{pmatrix}, \quad (34)$$

где $\Phi(t) = \begin{pmatrix} \Phi_{vv}(t) & \Phi_{vr}(t) \\ \Phi_{rv}(t) & \Phi_{rr}(t) \end{pmatrix}$; $\Phi_{vv}(t) = \mathbf{E} + \frac{1}{2}(t-t_0)^2 \mathbf{G}$, $\Phi_{vr}(t) = (t-t_0) \left[\mathbf{G} + \frac{1}{2}(t-t_0) \dot{\mathbf{G}} \right]$,
 $\Phi_{rv}(t) = (t-t_0) \left[\mathbf{E} + \frac{1}{6}(t-t_0)^2 \mathbf{G} \right]$, $\Phi_{rr}(t) = \mathbf{E} + \frac{1}{2}(t-t_0)^2 \left[\mathbf{G} + \frac{1}{3}(t-t_0) \dot{\mathbf{G}} \right]$; (35)
 $U_v^{\delta w}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{G} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} \end{pmatrix}$; $U_r^{\delta w}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{E} & \mathbf{G} \end{pmatrix}$.

Формулы (35) являются квадратичным приближением переходной матрицы и матриц возмущений для случая движения материальной точки. Частным случаем их являются формулы линейного приближения, применяемые в динамической фильтрации.

Отбраковка аномальных измерений

Вернемся к рассмотрению невязки функционалов $\delta \mathbf{J}(t_y^V)$, используемой в (4). Ее формированию предшествует этап получения невязок первичных измерений $\Delta \mathbf{h}_{из}(t) = \mathbf{h}_{из}(t) - \mathbf{h}_p(\mathbf{r}_y^-, \mathbf{v}_y^-, t)$, где $(\mathbf{r}_y^-, \mathbf{v}_y^-)$ – как и в (23), априорный на момент t приема

очередного первичного $\mathbf{h}_{из}(t)$, ($t \in [t_0^V, t_f^V]$) вектор состояния $\mathbf{y}(t)$. Невязки $\mathbf{h}_{из}(t)$ на каждом $[t_0^V, t_f^V]$ формируются многократно с частотой, равной частоте приема первичных $\mathbf{h}_{из}(t)$.

Очередное значение $\Delta\mathbf{h}_{из}(t)$ в темпе полета подвергается контролю на достоверность. Происходит это путем последовательного сравнения его компонент с соответствующими компонентами предшествующих невязок данного подынтервала и проверки $\Delta\mathbf{h}_{из}(t)$ на принадлежность к области допустимых погрешностей ВТ-измерений. Последняя является отображением области $\Omega_y(t)$ предельно допустимых отклонений траектории $\mathbf{y}(t)$, обусловленных максимально возможными на рассматриваемый момент ее навигационными погрешностями, на пространство погрешностей измеряемых параметров γ_i . Область $\Omega_y(t)$ с границами $\pm\delta v_{iy}^{rp}(t)$, $\pm\delta r_{iy}^{rp}(t)$, где $i = x, y, z$, образуется вокруг траектории $\mathbf{y}(t)$. Границы области $\pm\delta v_{iy}^{rp}(t)$, $\pm\delta r_{iy}^{rp}(t)$ формируются на основе (30), в правых частях которых в этом случае используются начальные отклонения $\Delta\mathbf{V}_H^{y\max}(t_0)$ и $\Delta\mathbf{R}_H^{y\max}(t_0)$, получаемые исходя из наихудшей комбинации значений параметров систематических погрешностей γ_i , соответствующих предельно-допустимым значениям этих ошибок. В параметрах $\mathbf{h}_{из}(t)$ границами являются величины:

$$\pm\Delta\mathbf{h}_{из}^{rp}(t) = \pm(\mathbf{h}_p(\mathbf{r}_y^-, \mathbf{v}_y^-, t) - \mathbf{h}_p(\mathbf{r}_y^- \pm \delta\mathbf{r}_y^{rp}, \mathbf{v}_y^- \pm \delta\mathbf{v}_y^{rp}, t))$$

