

УДК 533.6

Численное моделирование одномерного стационарного равновесного течения в детонационном двигателе

Гидаспов В.Ю.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: gidaspov@mai.ru

Аннотация

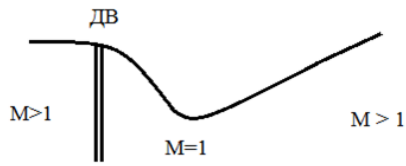
Приводятся физико-математическая модель и вычислительные алгоритмы моделирования химически равновесного течения в сопле детонационного двигателя в квазиодномерной стационарной постановке. Рассмотрен случай сгорания топлива в стационарной детонационной волне с последующим разгоном потока до сверхзвуковой скорости. Исследованы режимы течения допустимые в рамках одномерной стационарной модели. Предложена форма представления результатов математического моделирования в виде $R-R$ диаграммы, которая позволяет по известным параметрам на входе определить реализующийся вид течения при различных соотношениях между радиусами входного, критического и выходного сечений канала.

Ключевые слова: численное моделирование, детонационный двигатель, одномерная стационарная модель, прямая задача теории сопла, равновесные химические превращения.

Введение

Необходимым этапом при создании современных двигательных установок является математическое моделирование физико-химических процессов, протекающих в камере сгорания и сопле. В настоящей работе рассматривается случай сжигания топлива в сопле Лаваля в стационарной детонационной волне с последующим разгоном продуктов сгорания до сверхзвуковых скоростей [1]. Вопросы, связанные с инициированием детонации не рассматриваются. При численном моделировании предполагается, что течение одномерное, эффекты вязкости, теплопроводности и диффузии не учитываются. Течение газа на входе в сопло задается сверхзвуковым. Решается прямая задача теории сопла, течение газа до детонационной волны (ДВ) считается “замороженным” (химический состав не меняется), а после детонационной волны “равновесным” (состав продуктов сгорания удовлетворяет условиям химического равновесия). В том случае, если ДВ реализуется в сужающемся канале, она является пересжатой, координата ДВ определяется из условия равенства скорости продуктов сгорания равновесной скорости звука в критическом сечении (рис. 1а). В случае, если ДВ реализуется в критическом сечении или в расширяющейся части сопла, то для обеспечения последующего ускорения потока до сверхзвуковых скоростей она должна соответствовать режиму Чепмена-Жуге (ЧЖ) (рис. 1б).

а)



б)

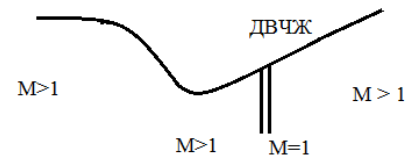


Рис. 1. Расположение стационарной ДВ в канале.

Необходимо отметить, что при наличии противодействия в расширяющейся части сопла может образовываться ударная волна (данный случай в работе не рассматривается), наличие которой приводит к дозвуковому режиму истечения. Также может происходить запираание потока в том случае, если поток тормозится до звуковой скорости в сужающейся части сопла или противодействие слишком велико.

Физико-математическая модель

Система уравнений, описывающая квазиодномерные стационарные течения реагирующего газа в канале переменного сечения при сделанных выше предположениях в случае отсутствия сильных разрывов, имеет вид [1]:

$$\frac{d}{dx} \rho u F = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} (\rho u^2 + p) F = p \frac{dF}{dx}, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx} \rho u \left(h + \frac{u^2}{2} \right) F = 0, \quad (3)$$

$$p = p(\rho, T, \gamma) \quad (4)$$

$$h = h(\rho, T, \gamma) \quad (5)$$

На входе в канал считаются заданными:

$$u(x_0) = u_0 > a_0, \quad p(x_0) = p_0, \quad T(x_0) = T_0 < T_B, \quad \gamma_i(x_0) = \gamma_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

Здесь ρ , u , p , T , a , h , γ_i - плотность, скорость, давление, температура, скорость звука, энтальпия и мольно-массовые концентрации смеси газов, соответственно, T_B - температура самовоспламенения горючей смеси, $F = F(x)$ – заданная зависимость площади канала от продольной координаты. Уравнения (1)-(3) выражают законы сохранения массы, импульса и энергии, (4), (5) – термическое и калорическое уравнение состояния, соответственно.

