

В диссертационный совет Д 212.125.05  
при ФГБОУ ВО "Московский  
авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)" МАИ  
125993, г. Москва, А-80, Волоко-  
ламское шоссе, д. 4

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента о диссертации Вестяка Владимира Анатольевича  
"Двумерные нестационарные волны в электромагнитоупругих телах с  
плоскими или сферическими границами", представленной на соискание  
ученой степени доктора физико-математических наук по специальности  
01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела"**

Связанные задачи нестационарной механики деформируемого твёрдого тела в последнее время приобретают всё большую популярность у исследователей этой области. Обуславливается это прежде всего тем, что при больших нагрузках и в условиях связи полей, таких как тепловые, электрические, магнитные и механические приборы и системы, использующие в своей работе проводниковые элементы не всегда работают стабильно, а зачастую просто выходят из строя именно в начальные моменты времени, даже не успев выйти на установившийся режим работы. Публикаций по тематике нестационарных связанных задач в настоящее время - недостаточно, а если они и есть, то связаны эти работы, прежде всего, с методами численного и численно-аналитического анализа, что имеет свои известные минусы. Связь полей при этом, в подавляющем большинстве публикаций, строится через физические соотношения, а результаты получены в основном для одномерных задач. В связи с этим на первый план выходят исследования, в которых проводится построение точных решений нестационарных задач большей размерности, что приводит к нахождению новых эффектов внутри проводника. Именно поэтому настоящая диссертация является актуальным исследованием.

**В первой главе** приведён обзор по теме диссертации. Библиография, рассмотренная автором составляет более чем 180 источников. Строится замкнутая система уравнений связанной термоэлектромагнитоупругости в линейной постановке. Из неё выводится общая замкнутая линейная система уравнений изотермических процессов связанной электромагнитоупругости изотропных проводников. Взаимная связь электромагнитных и механических полей естественным образом получается из обобщённого закона Ома и силы Лоренца. Далее приведены определяющие соотношения в скалярной форме в декартовой и сферической системах координат.

**Во второй главе** рассматривается распространение нестационарных ограниченных волн в электромагнитоупругой полуплоскости, при условии, что на её границе заданы нестационарные кинематические или электрические возмущения. Для нахождения решения поставленной краевой задачи используется преобразование Фурье и Лапласа. На примере одномерной задачи показано, что построить обращение преобразование Лапласа невозможно при произвольном начальном поле. Для решения этой проблемы используется метод разложения в степенные ряды по малому параметру, которым является безразмерный коэффициент связи между полями, что приводит исходную задачу к системе рекуррентных краевых задач для изображений коэффициентов этих рядов. Результат начальной задачи для рекуррентной системы известен из литературы. Решение в дальнейшем строится в интегральном виде отдельно для упругой и электромагнитной части, что позволяет построить оригиналы искомых коэффициентов с помощью свёрток с ядрами, являющимися функциями Грина соответствующих краевых задач. Функция Грина для электромагнитной части строится стандартными методами с использованием таблиц оригиналов. Изображения поверхностных и объёмных функций Грина для упругой полуплоскости в дальнейшем находятся так же стандартно. При этом основной проблемой является нахождение их оригиналов, для чего используются алгоритмы последовательного обращения преобразований и метод совместного обращения преобразований Лапласа и Фурье. Последний основан на аналитическом представлении оригинала и с математической точки зрения представляется достаточно громоздкой задачей, решение которой подробно продемонстрировано в тексте главы. Найденные оригиналы функций Грина позволяют решить отдельную, до этого не решённую проблему о плоском нестационарном движении упругой полуплоскости под действием объёмной силы, но которая, в то же время является вспомогательной общей связанной задачей для полуплоскости. В заключении главы 2 приводятся общие алгоритмы решения двумерных связанных задач о распространении двумерных нестационарных электрических или кинематических поверхностных возмущений в электромагнитоупругой полуплоскости. Результаты и алгоритм, предложенный автором для электромагнитоупругой полуплоскости представляются новыми и имеющими научную и практическую ценность.

**В третьей главе** диссертации изучается проблема распространения нестационарных волн в электромагнитоупругой толстостенной сфере. Постановка задачи аналогична главе 1, но из-за геометрической специфики исследуемого объекта записывается в сферической системе координат. Методика решения несколько отличается, поскольку в сферической системе координат в случае осесимметрического движения сферы возможно отделить угол с помощью разложения искомых функций по полиномам Лежандра и Гегенбауэра. Далее, используется преобразование Лапласа и по аналогичным с главой 2 причинам коэффициенты рядов раскладываются в степенные ряды по малому параметру с коэффициентами, зависящими от радиуса и времени. С использованием интегрального представления искомых коэффициентов электромагнитной и