Аналогичный контроль вектор $\Delta\mathbf{h}_{из}(t)$ проходит и по предельно допустимому темпу изменения его значения по отношению к ряду предшествующих соседних ему векторов невязок первичных измерений. Остающиеся по результатам контроля невязки подвергаются сглаживанию с помощью МНК. В результате к моменту t_f^V вместо совокупности векторов $\Delta\mathbf{h}_{из}(t)$, полученных на очередном $[t_0^V, t_f^V]$, образуется единственный на $[t_0^V, t_f^V]$ вектор невязки $\delta\mathbf{J} = \mathbf{J} - \mathbf{J}_H$ размерности ($p \leq m$). Последующие этапы отбраковки аномальных данных относятся к периоду после окончания очередного интервала накопления $[t_0^V, t_f^V]$ и, значит, выполняются с задержкой. Участвуют в них функционалы $\delta\mathbf{J}^v = \mathbf{J}^v - \mathbf{J}_H^v$, $\delta\mathbf{J}^{v-1}, \dots, \delta\mathbf{J}^{v-3}$. Проверяемым является $\delta\mathbf{J}^v$. Остальные, сформированные на предшествующих интервалах накопления, вместе с $\pm\Delta\mathbf{h}_{из}^{rp}(t)$ и получаемыми на их основе значениями предельно-возможных скоростей $\pm D(\Delta\mathbf{h}_{из}^{rp}(t))$ изменения $\pm\Delta\mathbf{h}_{из}^{rp}(t)$ дают

исходную информацию для формирования допусковых значений. Коррекция траектории $\mathbf{y}(t) = (\mathbf{v}_y^T(t), \mathbf{r}_y^T(t))^T$, производимая в соответствии с (23), выполняется лишь с поправкой $\Delta \mathbf{y}_y^+(t_y^V)$, получаемой по результатам обработки невязки $\delta \mathbf{J}^V$, прошедшей контроль всех стадий отбраковки, включая последнюю.

Представленные теоретические результаты составили основу новой разновидности метода динамической фильтрации. Ее отличает, во-первых, интервально-пространственный подход к формированию избыточности ВТ-измерений (спутниковых) и вытекающая отсюда замена обычных матриц наблюдаемости на матрицы – функционалы. Эти матрицы являются обобщением [7] привычных матриц наблюдаемости и зависят от вида функционалов \mathbf{J} и \mathbf{J}_H и длины интервала наблюдения. Во-вторых, – введение в состав оцениваемых наряду с полными координатами движения кажущихся координат, их совместное рассмотрение и образование единого пространства оцениваемых кажущихся и действительных координат. И, наконец, покомпонентная обработка координат вектора $\delta \mathbf{J}$ с реализацией дополнительного ресурса повышения точности, связанного с оптимизацией очередности [10] поступления координат $\delta \mathbf{J}$ в обработку в зависимости от вида нелинейности измеряемой функции $\mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$.

Для решения практических задач весьма продуктивным оказалось объединение метода динамической фильтрации и результатов, полученных в первой части, в виде специальной технологии, названной информационно-страховочной технологией интеграции (коротко ИСТИНА) [1], [11].

6. Анализ летных испытаний

Упомянутая технология составила основу БМО интегрированной СУ.

Положительные результаты предварительных летных испытаний [1],[11], проводившихся с 2003г., позволили в пуске 17 сентября 2009г. при выведении КА “Метеор-М” впервые в мировой практике ракетно-космических средств выведения в контуре управления РБ, в данном случае РБ “Фрегат”, использовать данные, формируемые совместной обработкой инерциальной и спутниковой систем. Ниже представлены графики обработки телеметрических данных, полученных в ходе обсуждаемых миссий.

На рис. 1 представлены графики невязок между показаниями АСН и компонентами скорости вспомогательной [1],[11] инерциальной траектории на оставшемся после сброса головного обтекателя (ГО) участке полета РН, первого включения маршевого двигателя (МД) РБ и начала пассивного полета по переходной орбите. Вспомогательная траектория,

уточняемая на каждом интервале полета многократно, является примером введенной выше импульсно-уточняемой траектории. Аналогичные невязки для штатной [1],[11] траектории представлены на рис. 2. Именно ее фазовые координаты, с требуемой периодичностью поступая в контур наведения, используются в нем для выработки сигналов управления. С точки зрения интервально-пространственного подхода данная траектория, по крайней мере, на интервале между двумя соседними ее достаточно редкими уточнениями может рассматриваться как аналог введенной выше наблюдаемой траектории.

Корректирующие поправки, формируемые системой в моменты наступления надлежащих функциональных условий, включают данные по координатам, компонентам скорости и угловым погрешностям ориентации инерциальной навигационной системы.

На графиках приняты обозначения: ΔV_h - невязка (разность компонент скорости) в проекции на направление вектора \mathbf{r} , ΔV_L - в проекции на направление, перпендикулярное \mathbf{r} в текущей плоскости движения, ΔV_B - в проекции на боковое направление.

Аналогичные графики текущих невязок по координатным параметрам, для которых введены обозначения соответственно $\Delta H, \Delta L, \Delta B$, приведены на рис. 3.

Из сопоставления графиков рис. 1 и 2 можно определить значения корректирующих поправок, введенных в штатную траекторию в момент коррекции $t = 559\text{с}$.