В случае “замороженного” течения, состав смеси не меняется, и система уравнений (1)-(3) дополняется условиями:

$$\gamma_i(x) = \gamma_{i0} \quad (7)$$

В “равновесном” случае γ_i находятся из условий химического равновесия (8) и уравнений сохранения элементного состава (9).

$$\mu_i(\rho, T, \vec{\gamma}) = \sum_{K=1}^{N_e} A_i^k z_K, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N A_i^k \gamma_i = \sum_{i=1}^N A_i^k \gamma_{i0} = \gamma_k^0, \quad k = 1, 2, \dots, N_e. \quad (9)$$

Здесь N_e - число элементов, N – количество рассматриваемых компонент, μ_i - химический потенциал i -ого компонента, γ_k^0 - мольно-массовые концентрации элементов – известные величины, определяемые по начальному составу, z_K - неизвестные параметры. Соотношения (8)-(9) задают концентрации, как неявно-заданные функции плотности, температуры и элементного состава:

$$\gamma_i = \gamma_i(\rho, T, \vec{\gamma}^0) \quad (10)$$

В сечениях сопла, в которых находятся линии разрыва параметров, выполняются соотношения Ренкина-Гюгонио, являющиеся следствием интегральных законов сохранения, индексом "Л" помечены параметры до-волны, индексом "П" – за-волной.

$$\rho_L u_L = \rho_P u_P, \quad (11)$$

$$p_L + \rho_L u_L^2 = p_P + \rho_P u_P^2, \quad (12)$$

$$h_L + \frac{u_L^2}{2} = h_P + \frac{u_P^2}{2}. \quad (13)$$

В случае ударной волны соотношения (11)-(13) дополняются условиями неизменности концентраций при переходе через ударную волну:

$$\gamma_{iL} = \gamma_{iP}. \quad (14)$$

В случае равновесной детонационной волны, концентрации за волной удовлетворяют условиям химического равновесия (8)-(9):

$$\gamma_{iL} = \gamma_{i0}, \quad \gamma_{iP} = \gamma_i(\rho_P, T_P, \vec{\gamma}^0). \quad (15)$$

Существует минимальная скорость u_L , при которой система (11)-(13), (15) имеет решение.

Из выражений (1)-(6) путем эквивалентных преобразований, с использованием первого начала термодинамики (16):

$$dG = -SdT + Vdp + \sum_{i=1}^N \mu_i d\gamma_i, \quad (16)$$

могут быть получены уравнения для прироста энтропии:

$$\rho u T dS = 0 \quad (17)$$

и изменения скорости потока:

$$(M^2 - 1) du = u \frac{F'_x}{F} dx, \quad (18)$$

здесь G – потенциал Гиббса, S – энтропия, $V = \frac{1}{\rho}$, M - число Маха ($M = \frac{u}{a}$), a -

скорость звука:

$$a^2 = \frac{h_T p_\rho - h_\rho p_T}{h_T - p_T / \rho}, \quad (19)$$

нижние индексы “ T ”, “ ρ ”, “ x ” - обозначают дифференцирование по соответствующему параметру (в равновесном случае, с учетом зависимостей (10) [3,4]).

В рассматриваемом случае, энтропия может меняться скачком только на ударной или детонационной волне. В областях непрерывности в ”замороженных” и “равновесных” течениях энтропия, в соответствии с (17), не изменяется - $S = const$. Из (18) следует, что дозвуковой поток в сужающемся канале ($F'_x < 0$) ускоряется ($du/dx > 0$), в расширяющемся канале ($F'_x > 0$) замедляется ($du/dx < 0$). Сверхзвуковой поток в сужающемся канале замедляется, а в расширяющемся канале ускоряется. Для разгона потока от дозвукового до сверхзвукового необходимо одновременное выполнение условий:

$$M^2 = 1 \text{ и } F'_x = 0, \quad (20)$$

Соотношения (1)-(20) справедливы при произвольных уравнениях состояния (4), (5). Рассмотрим случай, когда продукты сгорания являются смесью

совершенных газов [3,4]. В этом случае выражение для потенциала Гиббса смеси [2] имеет вид:

$$G(p, T, \gamma) = \sum_{i=1}^N \gamma_i [RT \ln(p \gamma_i / P_0 \sum_{j=1}^N \gamma_j) + G_i^0(T)]. \quad (21)$$

Здесь $G_i^0(T)$ - известные для каждого вещества зависимости [2], $R = 8.3144$ Дж/моль/К – универсальная газовая постоянная; $P_0 = 101325$ Па.

Соответствующие (21) термическое и калорическое уравнения состояния имеют вид:

$$p = \rho R \sum_{i=1}^N \gamma_i T \quad \text{и} \quad h = \sum_{i=1}^N \gamma_i H_i^0(T), \quad (22)$$

$$\text{где } H_i^0(T) = G_i^0(T) + TS_i^0(T), \quad S_i^0(T) = -\frac{dG_i^0(T)}{dT}.$$

Путем эквивалентных преобразований система обыкновенных дифференциальных уравнений (1)-(3) может быть сведена к системе нелинейных алгебраических уравнений.

