

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Рыбакова Константина Александровича «Спектральный метод анализа
и статистического моделирования непрерывных стохастических систем»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации,
статистика.

Диссертационная работа Рыбакова Константина Александровича посвящена проблеме анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем. Актуальность данной проблемы обусловлена многочисленными приложениями, в которых поведение исследуемых процессов описывается стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ). СДУ успешно применяются в естественных, технических, экономических и других науках. Стоит отметить, что очень узкий класс СДУ может быть решен аналитически, например, некоторые линейные СДУ. Более того, часто известные точные решения СДУ оказываются сложными для численного моделирования. Поэтому возникает необходимость в приближенных методах решения и в первую очередь численных методах.

Хорошо известна проблема, возникающая при построении численных методов с высокими порядками сходимости, понимаемых в сильном смысле, – это моделирование повторных стохастических интегралов. Начиная с пионерских работ Мильштейна и Платена, развилось новое направление в численных методах решения СДУ, в котором изучаются теоретические и практические аспекты аппроксимации повторных стохастических интегралов. Это направление получило развитие в представленной диссертационной работе.

В качестве основы для аппроксимации повторных стохастических интегралов построен спектральный метод анализа и статистического моделирования линейных непрерывных стохастических систем. Основным инструментом здесь является представление случайных процессов – выходных сигналов – спектральными характеристиками, которые определены как последовательности коэффициентов разложения в обобщенные кратные ряды Фурье, например, ряды Фурье-Лежандра. С одной стороны, спектральный метод позволяет решить задачу анализа линейных непрерывных стохастических систем, а с другой стороны, он позволяет получить новые представления для повторных стохастических интегралов и реализовать алгоритмы их статистического моделирования. Применение таких алгоритмов в численных методах

ОТДЕЛ КОРРЕСПОНДЕНЦИИ
И КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ
ДОКУМЕНТОВ МАИ

решения СДУ позволяет использовать спектральный метод уже для анализа нелинейных непрерывных стохастических систем.

Диссертационная работа включает новые теоретические результаты для кратных стохастических интегралов, при получении которых в значительной степени использовалась операция симметризации ядер этих интегралов. Здесь уместно отметить и предложенные автором диссертации новые алгоритмы вычисления коэффициентов разложения некоторых ядер кратных стохастических интегралов (ядер, для которых кратные стохастические интегралы совпадают с повторными стохастическими интегралами, указанными выше), требующиеся для их эффективного статистического моделирования.

Диссертационная работа изложена на 548 страницах. Она включает введение, 6 глав, приложение, заключение и список цитируемой литературы.

Глава 1 (стр. 24-115) содержит теоретические положения спектрального метода, ранее применяемого при анализе и моделировании линейных непрерывных детерминированных систем. В этой главе представлены как известные, так и новые результаты, связанные со спектральным представлением функций одной переменной (параграф 1.1, стр. 24-38), спектральным представлением функций двух переменных (параграф 1.2, стр. 38-50), с трансформацией спектральных характеристик при изменении базиса (параграф 1.3, стр. 50-54), с общими положениями спектрального представления линейных операторов (параграф 1.4, стр. 54-58), спектральным представлением операторов умножения (параграф 1.5, стр. 58-66), спектральным представлением операторов интегрирования (параграф 1.6, стр. 66-75), спектральным представлением операторов дифференцирования (параграф 1.7, стр. 75-84), с линейными преобразованиями функций (параграф 1.8, стр. 84-86), с матричными и интегральными следами (параграф 1.9, стр. 86-98), с приближенным представлением функций одной и двух переменных (параграф 1.10, стр. 98-103) и с учетом ограничений на значения функций (параграф 1.11, стр. 103-115). В главе приведены примеры, имеющие как теоретический характер (такие примеры используются при доказательстве теоремы о матричном следе), так и практический характер (вычисление погрешностей аппроксимации функций, через которые выражаются погрешности аппроксимации повторных стохастических интегралов второй кратности).

Глава 2 (стр. 116-179) содержит теоретические положения спектрального метода для представления случайных процессов. В этой главе рассмотрены: описание случайных процессов в рамках корреляционной теории с позиций спектрального метода (параграф 2.1, стр. 115-123), спектральное представление случайных процессов (параграф 2.2, стр.