Момент коррекции штатной траектории ($t = 559\text{с}$) является и моментом τ^* начала первой в данном пуске фазы точной навигации. Он полностью отвечает предъявляемым к нему требованиям. Задержка с вводом корректирующих поправок в штатную траекторию (по сравнению с моментами уточнения вспомогательной траектории (см. рис. 1), где первая поправка была введена в момент $t = 360\text{с}$) никак не повлияла на ухудшение точности выполнения конечной задачи выведения и не потребовала дополнительного расхода [11] топлива РБ на компенсацию выявленных погрешностей. Весь участок полета РН для навигационной системы РБ естественным образом является фазой накопления информации.

Точность, которую с вводом поправок обретает штатная траектория, лучше всего оценивать по невязкам, которые образуются ее фазовым вектором с показаниями АСН. Наиболее полно этой цели отвечают невязки, формируемые на активном участке траектории; конкретно на первом импульсе РБ, начавшемся через 7с после ввода поправок.

Из рис. 2 и 3 видно, что на протяжении всего первого импульса графики всех компонент и скоростных, и координатных невязок находятся в малой окрестности оси абсцисс (в малой окрестности данных АСН) и имеют практически нулевой наклон, отступая не более чем на 12 м по координатным и 7 см/с по скоростным компонентам. Осредненные же (сглаженные) невязки (см. рис. 4), которые наиболее полно характеризуют достигнутую

точность, отступают от оси абсцисс не более чем на 3см/с (по координатам на 8 м). Это и доказывает высокую точность всех элементов введенного в состав интегрируемой навигационной штатной траектории вектора поправок, включая ошибки ориентации. Не лишним будет подчеркнуть, что, как видно из рис. 1 и 4, коррекции вспомогательной траектории также проводятся далеко не часто, с периодом в среднем порядка 70с. Так в интервале 420с...520с счисление вспомогательной траектории проходит в чисто инерциальном режиме без введения корректирующих поправок, хотя измерения АСН на этом интервале поступают регулярно. С помощью коррекций, предшествующих данному отрезку, высокая точность инерциальной траектории уже достигнута. Далее она поддерживается, значительное время не требуя уточнений. Графики невязок параметров траектории с данными АСН имеют крайне низкий тренд отхода от данных АСН.

Из графиков невязок вспомогательной траектории видно, что в моменты (см. рис. 1) уточнений (ввода поправок в траекторию) на графиках наблюдаются скачки (ступенчатые изменения параметров), характеризующие выявленные ошибки инерциальной вспомогательной траектории, обусловленные влиянием на нее ошибок $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, q$ чувствительных элементов ИНС и начальной привязки. Начиная с 420с., наклон графиков невязок вспомогательной траектории резко уменьшается. Это связано с проведением в этот момент первого обобщенного навигационного уточнения, в котором наряду с уточнениями координат и компонент скорости одновременно осуществляется идентификация ошибок ориентации координатного приборного базиса. С этого момента результаты идентификации учитываются при интегрировании вспомогательной траектории.

Теперь проанализируем ход кривых, описывающих поведение средних значений разовых невязок, образованных показаниями АСН и параметрами штатной навигационной траектории (рис. 2 и 3). Как и ожидалось, характер отклонений этих кривых от оси абсцисс весьма точно соответствует характеру текущих погрешностей навигационной траектории, вызываемых инструментальными ошибками $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, q$ комплекса командных приборов. Особенно наглядно это проявляется в кривых ΔV_B и ΔB , поведение которых на интервале от начала получения навигационных определений $t = 349с.$ до окончания участка полета РН (до ввода корректирующих поправок) практически полностью определяется влиянием основной инструментальной погрешности этого участка траектории – ошибки азимутального прицеливания. После момента ввода ($t = 559с.$), как видно из графиков, доминирующим влиянием не обладает ни один из параметров модели погрешности ИНС.

Поведение невязок определяется теперь уже всей совокупностью остаточных

инструментальных погрешностей ИНС. Действительно, сопоставление графиков невязок измерений АСН со штатной траекторией (рис. 2 и 3), с одной стороны, и вспомогательной (рис. 1, а также 4), с другой, показывает существенное различие в наклонах графиков к оси абсцисс. Практически нулевой после 420с. и до окончания первого импульса (рис. 1, рис.4) наклон кривых всех трех компонент скоростных невязок измерений АСН со вспомогательной траекторией, как и невязок штатной траектории после ввода в нее корректирующих поправок (рис. 2 и 3), свидетельствует об исключительно точной идентификации в ходе полета угловых погрешностей ориентации КПБ, в том числе и погрешности определения азимутального направления. Это явилось главным фактором, обеспечившим к концу каждого активного участка высокую точность решения навигационной задачи.