$$\rho u F = \rho_0 u_0 F_0 = Q_0 \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i H_i^0(T) + \frac{u^2}{2} = \sum_{i=1}^N \gamma_{i0} H_i^0(T_0) + \frac{u_0^2}{2} = H_0 \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i (-R \ln(\frac{\rho R T \gamma_i}{P_0}) + S_i^0(T)) = \sum_{i=1}^N \gamma_{i0} (-R \ln(\frac{\rho_0 R T_0 \gamma_{i0}}{P_0}) + S_i^0(T_0)) = S_0 \quad (25)$$

Соотношения (23), (24) выполняются не только в областях непрерывности течения, но и на ударных и детонационных волнах (см. (11)-(13)). В этом случае индекс “0” соответствует параметрам перед волной, параметры без индекса соответствуют параметрам за волной. При переходе через ударную и детонационную волну энтропия возрастает и вместо (25) необходимо использовать

связь между давлением и плотностью, которая является следствием (11)-(13) и носит название – прямая Релея (или Михельсона).

$$p - p_0 - \rho_0^2 u_0^2 \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) = 0 \quad (26)$$

Система (22)-(25) в случае замороженного течения дополняется условиями неизменности концентраций (7), в “равновесном” случае из (8), (9), (16), (21) могут быть получены N_e нелинейных алгебраических уравнений (27)

$$\sum_{i=1}^N A_i^k \exp \left[\left(\sum_{K=1}^{N_e} A_i^k z_K - G_i^0(T) \right) / RT \right] = \gamma_k^0, \quad k = 1, 2, \dots, N_e, \quad (27)$$

из которых могут быть найдены параметры z_K , а концентрации γ_i рассчитаны из (28):

$$\gamma_i = \frac{P_0}{\rho RT} \sum_{i=1}^N A_i^k \exp \left[\left(\sum_{K=1}^{N_e} A_i^k z_K - G_i^0(T) \right) / RT \right], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (28)$$

До детонационной волны течение считается “замороженным”, параметры находятся из системы (22)-(25), (7), за детонационной волной – “равновесным” - решается система (23)-(25), (27),(28), при этом энтропия за детонационной волной находится из (23), (24), (26)-(28).

Рассмотрены несколько элементарных задач, решение которых позволяет проанализировать реализующееся течения в канале переменного сечения. Заданными считаются параметры газа в начальном сечении (6), соответственно и расход газа Q_0 и полная энтальпия H_0 . Необходимо отметить, что решение задач зависит исключительно от соотношения площадей канала во входном (0),

критическом (*) и выходном (K) сечениях, в результате в рассматриваемых точках находится полный вектор параметров: $\rho, u, p, T, a, h, S, \gamma_i$.

Задача 1 ($\Pi_{1,L}^{I,J}, I=P,3; J=D,C; L=0,*,K, x$). Расчет замороженного (З) или равновесного (Р) течения при заданном значении энтропии S . Решается система уравнений (22)-(25), при этом может быть найден дозвуковой (Д) или сверхзвуковой корень (С). Задача может не иметь решения.

Задача 2 ($\Pi_{2,L}^I, I=P,3; L=0,*,K, x$). Расчет замороженного (З) или равновесного (Р) течения при условии равенства скорости газа скорости звука в текущем сечении канала. Решаются уравнения (22)-(24), дополненные условиями (7) или (10) и условием:

$$u = a. \tag{29}$$

Задача 3 ($\Pi_{3,L}^I, I=P,3; L=0,*,K, x$). Расчет параметров течения за стационарной ударной или детонационной волной, помещенной в рассчитываемое сечение (x), параметры перед волной рассчитываются из решения задачи 1 в "замороженной" постановке ($\Pi_{3,x}^{3,C}$). Скорость газа перед волной должна быть больше скорости звука или скорости соответствующей волне Чепмена-Жуге. Решаются уравнения (22)-(24), (26), дополненные условиями неизменности концентраций (7) в случае УВ или условиями (27)-(28) в случае ДВ.

Алгоритм расчета течения в сопле с ДВ

1. Рассчитываются параметры в начальном сечении. Решается задача 1 в замороженной постановке ($\Pi_{1,0}^{3,C}$).

2. Рассчитываются параметры замороженного звукового течения в критике ($\Pi_{2,*}^3$). Если $S_{2,*}^3 < S_{1,0}^{3,C}$, то в сужающейся части сопла происходит запирание течения и рассматриваемая задача решения не имеет. Если $S_{2,*}^3 \geq S_{1,0}^{3,C}$, то рассчитываются параметры в начальном сечении в предположении, что в нем реализуется детонационная волна ($\Pi_{3,0}^P$) и в критическом сечении в предположении, что в нем реализуется равновесное звуковое течение ($\Pi_{2,*}^P$). Если $S_{2,*}^P > S_{3,0}^P$, то в рассматриваемом сопле ДВ не реализуется.

