Труды МАИ. Выпуск № 110 http://trudymai.ru/

УДК 533.6.011.8 DOI: 10.34759/trd-2020-110-9

# Эффекты немонотонности аэродинамических характеристик пластины в гиперзвуковом потоке разреженного газа

**Вьюнг Ван Тьен[1*], Горелов С.Л.[1**], Русаков С.В.[2***]**

[1]*Московский физико-технический институт, Институтский переулок, 9, Долгопрудный, Московская область, 141701, Россия*

[2]*Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, ЦАГИ, ул. Жуковского, 1, Жуковский, Московская область, 140180, Россия*

[*]*e-mail: tienbom@mail.ru*

[**]*e-mail: gorelovsl@yandex.ru*

[***]*e-mail: sv_vidukova@yandex.ru*

***Статья поступила 11.02.2020***

**Аннотация**

Эффекты немонотонности аэродинамических характеристик плоской пластины по числам Рейнольдса в гиперзвуковом потоке разреженного газа известны со времен работ [1, 2]. В данной работе проведены тщательные исследования методом прямого статистического моделирования (Монте-Карло) этих эффектов в зависимости от определяющих параметров: чисел Рейнольдса, углов атаки, температурных факторов и отношения температур сторон пластины. Обнаружено, что при одинаковых температурах сторон пластины коэффициенты трения остаются немонотонными вплоть до угла атаки 10 градуса, а по коэффициенту давления до 30 градусов. На основание полученных расчетов, предложены приближенные аналитические зависимости коэффициентов трения, давления и подъемной силы от углов атаки и температурных факторов в широком

диапазоне чисел Рейнольдса. При разных температурах сторон пластины, существуют значения угла атаки и отношения температуры на поверхностях пластины, при которых коэффициент подъёмной силы равен нулю.

**Ключевые слова:** обтекание пластины потоком разреженного газа, число Рейнольдса, метод прямого статистического моделирования, эффекты разреженности газа.

## Введение

Задача об обтекании плоской пластины потоком разреженного газа является предметом многочисленных исследований (см., например, [1, 2, 5, 18]). Все эти исследования проводились для случая, когда температура наветренной и подветренной сторон пластины одинакова. В данной работе рассматривается случай и одинаковых и разных температур сторон пластины. При одинаковой температуре наветренной и подветренной сторон пластины, исследован эффект немонотонности коэффициентов давления и трения по числам Рейнольдса.

В случае разных температур давление на стороны пластины от реактивной силы отраженных молекул разный. В результате, если температура подветренной стороны пластины под углом атаки больше, чем наветренной, дополнительная отрицательная подъемная сила компенсирует обычную подъемную силу и суммарная сила, действующая на пластину, может стать равной нулю или отрицательной. Причем, величина равновесного угла атаки, при котором подъемная сила становится равной нулю, при заданном значении скорости и отношении температур сторон пластины, разная в свободномолекулярном течении и в случае вязкого течения газа. Таким образом, знак подъемной силы может меняться при изменении числа Рейнольдса.

В данной работе проведены расчеты для коэффициентов трения, давления и подъемной силы методом прямого статистического моделирования [4, 6, 13-16], на основание этих расчетов получили эмпирические формулы, отсюда сравнили результаты с экспериментами для пластины и конуса [5]

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим обтекание плоской пластины безграничным гиперзвуком потоком разреженного газа. Будем считать, что бесконечно тонкая пластина расположена вдоль оси $OX$, начало координат находится в носике пластины, ось $OY$ - перпендикулярна пластине. Пластина обтекается газом со скоростью $\mathbf{U}_\infty$ вдоль оси $ox$ под углом атаки $\alpha$.

$$\mathbf{U}_\infty = \left(U_\infty \cos\alpha, U_\infty \sin\alpha, 0\right)$$

задаются функцией распределения $f_\infty$ по скоростям $\mathbf{U}_\infty$ набегающего потока имеется в виде