Для иллюстрации эффекта совместного уточнения координат баллистического вектора (r,v) и ошибок ориентации КПБ - обобщенное уточнение - на рис.4 красной пунктирной линией, относящейся к интервалу $t = 435..455с.$, показан график навигационной ошибки боковой составляющей скорости ΔV_B , построенный в предположении, что на рассматриваемом интервале интегрирование вспомогательной траектории происходит без учета выявленной ошибки ориентации. Эта дополнительная пунктирная линия получена перенесением сюда соответствующего фрагмента графика кривой ΔV_B (рис. 2), построенного для штатной траектории обсуждаемого пуска. Точнее, нанесенная линия воспроизводит не самую кривую ΔV_B , а наклон ее на рассматриваемом интервале. Видно, что ошибка боковой компоненты скорости без уточнения КПБ многократно превышает ошибку, которая реализовалась в ходе полета в $t = 452с$ вспомогательной траектории.

Как итоговый результат, на рис. 5 представлены данные по результирующей точности по основным контролируемым параметрам (см. точки) орбиты выведения последнего из выводимых КА (по завершении 3-х часов полета) в миссии "Метеор-М". Рисунок представлен в виде своеобразной мишени, где внешние ее границы определяются значениями предельно-допустимых погрешностей СУ.

Еще более высокие по точности результаты были получены в пуске 19 октября 2010г. при выведении группы из шести КА Globalstar-2 (USA). На рис.6 по аналогии с рис. 5 представлены данные по результирующей точности по основным контролируемым параметрам орбиты выведения последнего из выведенных КА. В отличие от предыдущего случая число контролируемых СУ параметров, как видно из рисунка, за счет добавления долготы восходящего узла орбиты (ДВУ) увеличено здесь с 4-х до 5.

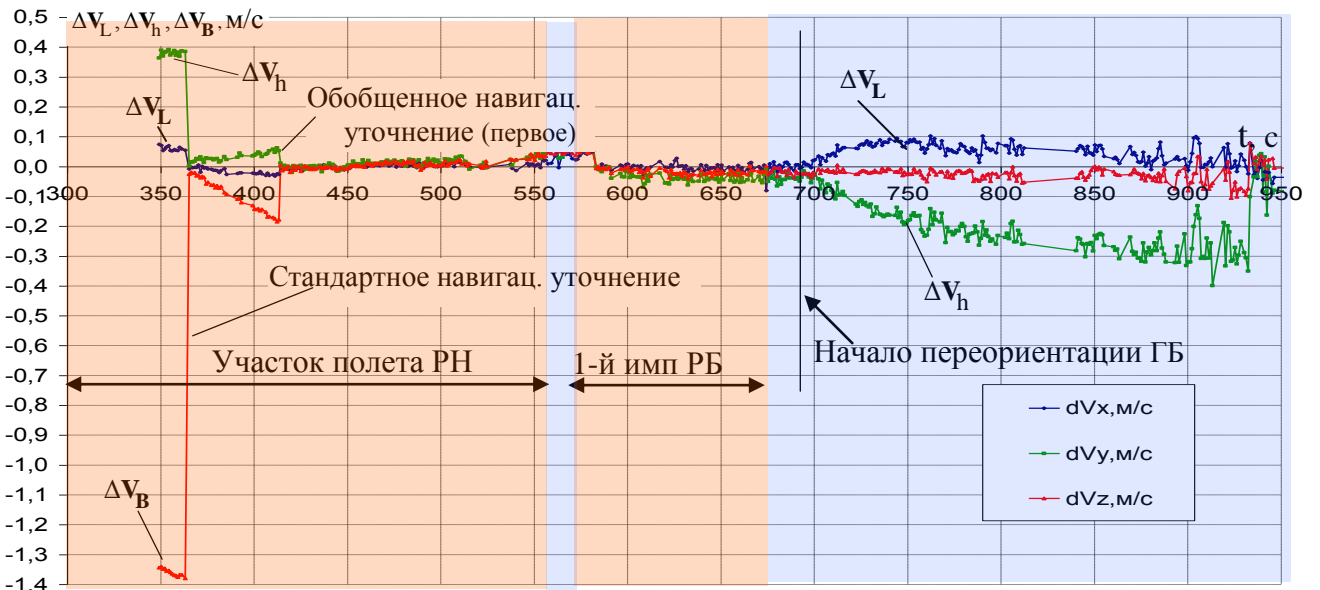


Рис.1. “Сырые” невязки по компонентам скорости между вспомогательной бортовой траекторией и данными АСН. Участок полета РН, первого импульса РБ и начала полета по переходной орбите. Выведение КА “Метеор-М” (пуск 17.09.2009г.)