3. Рассчитываются параметры равновесного звукового течения и замороженного сверхзвукового течения в начальном, критическом и выходном сечении сопла ($\Pi_{2,L}^P, \Pi_{1,L}^3$, $L=0, *, K$). Помимо основного набора параметров вычисляется величина скорости потока перед волной, соответствующая случаю, когда в рассматриваемом сечении находится ДВЧЖ: $u_{J2,L} = \sqrt{\frac{P_{2,L}^P - P_{1,L}^{3,C} \frac{\rho_{2,L}^P}{\rho_{1,L}^3}}{\rho_{2,L}^P - \rho_{1,L}^3 \frac{\rho_{1,L}^3}{\rho_{1,L}^P}}}$; $L=0, *, K$.

$$3.1. u_{1,0}^{3,C} > u_{J2,0} \quad \text{и} \quad u_{1,*}^{3,C} > u_{J2,*} \Rightarrow \text{ДВ в т. X: } X_0 < X < X_*;$$

$$3.2. u_{1,*}^{3,C} < u_{J2,*} \quad \text{и} \quad u_{1,K}^{3,C} > u_{J2,K} \Rightarrow \text{ДВЧЖ в т. X: } X_* < X < X_K;$$

$$3.3. u_{1,*}^{3,C} < u_{J2,*} \quad \text{и} \quad u_{1,K}^{3,C} < u_{J2,K} \Rightarrow \text{ДВЧЖ в сопле нет.}$$

В случае, если ДВ находится в сужающейся части сопла ($x: X_0 < x < X_*$), то для расчета координата нахождения детонационной волны определяется из условия равенства энтропии за детонационной волной энтропии в критическом сечении т.е. $S_{3,x}^P = S_{2,*}^P$. Для расчета параметров в сопле при $X < x$ рассчитывается замороженное сверхзвуковое течение ($\Pi_{1,X}^{3,C}$), при $X=x$ рассчитывается ДВ ($\Pi_{3,x}^P$), далее с

полученной энтропией при $X < X_*$ дозвуковое равновесное течение ($\Pi_{1,X}^{P,D}$), а при $X > X_*$ сверхзвуковое равновесное течение ($\Pi_{1,X}^{P,C}$).

В случае, если ДВ находится в расширяющейся части сопла ($x: X_* < x < X_K$), то для расчета положения детонационной волны используется условие равенства скорости потока скорости газа перед волной Чепмена-Жуге: $u_{1,x}^{3,C} = u_{J2,x}$, т.е. при $X < x$ рассчитывается замороженное сверхзвуковое течение ($\Pi_{1,x}^{3,C}$), при $X_* < X < x$ дополнительно рассчитывается течение в предположении, что ДВ ЧЖ находится в текущем сечении ($\Pi_{2,x}^P$), далее с полученной энтропией ($S_{2,x}^P$) при $X > x$ рассчитывается сверхзвуковое равновесное течение ($\Pi_{1,x}^{P,C}$).

Особенности численной реализации

При численной реализации важно чтобы решатели задач 1-3, приводили к одинаковым результатам при смене режима течения. Так, например, в результате решения задачи 1 в дозвуковой и сверхзвуковой постановках и задачи 2 должны получаться одни и те же параметры в сечениях сопла где скорость потока равна скорости звука. Для достижения данного результата при решении задачи 1 обеспечивается выполнение на каждой итерации условия $u > a$ при поиске сверхзвукового корня (соответственно $u < a$ при поиске дозвукового корня). При нахождении начального приближения скорости (u), удельный объем (V) и температура (T), входящие в соотношения (23) и (24) представляются как функции скорости. Из (23) следует, что $V = u \frac{F}{Q_0}$, $\frac{dV}{du} = \frac{F}{Q_0}$. Температура, при заданных скорости и удельном объеме с учетом (7), (10), (22) может быть найдена из (24),

соответственно:
$$\frac{dT}{du} = \frac{u + \frac{F}{Q_0} \sum_{i=1}^N H_i^0(T) \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial V} \right)_T}{\sum_{i=1}^N \left(\gamma_i \frac{dH_i^0(T)}{dT} + H_i^0(T) \left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial T} \right)_v \right)}$$
. При этом, в равновесном случае, в

качестве элемента используется оригинальная вычислительная процедура решающая задачу расчета равновесного состава газовой смеси при заданных плотности, температуре и элементном составе (уравнения (27-28)) [3], в результате решения которой находятся концентрации компонент γ_i , а также $\left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial V} \right)_T$ и $\left(\frac{\partial \gamma_i}{\partial T} \right)_\rho$, $i=1, \dots, N$, т.е. реализуется зависимость (10), в замороженном случае концентрации считаются неизменными. Далее из соотношения (19) находится скорость звука. Если значение скорости потока оказывается меньше (больше) скорости звука, а ищется сверхзвуковой (дозвуковой) корень, то начальное приближение скорости увеличивается (уменьшается) до тех пор, пока не выполнится условие, что $u > a$ ($u < a$). Окончательное значение скорости потока в рассматриваемой точке находится из решения уравнения (25) итерационным методом, при этом считается, что плотность и температура являются функциями скорости, также на каждой итерации контролируется условие $u > a$ (или $u < a$). Отсутствие решения соответствует случаю "запирания потока".