упругой частей задача разделяется на отдельные части. Показано, что нахождение нестационарных функций Грина электромагнитной части задачи сопряжено со значительными вычислительными трудностями и нахождение точных решений – невозможно, поэтому в дальнейшем находится их квазистатический аналог. При этом исключается необходимость интегрирования по времени. Для решения общей связанной задачи необходимо определять электромагнитное поле по известному полю перемещений, заданному в каждой точке сферы. Оно определяется с помощью функций Грина квазистатической задачи. Отдельно находятся оригиналы объёмных функций Грина упругой части задачи. Это представляется отдельной математически громоздкой задачей. Для упрощения процедуры нахождения оригиналов доказаны новые теоремы об обобщённой симметрии функций Грина в сферической системе координат. Нахождение оригиналов коэффициентов разложения, входящих в теоремы осуществляется с помощью доказанных в приложении свойств фундаментальной системы решений и представления изображений через элементарные функции методами компьютерной алгебры. Найденная структура изображений позволяет определять оригиналы на конечном промежутке времени с помощью теорем разложения. Найденные оригиналы используются далее для решения ещё одной новой вспомогательной задачи о движении толстостенной сферы под действием заданных объёмных сил. Итогом главы 3 является общий алгоритм решения общей связанной задачи о распространении осесимметричных нестационарных поверхностных возмущений в электромагнитоупругой толстостенной сфере и её частный случай – о распространении радиальных колебаний. Аналитическое решение последней задачи удовлетворительно сравнивается с результатом аналогичной задачи, но уже полученного с помощью численного обращения преобразования Лапласа, что подтверждает достоверность полученных результатов. Таким образом, доказанные в приложении утверждения и результаты главы 3 являются новыми и могут быть использованы в прикладных задачах механики деформируемого твёрдого тела и электромагнитоупругости.

**Четвёртая глава**, как геометрически частный случай главы 3, посвящена нестационарным колебаниям электромагнитоупругого пространства со сферической полостью. Следует отметить, что её результаты были получены независимо, но с использованием доказанных утверждений об обобщённой симметрии функций Грина в сферической системе координат. Краевая задача сводится к рекуррентной системе краевых задач, однако обращение функций Грина в пространство оригиналов после их представления через элементарные функции осуществляется по упрощённому алгоритму из-за отсутствия в их представлении в знаменателях соответствующих дробей экспоненциальных многочленов. Их отсутствие в знаменателях обусловлено ограниченностью искомых функций на бесконечности. В качестве вспомогательного получен важный результат о проблеме нестационарного движения упругого пространства со сферической полостью под действием объёмных сил, что может иметь практическое применение в задачах динамики подземных сооружений.

**В пятой главе** так же рассмотрен геометрически частный случай главы 3 – электромагнитоупругий шар, но все результаты получены независимо с учётом свойств функций Грина из приложения. Подход к решению аналогичен главам 3 и 4 и исходная краевая задача сводится также к рекуррентной системе, но с учётом того, что решение должно быть ограничено при  $r \rightarrow +0$  возникают дополнительные вычислительные трудности, которые преодолеваются с помощью построения соответствующих асимптотик.

В целом в диссертационной работе Вестяка В.А. предложен и реализован новый метод решения класса нестационарных связанных двумерных задач в прямоугольной декартовой и сферической системах координат. Даны общие алгоритмы нахождения поверхностных и объёмных функций Грина для полуплоскости, объёмных функций Грина для тел со сферическими границами, доказаны новые теоремы об обобщённой симметрии функций Грина в сферической системе координат. В качестве вспомогательного результата следует отметить решение новых задач о нестационарном движении полуплоскости и тел со сферическими границами под действием объёмных сил.

Достоверность полученных результатов обоснована регулярной проверкой с помощью предельных переходов от общего случая к частным, сравнением полученных точных результатов с численным обращением преобразования Лапласа, а также классическими теоремами ТФКП, теоремами теории обобщённых функций и строгими формулировками краевых задач теории упругости и электромагнетизма.

#### **Замечания по работе.**

- 1) Модель электромагнитоупругости строится автором диссертации с учетом изменения температуры, чем в дальнейшем при решении конкретных задач он не пользуется.
- 2) Для большей убедительности в достоверности результатов глав 4 и 5 было бы полезным провести сравнение полученных точных результатов с численным решением, как это было сделано в главе 3.
- 3) В тексте диссертации имеются опечатки. Например, на стр. 221 в третьей строке снизу один верхний индекс у функции  $G_{Hnl}^{LF}$  лишний. Должно быть  $G_{Hnl}^L$ .

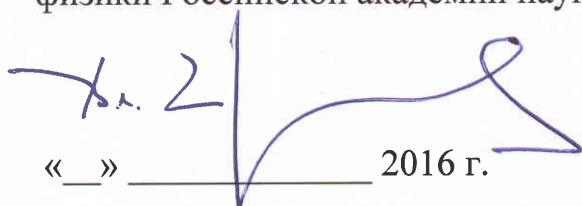
Несомненно, диссертация Вестяка В.А. выполнена на высоком научном уровне и удовлетворяет всем требованиям ВАК Минобрнауки РФ, предъявляемым к докторским диссертациям по физико-математическим наукам. В диссертации автором продемонстрировано глубокое знание математического аппарата, а именно теории обобщённых функций и теории функций комплексного переменного, применительно к нестационарным задачам механики деформируемого твёрдого тела.

Основные результаты диссертации опубликованы в 54 работах, из которых 13 работ - в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК.

Автореферат в полной мере отражает содержание и основные результаты диссертации.

Считаю, что Владимир Анатольевич Вестяк заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела".

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
директор Института проблем машиностроения  
РАН – филиала ФГБНУ «Федеральный  
исследовательский центр Институт прикладной  
физики Российской академии наук»

  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

Ерофеев Владимир Иванович

Институт проблем машиностроения РАН  
– филиал Федерального государственного  
бюджетного научного учреждения  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной физики Российской академии наук»

603024, Нижний Новгород, ул. Белинского, 85  
тел. 8 (831)432-03-00  
e-mail: erof.vi@yandex.ru

Подпись В.И. Ерофеева удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМ РАН,  
к.т.н., доцент



Е.А. Мотова