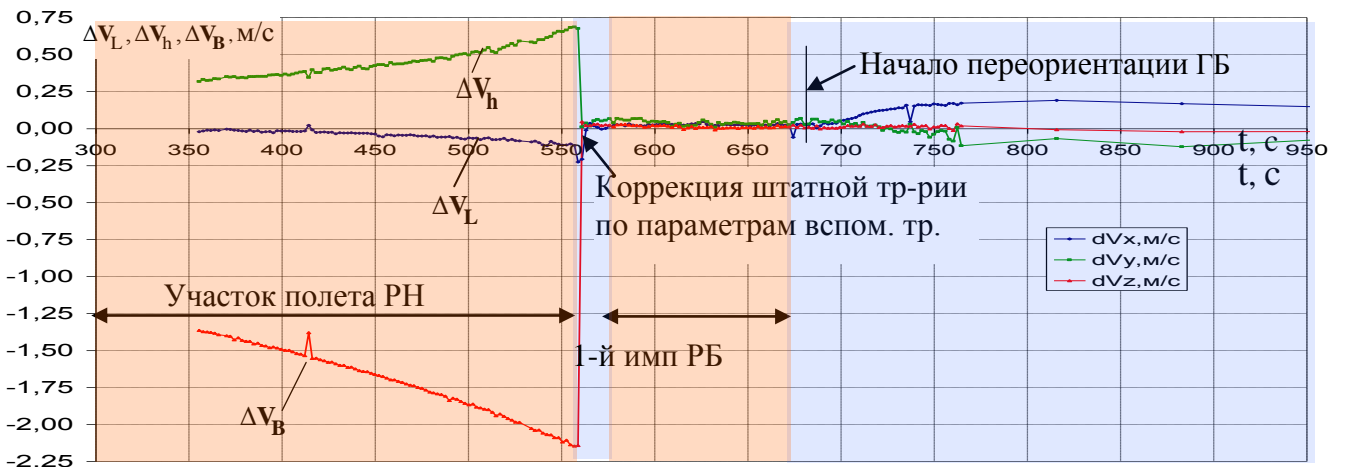


Рис. 2. Невязки по компонентам скорости между данными АСН и штатной бортовой траекторией. Участок РН, первого импульса РБ и начала полета по переходной орбите.

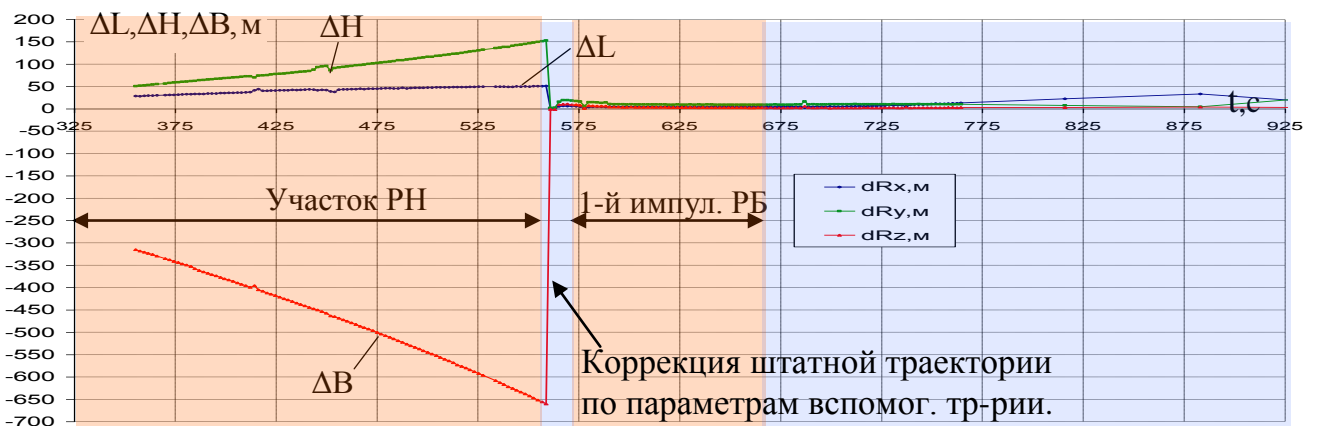


Рис. 3. Невязки по координатам между штатной траекторией и данными АСН. Участок полета РН, первого импульса РБ и начала полета по переходной орбите. Выведение КА “Метеор-М” (пуск 17.09.2009г.)