Результаты математического моделирования

Рассмотрим течение стехиометрической водородо-воздушной горючей смеси втекающей в канал (рис. 2) [5] со сверхзвуковой скоростью u_0 ($T_0 = 400$ K, $p_0 = 101325$ Па, скорость детонации Чепмена-Жуге в покоящейся смеси составляет 1955.1 м/с). Продукты сгорания включают 13 компонент (H_2O , H_2 , N_2 , OH , O_2 , O_3 ,

$HO_2, H_2O_2, NO, Ar, H, O, N$), свойства которых заимствуются из [2]. В соответствии с вышеприведенным алгоритмом проанализируем характер течения в канале, для этого решим задачи 1 и 2, для канала 1 с начальными скоростями $u_0 = 2800, 2200, 2035, 2010$ м/с и для канала 2 - $u_0 = 2800, 2200, 2105, 2080$ м/с, результаты поместим в таблицу 1.

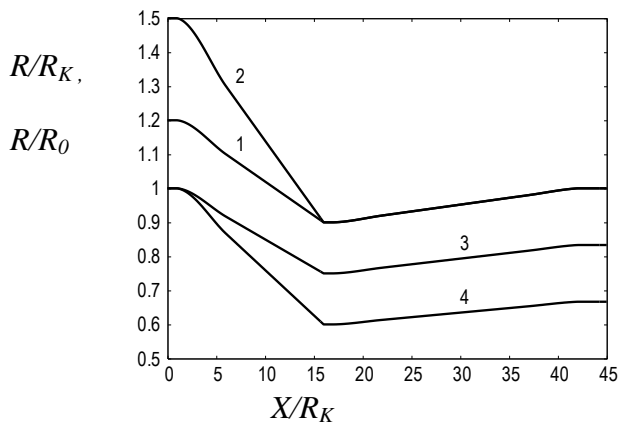
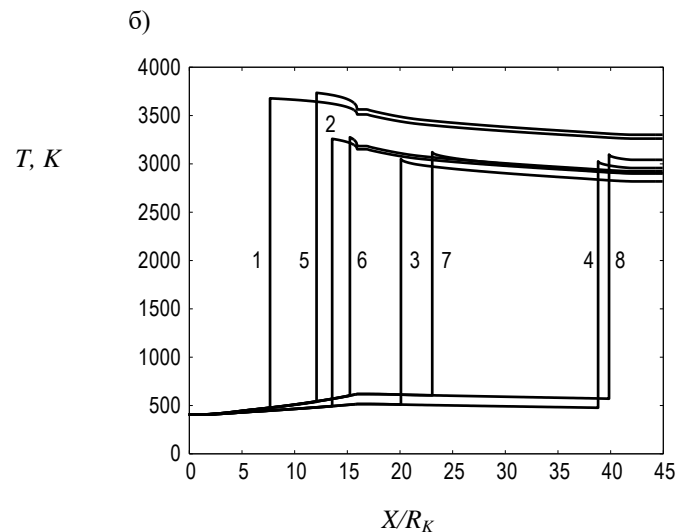
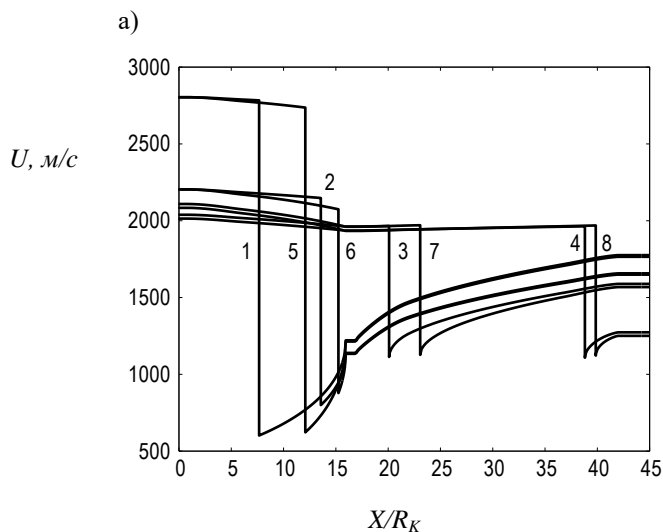


Рис. 2. Зависимость безразмерного радиуса сопла от продольной координаты (R_K – радиус среза сопла, R_0 – радиус входного сечения сопла; 1, 3 – контур 1; 2, 4 – контур 2).

Таблица 1.