123-130), спектральное представление стохастических интегралов Ито и Стратоновича (параграф 2.3, стр. 130-150), линейные преобразования случайных процессов (параграф 2.4, стр. 150-154), общие положения спектрального представления случайных линейных операторов (параграф 2.5, стр. 154-158), спектральное представление операторов умножения на случайные процессы (параграф 2.6, стр. 158-159), спектральное представление операторов стохастического интегрирования (параграф 2.7, стр. 159-165) и приближенное представление случайных процессов (параграф 2.8, стр. 165-179). В главе приведены примеры нахождения спектральных характеристик винеровского процесса, броуновского моста и др., а также спектральных характеристик их моментов.

Глава 3 (стр. 180-236) содержит описание разработанного автором диссертации спектрального метода анализа и статистического моделирования линейных непрерывных стохастических систем. В этой главе приведены: общие сведения об описании непрерывных стохастических систем СДУ (параграф 3.1, стр. 180-182), уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (параграф 3.2, стр. 182-183), вывод основных соотношений для решения задачи анализа спектральным методом (параграф 3.3, стр. 183-196), вывод основных соотношений для решения задачи оценивания спектральным методом (параграф 3.4, стр. 197-209), тестовые примеры моделирования некоторых случайных процессов (параграф 3.5, стр. 209-232), которые могут использоваться для описания типовых помех (экспоненциально-коррелированный процесс) или цен финансовых инструментов (геометрическое броуновское движение). Отдельно рассмотрен пример моделирования турбулентного ветра (параграф 3.6, стр. 232-236).

Глава 4 (стр. 237-304) содержит теоретические положения спектрального метода для представления функций многих переменных. В этой главе заложена теоретическая и алгоритмическая основа спектрального представления кратных стохастических интегралов, а именно спектральное представление функций многих переменных (параграф 4.1, стр. 237-253), спектральное представление линейных функционалов (параграф 4.2, стр. 253-262), спектральное представление симметризованных функций (параграф 4.3, стр. 263-268), матричные и интегральные следы (параграф 4.4, стр. 268-289), приближенное представление функций многих переменных (параграф 4.5, стр. 289-304). В главе приведены примеры, в которых вычислены погрешности аппроксимации функций специального вида, полученные результаты позволяют далее провести сравнение наиболее часто используемых базисов с точки зрения точности аппроксимации повторных стохастических интегралов третьей кратности и выше.

Глава 5 (стр. 305-375) содержит теоретические положения, связанные с кратными стохастическими интегралами Ито и Стратоновича. В этой главе получены новые

представления для них. Содержание главы: ортогональные системы случайных величин (параграф 5.1, стр. 305-311), общие положения о кратных стохастических интегралах (параграф 5.2, стр. 312-314), кратные стохастические интегралы Ито и их новые представления (параграф 5.3, стр. 314-325), кратные стохастические интегралы Стратоновича и их новые представления (параграф 5.4, стр. 325-338), применение полученных результатов к повторным стохастическим интегралам Ито и Стратоновича (параграф 5.5, стр. 339-340) и вычисление их моментов (параграф 5.6, стр. 340-350), приближенное представление кратных стохастических интегралов (параграф 5.7, стр. 350-371), моделирование кратных стохастических интегралов (параграф 5.8, стр. 372-375). В главе приведены примеры моделирования кратных стохастических интегралов, подтверждающие теоретические положения.

Глава 6 (стр. 376-472) содержит теоретические положения спектрального метода для представления повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича. В этой главе получены новые представления для них. Содержание главы: спектральное представление повторных стохастических интегралов Стратоновича (параграф 6.1, стр. 376-389), спектральное представление повторных стохастических интегралов Ито (параграф 6.2, стр. 389-430), вычисление моментов повторных стохастических интегралов (параграф 6.3, стр. 431-438), моделирование повторных стохастических интегралов (параграф 6.5, стр. 438-460), численно-спектральные методы решения СДУ и анализ нелинейных непрерывных стохастических систем (параграф 6.6, стр. 460-472). Глава содержит много примеров моделирования повторных стохастических интегралов, подтверждающих теоретические положения.