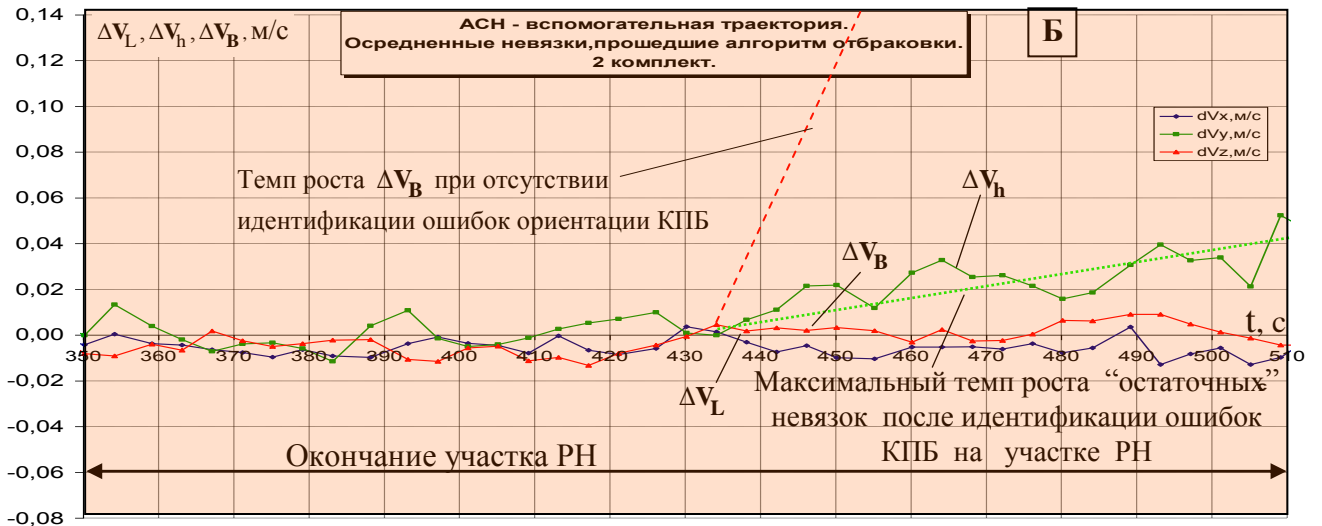


Рис. 4. Сглаженные (освобожденные от аномальных) невязки между вспомогательной траекторией и данными АСН. Конец участка полета PH

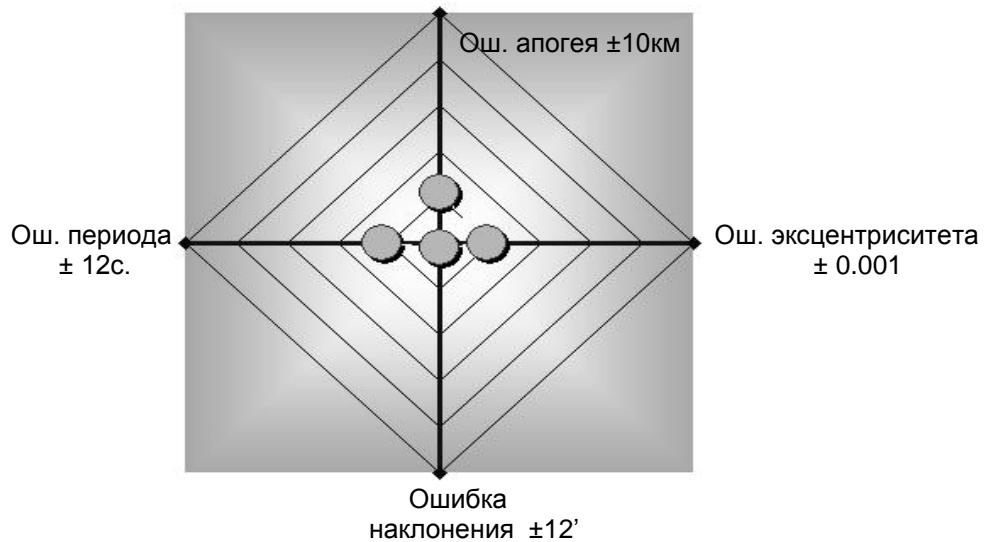


Рис.5. Суммарные и инструментальные погрешности выведения в пуске 17.09. 2009г.