	Сопло № 1									Сопло № 2							
		I		II		III		IV		I		II		III		IV	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	$u_{1,0}^{3,C}$	2800		2200		2035		2010		2800		2200		2105		2080	
2	$u_{Л2,0}^P$	2198	>0	2009	>0	1970	>0	1965	>0	2198	>0	2009	>0	1986	>0	1980	>0
3	$S_{3,0}^P$	11029		10791		10748		10743		11029		10791		10765		10758	
4	$u_{1,*}^{3,C}$	2747		2130		1958		1932		2695		2060		1957		1930	
5	$u_{Л2,*}^P$	2188	>0	1998	>0	1962	<0	1957	<0	2176	>0	1986	>0	1966	<0	1965	<0
6	$S_{2,*}^P$	10944		10633		10562		10552		10779		10475		10433		10423	
7	$S_{3,*}^P$	10825		10599		-		-		10669		10455		-		-	
8	$u_{1,K}^{3,C}$	2768		2158		1989		1963		2721		2095		1994		1968	
9	$u_{Л2,K}^P$	2192	>0	2002	>0	1965	>0	1960	>0	2182	>0	1992	>0	1970	>0	1966	>0
10	$S_{2,K}^P$	11022		10709		10637		10626		10857		10549		10508		10497	
11	x	7.72		13.62		20.14		38.87		12.14		15.30		23.12		39.90	
12	R_x	1.07		0.95		0.91		0.99		1.05		0.93		0.92		0.99	
13	$u_{1,x}^{3,C}$	2780		2144		1962		1960		2733		2071		1967		1965	

В столбцах 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 приводится знак разности скоростей замороженного течения и скорости потока перед детонационной волной Чепмена-Жуге $u_{1,L}^{3,C} - u_{Л2,L}^P$, $L=0,*,K, x$, если бы она находилась в соответствующем сечении. В вариантах I и II соответствующие разности в начальном и критическом сечениях положительны (столбцы 3,5 и 11, 13) и, следовательно, ДВ находится в сужающейся части канала в точках соответствующих координате, приведенной в строке 11 и радиусу – строка 12. Уменьшение начальной скорости потока приводит к перемещению ДВ вниз по потоку (столбцы 2, 4 и 10, 12). В вариантах III и IV $u_{1,*}^{3,C} - u_{Л2,*}^P < 0$, а $u_{1,K}^{3,C} - u_{Л2,K}^P > 0$, следовательно, детонационная волна Чепмена-Жуге находится в расширяющейся части канала в точках соответствующих координате, приведенной в строке 11 и радиусу – строка 12.



в)

г)

$S, \text{ Дж/}$
 кг/К

$\gamma_{\text{H}_2\text{O}},$
 кг/моль

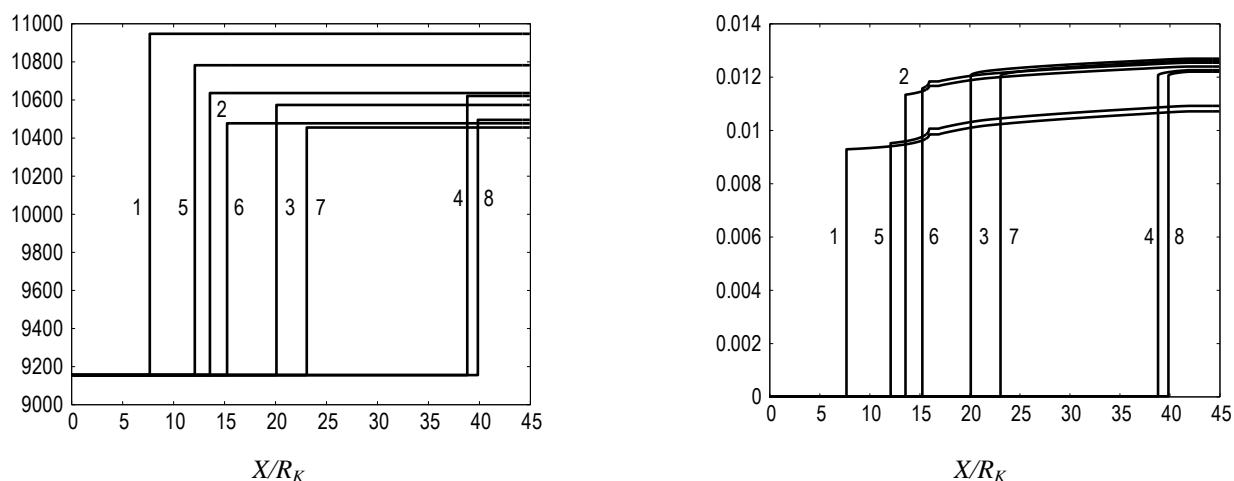


Рис. 3. Зависимость параметров в сопле от продольной координаты (а)-скорость, б) - температура, в) – энтропия, г) – концентрация водорода; кривые 1-4 – сопло 1; 5-8 – сопло 2; 1, 5 - $u_0 = 2800$ м/с, 2, 6 - 2200 м/с; 3 - 2035 м/с; 4 – 2010 м/с; 7 - 2105 м/с; 8 - 2080 м/с)

