

В диссертационный совет Д212.125.05  
Московского авиационного института  
(государственного технического университета)  
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3,  
Волоколамское шоссе, д. 4.

### **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

**о диссертации Никабадзе Михаила Ушангиевича «Метод ортогональных полиномов в механике микрополярных и классических упругих тонких тел», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»**

Объект диссертационного исследования – тонкие упругие тела. Такие тела широко используются в современной технике в качестве элементов конструкций. Примером являются корпуса станков, автомобилей, летательных аппаратов, обделки тоннелей, элементы конструкций мостов, трубы, шины и др. Получили распространение тонкостенные элементы конструкций, состоящие из нескольких слоев – многослойные композитные оболочки, композитные пластины и панели. Для математического моделирования процессов деформирования и разрушения тонких тел обычно применяются подходы теории пластин и оболочек, позволяющие свести трехмерную задачу теории упругости к двумерной. Как правило, в этих теориях в качестве базовой поверхности используется срединная поверхность пластины или оболочки. Однако такой подход не всегда оправдан, в частности, имеются ограничения в применении этого подхода в случае, когда лицевые поверхности пластины или оболочки не симметричны относительно некоторой поверхности. В этом случае целесообразно применить подход, предложенный автором диссертации, и использовать в качестве базовой поверхности одну из лицевых поверхностей тонкого тела. Актуальной задачей является разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния упругих тонких тел на основе этого подхода и обобщение этих методов на случай микрополярной упругости и многослойных тонких тел.

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации – 384 страницы.

**Целью диссертации** является развитие метода ортогональных полиномов в механике микрополярных и классических упругих тонких тел и его применение при построении различных вариантов теорий однослойных и многослойных тонких тел.

**Научная новизна** диссертации состоит в следующем:

— предложены различные параметризации областей тонких тел. Создан новый тензорный аппарат для описания предложенных параметризаций и введен аппарат дифференциальных операторов для теорий тонких тел. Сформулированы фундаментальные теоремы для областей тонких тел при этих параметризациях;

— даны представления уравнений обычной и микрополярной теории упругости и термоупругости в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева для теории тонких тел, выведены граничные и начальные условия в моментах;

— на основе вариационных принципов Лагранжа, Кастильяно, Рейсснера получены соответствующие вариационные принципы для теории тонких тел и выведены вариационные принципы в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева;

— предложен подход к приближенному аналитическому решению квазистатической задачи микрополярной теории многослойных призматических тел постоянной толщины в моментах;

— приведены численные решения некоторых задач на основе разработанной в диссертации теории.

**Во введении** дан обзор работ по теории многослойных пластин и оболочек, обзор методов построения математических моделей сред с учетом микроструктуры, дано обоснование актуальности темы диссертации, кратко изложено содержание работы.

**В первой главе** диссертации предложена параметризация области тонкого тела, которая, в отличие от классических подходов, основана на использовании двух базовых поверхностей, представляющих собой лицевые поверхности, ограничивающие тонкое тело. Дано векторное параметрическое уравнение области тонкого тела. Разработан тензорный аппарат для описания предложенного способа параметризации.

**Вторая глава** диссертации посвящена выводу вспомогательных соотношений, необходимых для представления уравнений теории упругости для тонких тел в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. Определены моменты тензорных полей, их компонент и основных дифференциальных операторов от них в криволинейных координатах.

**В третьей главе** получены представления уравнений, начальных и граничных условий классической и микрополярной теории упругости и термоупругости в моментах для систем полиномов Лежандра и Чебышева, сформулированы постановки задач в моментах.

**Четвертая глава** посвящена параметризации многослойной области тонкого тела. В отличие от классических подходов, при такой параметризации используются несколько базовых поверхностей. Полученные в этой главе результаты являются обобщением результатов предшествующих глав диссертации на случай многослойных тонких тел. В работе рассмотрены различные варианты граничных условий на границах между слоями – условие идеального контакта, условие скольжения с трением, условие частичного отслаивания контактирующих поверхностей.