Приложение (стр. 473-526) описывает разработанное автором диссертации программное обеспечение, которое применялось для решения примеров.

Главы сбалансированы по объему, в них используется единый стиль изложения и единая методология получения результатов. В конце каждой главы кратко сформулированы выводы.

Научная новизна диссертационной работы состоит в разработке спектрального метода анализа и статистического моделирования линейных непрерывных стохастических систем, а также оценивания их состояний. Его очень важное применение – это представление повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, моделирование которых является неотъемлемой частью численных методов решения СДУ с высокими порядками сходимости, понимаемых в сильном смысле. Кроме того, автором диссертации получены новые результаты в теории кратных стохастических интегралов

Ито и Стратоновича, расширена алгоритмическая база спектрального метода в части решения указанных задач.

Обоснованность перечисленных результатов базируется на доказанных теоремах и результатах всестороннего тестирования разработанных методов и алгоритмов на решении различных задач.

Практическая значимость диссертационной работы связана с многочисленными приложениями, для которых могут применяться разработанные автором диссертации методы и алгоритмы.

Представленная диссертационная работа соответствует паспорту специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

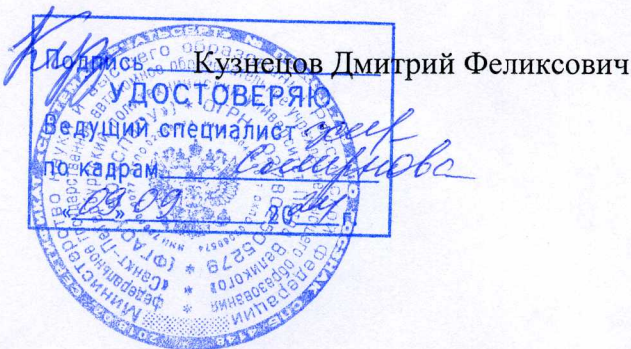
Замечания по диссертации и автореферату:

1. Несмотря на то, что доказательства теорем 4.9, 5.3, 5.4 довольно объемны, некоторые шаги в них можно изложить более подробно, оформив их, например, как леммы.
2. В главе 5 кратные стохастические интегралы Ито и Стратоновича определены только относительно винеровских процессов, а интегрирование по времени в смысле Лебега не рассматривается. Включение интегрирования по времени более интересно для приложения этой теории к численным методам решения СДУ.
3. В формулах (4.75) и (4.78) лучше уточнить, как для указанных в них рядов со сложной структурой строятся частичные суммы. Кроме того, формулы (4.75) и (4.78) дают достаточные условия представления кратного интеграла Стратоновича в виде (5.51) и (5.52) (теорема 5.4). Было бы интересно провести исследование, являются ли эти условия необходимыми.
4. В формулировке теорем 5.3 и 5.4 полезно добавить, что независимые гауссовские случайные величины – это стохастические интегралы от базисных функций по конкретным винеровским процессам.
5. В автореферате диссертации принята сквозная нумерация формул и теорем, эта нумерация отличается от используемой в основном тексте. В такой ситуации в автореферате принято указывать соответствующие номера в скобках хотя бы для теорем.

Указанные замечания не носят принципиального характера и не влияют на общую положительную оценку представленной диссертационной работы.

Считаю, что диссертация Рыбакова Константина Александровича «Спектральный метод анализа и статистического моделирования непрерывных стохастических систем» является завершенной научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне. Она содержит новые подходы к решению важной научной задачи, имеющей как теоретическую, так и практическую значимость. Представленные в диссертации исследования обладают научной новизной и достоверностью, все полученные выводы научно обоснованы. Основные результаты работы достаточно полно опубликованы в научных изданиях. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Таким образом, можно утверждать, что представленная диссертация отвечает всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Рыбаков Константин Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Официальный оппонент,
профессор кафедры высшей математики
федерального государственного
автономного образовательного
учреждения высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого»,
доктор физико-математических наук



С отзывом ознакомлен
[Signature]
16.09.2024