После определения координаты ДВ в соответствии с п. 3 вышеприведенного алгоритма могут быть рассчитаны распределения параметров в сопле (рис. 3). Сверхзвуковой поток (рис. 3 а) в сужающейся части канала тормозится и ускоряется в расширяющей. Дозвуковой поток (рис. 3 а) ускоряется в сужающейся части канала до скорости звука, которая достигается в минимальном сечении сопла. В рассмотренных вариантах температура (рис. 3б) горючей смеси до ДВ ниже температуры самовоспламенения. Энтропия потока (рис. 3 в) постоянна на участках от входного сечения канала до ДВ и от ДВ до выходного сечения, на ДВ она увеличивается скачком. Концентрация паров воды (рис. 3 г) до ДВ равна нулю, в ДВ горючая смесь сгорает и концентрация воды возрастает скачком до своего равновесного значения.

Существуют минимальные скорости входного потока при которых ДВ может находиться в расширяющейся (контур 1 (рис. 1)– 2062 м/с, 2 – 2078 м/с) и в сужающейся (1 – 2091 м/с, 2 – 2115 м/с) частях канала.

При известных давлении (P_0), температуре (T_0) и составе горючей смеси в начальном сечении, в результате решения уравнений (1)-(4) может быть построена RR – диаграмма (рис. 2) рассматриваемого течения. По оси абсцисс (рис. 4) откладывается отношение критического радиуса сопла к начальному, по оси ординат – отношение радиуса в котором находится стационарная ДВ к начальному.

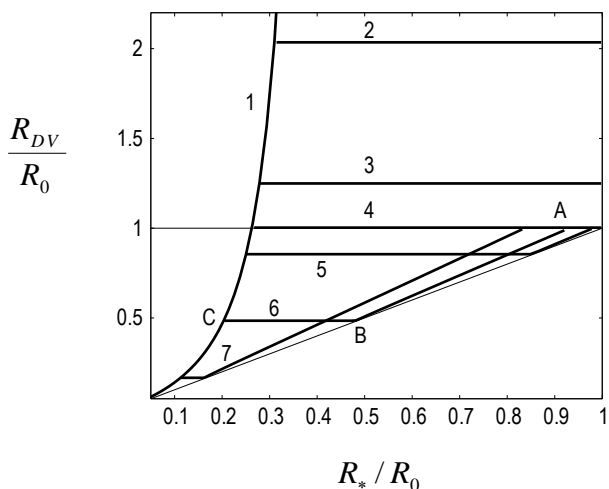


Рис. 4. RR -диаграмма

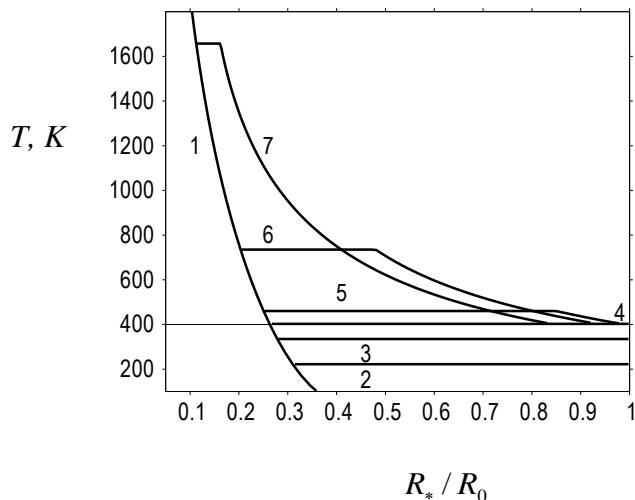


Рис. 5. Температура топлива перед ДВ

($P_0=101325$ Па, $T_0=400$ К, 1 – Безразмерный радиус запирания течения; 2 - $u_0=1800$ м/с, 3 – 1900, 4 – 1955.1; 5 – 2000; 6 – 2200; 7 -2800).

Кривые 2 и 3 (рис. 4-5) соответствуют начальной скорости потока меньшей, чем скорость горючей смеси перед стационарной волной Чепмена-Жуге (ей соответствует $u_0=1955.1$ м/с – кривая 4). В этом случае в канале возможно существование стационарной волны Чепмена-Жуге в расширяющейся части, при отношении текущего радиуса канала к начальному превосходящем единицу

($u_0=1800$ м/с, кривая 2 - $\frac{R_{DV}}{R_0} \approx 2.1$ (рис. 4), $u_0=1900$ м/с, кривая 3 - $\frac{R_{DV}}{R_0} \approx 1.2$ (рис. 4)).