**В пятой главе** диссертации приведены формулировки вариационных принципов Лагранжа, Кастильяно, обобщенных вариационных принципов типа

Рейсснера в рамках трехмерной микрополярной теории и выведены соответствующие вариационные принципы для теории тонких тел в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева.

**В шестой главе** диссертации развиты подходы к нахождению приближенных аналитических решений задач для тонких тел постоянной толщины на основе методов, разработанных в предшествующих главах, и метода И.Н. Векуа. Выполнено сопоставление разработанных в диссертации подходов к моделированию тонких тел с классическими теориями оболочек. Приведены результаты численных расчетов в приближениях для двумерных областей при различных видах нагружения, а также для двухслойной двумерной области с заземленными краями. Эти результаты хорошо согласуются с результатами решения соответствующих задач методом конечных элементов. Представляет интерес сравнение классического решения с микрополярным (с. 345, рис. 6.12), которое показывает, что микрополярные эффекты проявляются при решении задач для областей малой толщины.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

**Список литературы** состоит из 530 наименований.

**Обоснованность и достоверность** основных положений и результатов диссертации подтверждается тем, что в работе корректно использованы методы механики деформируемого твердого тела, тензорного анализа, методы вычислительной математики. Полученные в диссертации соотношения для первого приближения при использовании некоторых дополнительных гипотез могут быть сведены к соотношениям классических теорий оболочек.

Автореферат диссертации отражает ее содержание. Результаты диссертации опубликованы, в том числе в ведущих отечественных изданиях («Известия АН. Механика твердого тела», «Вестник МГУ. Серия Математика, механика»), входящих в список ВАК.

#### **Замечания по диссертации.**

1. Представленные в диссертации результаты численных расчетов не в полной мере отражают возможности, разработанной автором теории и предложенных им методов расчета. Численные расчеты представлены только для тел, лицевые поверхности которых являются параллельными друг другу плоскостями. Поэтому нет возможности сделать вывод об эффективности предлагаемого автором подхода в задачах, которые не могут быть решены методами классических теорий пластин и оболочек или решаются этими методами с недостаточной точностью.

2. Было бы желательно привести в диссертации примеры параметризации области тонкого тела для конкретных тел с криволинейными границами, дать рекомендации по выбору наиболее предпочтительного способа параметризации, выяснить условия, при которых координатные линии не будут пересекаться внутри тела.

3. В параграфе 5.1 диссертации автор приводит обоснование вариационных

принципов микрополярной упругости. Однако эти принципы были сформулированы и доказаны ранее, например, в работах В. Новацкого (W. Nowacki) 70-х годов прошлого века и в ряде более поздних публикаций. Приводить в диссертации подробное доказательство справедливости этих принципов не было необходимости.

4. Имеются неточности в оформлении работы. Например, в формуле (3.1.34) на с. 125 имеется ошибка в индексах под знаком суммы. На рис. 6.9 на с.344 неясно, распределение какой величины показано в левой части рисунка, и отсутствует шкала, поясняющая, какое значение этой величины соответствует определенному цвету в этой части рисунка.

Сделанные замечания не влияют на положительную оценку работы в целом.

Диссертационная работа М. У. Никабадзе в целом представляет собой законченное исследование, посвященное решению актуальной проблемы, апробирована на научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные.

Она является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Никабадзе Михаил Ушангиевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
вычислительной математики  
федерального государственного  
бюджетного образовательного  
учреждения высшего  
профессионального образования  
«Тверской государственной  
университет»



Зингерман Константин Моисеевич

170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33.  
Тел. +7-4822-580-522 (доб. 119)  
E-mail: zingerman@rambler.ru

Подпись К.М. Зингермана заверяю  
Зав. отделом докторантуры и  
диссертационных советов

5.11.2014.



Яковлева З.Е.