Вследствие многократного (на порядки) отличия между достигнутой точностью решения задачи навигации, выраженной погрешностями оценок параметров штатной траектории на момент отделения КА (внутренняя замкнутая область, обозначенная сплошной линией) и предельно допустимыми погрешностями СУ (внешняя замкнутая область, показанная штрихпунктирной линией) по осям “мишени-погрешностей” принят логарифмический масштаб. Видно, что в интегрированной инерциально-спутниковой СУ доминирующими стали методические погрешности управления. Именно они составляют основную часть области суммарных ошибок выведения (средняя замкнутая область, обозначенная пунктирной линией). По сравнению с ними навигационные (инструментальные) ошибки ничтожно малы. Но и суммарные ошибки, за исключением

ошибки эксцентриситета, оказались на порядок меньше допустимых ошибок СУ, особенно по параметрам, определяющим ориентацию плоскости орбиты. Уменьшение ошибки эксцентриситета требует проведения в полете по данным навигационной системы калибровки маршевых двигателей и снижения за счет этого неизвестных составляющих разбросов импульса последействия.

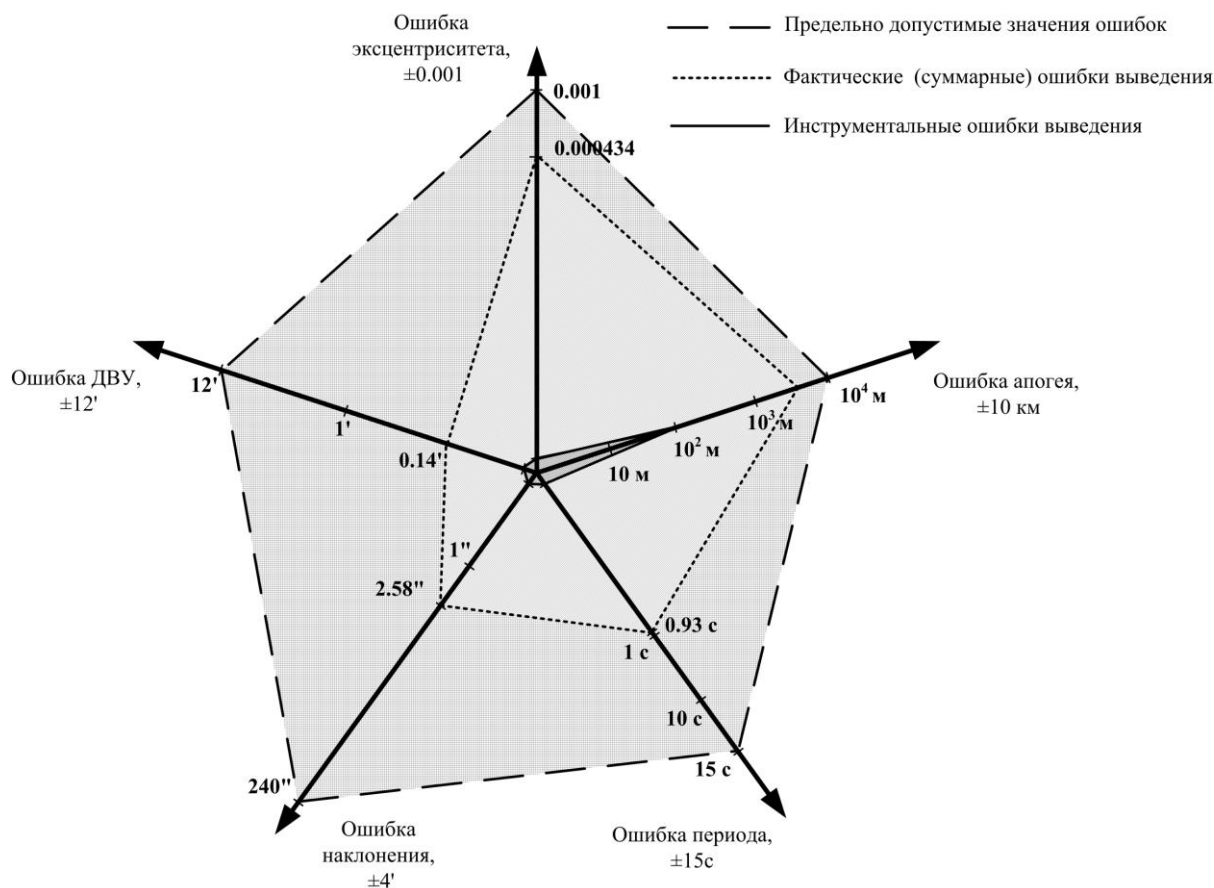


Рис.6. Суммарные и инструментальные погрешности выведения в пуске 19.10.10.

Выводы

Впервые на практике решена задача построения единого контура терминального наведения и корректируемой навигации в СУ космическими средствами выведения. Показана возможность и эффективность схемы с интервально-пространственным способом формирования избыточности внешнетраекторных измерений, применение которой позволило исключить проникновение в контур наведения даже локальных погрешностей, связанных с информационными нарушениями, эпизодически возникавших в выходных данных АСН.