При этом критический радиус сопла должен превышать значение, при котором в сужающемся канале поток тормозится до звукового (кривая 1) и происходит запирание сопла. Режиму Чепмена-Жуге во всей области значений R_*/R_0 соответствует кривая 4, при этом ДВ Чепмена-Жуге реализуется в сечении где

$\frac{R_{DV}}{R_0}=1$ (рис. 4). Если в начальном сечении сопла скорость потока превосходит

скорость, соответствующую режиму Чепмена-Жуге, то допускаются различные режимы течения, которые можно проиллюстрировать рассмотрев кривую 6 ($u_0=2200$ м/с, рис.4-5). Если отношение радиуса критического сечения к

начальному $R_*/R_0 > 0.92$ (правее т. А, рис. 4), то решение рассматриваемой задачи отсутствует (звуковое течение в критическом сечении требует большей энтропии,

чем может быть достигнута в ДВ). Участок АВ кривой 6 (рис. 4) соответствует пересжатой ДВ в сужающейся части канала в точке соответствующей $\frac{R_{DV}}{R_0}$, точка В

отвечает режиму Чепмена-Жуге в критическом сечении $\frac{R_{DV}}{R_0} = \frac{R_*}{R_0} \approx 0.5$. При

дальнейшем уменьшении критического радиуса сопла, ДВ Чепмена-Жуге находится в расширяющейся части канала, при этом $\frac{R_{DV}}{R_0} \approx 0.5$, точка С соответствует $\frac{R_*}{R_0} \approx 0.2$,

при $\frac{R_*}{R_0} < 0.2$ происходит запирание потока. Необходимо отметить, что для

корректности используемой модели, температура потока перед ДВ (рис. 5) должна быть ниже температуры самовоспламенения горючей смеси. На RR диаграмме (рис.

4) могут быть найдены точки, соответствующие рассмотренным течениям в каналах 1 и 2 (рис. 2). Например, в канале 1 - $\frac{R_*}{R_0} = 0.75$ – проведем соответствующую вертикальную прямую, $\frac{R_k}{R_0} = 0.83$ - проведем соответствующую горизонтальную прямую, найдем скорости u_0 , соответствующие точкам с координатами (0.75, 0.75) и (0.83, 0.83) получим 2115 м/с и 2078 м/с, соответственно. Также может быть рассчитана точка (0.75, 1.0), соответствующая максимальной скорости потока при которой в канале может существовать ДВ - $u_0 = 3941$ м/с. Таким образом, при $3941 > u_0 > 2115$ ДВ находится в сужающейся части канала, при $2115 > u_0 > 2078$ ДВ Чепмена-Жуге в расширяющейся части канала. В случае, например, $u_0 = 2800$ м/с (рис. 3) находим точку пересечения вертикальной прямой $\frac{R_*}{R_0} = 0.75$ с кривой 7 (рис. 3), получаем точку (0.75, ~0.9) - следовательно, расположению пересжатой ДВ соответствует $\frac{R_{DV}}{R_0} \approx 0.9$ (рис. 4) и продольная координата ДВ $\frac{X}{R_k} \approx 7.5$ (рис. 2, кривая 3).

Необходимо отметить, что реальная картина течений с детонационными волнами является крайне сложной, многомерной и многофакторной [1]. Приведенная в работе постановка может быть полезной при предварительном анализе течения, в качестве начальных данных для многомерного моделирования, а также в учебном процессе.

Выводы

Разработаны физико-математическая модель, вычислительные алгоритмы и комплекс программ для моделирования течения со сжиганием горючей смеси в стационарной равновесной детонационной волне в канале переменного сечения в квазиодномерной стационарной постановке.

Проведено численное моделирование течения стехиометрической водородо-воздушной горючей смеси. Приведены результаты анализа допустимых в рамках квазиодномерной стационарной модели режимов течения при различных геометрических характеристиках канала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-01-07964-а).

Библиографический список

1. Александров В.Г., Крайко А.Н, Реент К.С. Интегральные и локальные характеристики сверхзвукового пульсирующего детонационного прямоточного двигателя // Математическое моделирование. 2003. Т. 15. № 6. С. 17-26.
2. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочное издание в 4-х т.// Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев и др. – Т. 1. Кн. 2. - М.: Наука, 1978. - 328 с.
3. Гидаспов В.Ю. Вычислительный алгоритм решения задачи о распаде произвольного разрыва в равновесно реагирующем газе // Математическое моделирование. 2006. Т. 18. № 8. С. 64-76.
4. Гидаспов В. Ю. Распад разрыва в детонирующем газе // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 6. С. 72-79.

5. Журавская Т.А., Левин В.А. Исследование некоторых способов стабилизации детонационной волны в сверхзвуковом потоке // Механика жидкости и газа. 2012. № 6. С. 126-136.