Летные испытания интегрированной СУ:

- подтвердили высокое качество проведенных в ходе полета уточнений текущих координат, компонент скорости и наиболее значимых параметров погрешностей модели инерциальной системы;

- позволили оценить апостериорную точность вводимых корректирующих поправок. Послеполетный анализ телеметрических данных показал, что остаточные навигационные погрешности к концу участка полета РН в обоих анализируемых пусках находились в пределах:

10м - по координатам, 5см/с - по компонентам скорости,

7-9 - угл.сек. по углам ориентации.

По сравнению с аналогичными данными традиционной инерциальной системы точность повышается на порядки. В первом из анализируемых пусков суммарные погрешности выведения применительно к первому из выведенных КА уменьшились в 5 раз, а к последнему - в 10. Еще большие запасы по точности, выраженные отличием суммарных погрешностей выведения от требуемых предельно-допустимых значений, были получены во втором пуске. В уменьшенных суммарных погрешностях доминирующими стали методические погрешности управления, уровень которых теперь и определяет конечную точность выполнения целевой задачи полета;

- подтвердили возможность значительного снижения требований к точностным характеристикам инерциальных приборов вплоть до замены гиросtabilизированных платформ бесплатформенными инерциальными блоками.

Благодаря целому ряду новых качеств данная система стала фундаментом нового поколения терминальных систем управления средствами выведения. Ожидается, что в второй половине 2011г начнется эксплуатация ракетно-космического комплекса РН “Союз-2” с РБ “Фрегат” со стартом с европейского космодрома Куру во французской Гвиане. Уже в первом пуске управление РБ должно осуществляться на основе интегрированной инерциально-спутниковой системы, описанной в статье.

Библиографический список

1. В.Д. Дишель, В.А.Немкевич. Методология построения, облик и особенности летной отработки интегрированной инерциально-спутниковой системы навигации и ориентации космических средств выведения// Труды ИПЦАП, №1, 2008, С.2-24
2. S. Boulads, B. Frapard, A. Biard. GPS/ INS Navigation System for Launchers and Re-Entry Vehicles-Developments and Adaptation to Arian 5// Proceedings of the 5-th International

ESA Conference on Spacecraft and Guidance, Navigation and Control Systems. Frascati, Italy, 22—25 October, 2002, p. 57- (ESA SP-516, February, 2003)

3. S. Reynaud, P. Delaux, A. Biard // Use of GNSS for Next European Launcher Generation// Proceedings of the 6-th International ESA Conference on Spacecraft and Guidance, Navigation and Control Systems, Loutraci, Greece, 17-20 October, 2005, (ESA SP-606, January, 2006)

4. Э.Л.Аким, Т.М. Энеев. Определение движения по результатам измерений.- Космические исследования, 1963, вып.5, № 1

5. Б.Ц. Бахшиян, Р.Р. Назиров, П.Э. Эльясберг. Определение и коррекция движения. М: “Наука”, 1980, 359с.

6. Р.А. Дзесов, Е.Н. Дутов, В.П.Павлов, В.С. Поляков. Определение параметров орбиты космического аппарата с помощью приборов автономной спутниковой навигации по сигналам системы GPS/ГЛОНАСС// Космонавтика и ракетостроение, №20, 2000, стр.52-61.

7. Вик. Д. Дишель. Развитие теории функций влияния и ее применение к анализу оцениваемых и возмущающих факторов в навигационных интегрированных системах//Труды НПЦАП, 2010. №1, с.2-19.

8. Р.Беллман. Введение в теорию матриц. М: “Наука”, 1960

9. Вик. Д.Дишель. Аналитические алгоритмы экстраполяции ошибок оценок при наличии сильных возмущающих воздействий// Труды ФГУП НПЦАП, 2010, № 1, с.20-25.

10. Вик. Д. Дишель. Методы высокоточной навигации и ориентации, их летная отработка и применение в терминальных инерциально-спутниковых системах управления средствами выведения и спуска с орбит. Науч. техн. сб. “Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов”, серия Механика, управление и информатика, изд. ИКИ РАН, 2009, стр.157-190.

11. В.Д.Дишель, Е.Л.Межирицкий, В.А.Немкевич. Методология формирования объединенного контура терминального наведения и инерциально-спутниковой корректируемой навигации в системах управления космических средств выведения. Анализ натурных испытаний. XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным системам, 26-28 мая 2008. Сборник трудов конференции, стр. 237- 248.

Сведения об авторах

Дишель Виктор Давидович, доцент ФГУП “Научно-производственный центр автоматике и приборостроения им. акад. Н.А. Пилюгина”, к.т.н.; Ул. Введенского, 1; Москва, 117342 тел.: (495) 334-33-85; e-mail: vddishel@list.ru