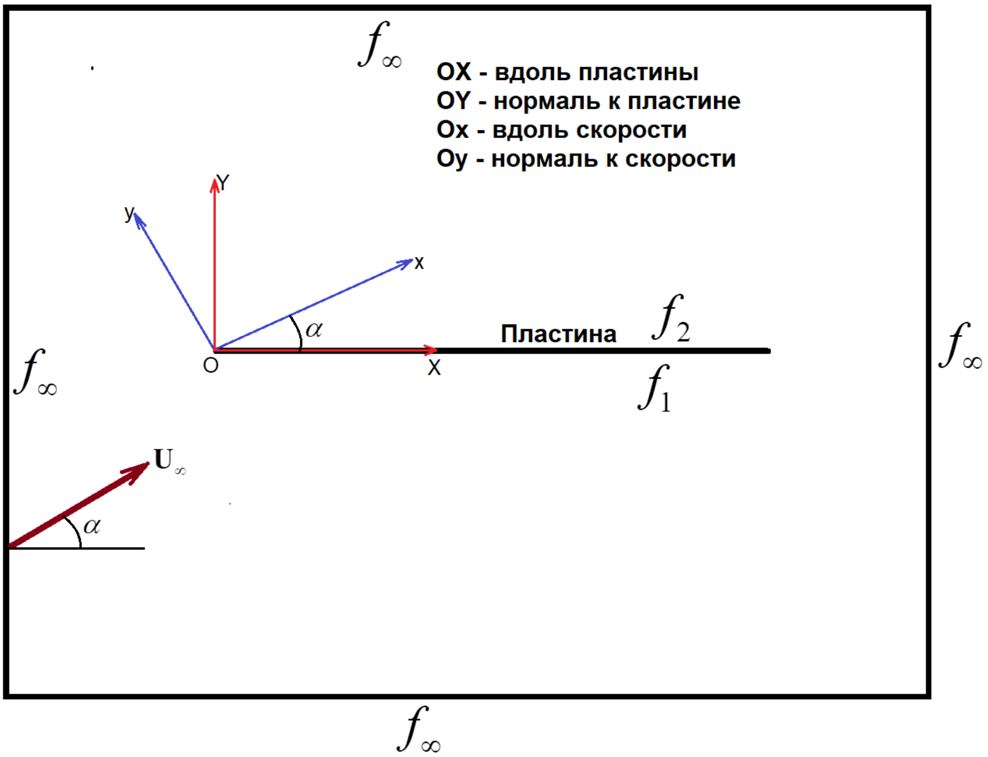
$$f_\infty = n_\infty \left(\frac{m}{2\pi k T_\infty}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m}{2kT_\infty}\left(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{U}_\infty\right)^2\right] \tag{1.1}$$

Обозначения стандартные: $n_\infty$, $T_\infty$ - числовая плотность молекул и температура в невозмущенном газе; $m$ - масса молекулы; $k$ - постоянная Больцмана; $\boldsymbol{\xi}$ - вектор собственной скорости молекулы; $\mathbf{U}_\infty$ - вектор скорости набегающего на пластину потока газа.

Будем считать, что поверхности пластины нагреты до разных температур. Отражение молекул от поверхности – диффузное и функция распределения отраженных молекул по скоростям – Максвелловская с температурой поверхности

$$f_i = n_i \left( \frac{m}{2\pi k T_i} \right)^{3/2} \exp\left[ -\frac{m}{2kT_i} \xi^2 \right] \tag{1.2}$$

где индекса $i = 1,2$ для наветренной или подветренной стороны пластины. $T_i$ заданная температура поверхности пластины, $n_i$ плотность отраженных от поверхности молекул.




В работе вычисляются коэффициентов трения, давления и подъемной силы методом прямого статистического моделирования.

## 2. Разные температуры сторон пластины

Рассмотрим задачу, когда газ сильно разреженный, при отсутствии внешних сил, так что можно пренебречь столкновениями между молекулами. Состояние газа в невозмущенном потоке является равновесным. На поверхности тела выполняется условие непротекания – число падающих молекул равно числу отраженных. Согласно этому для наветренной и подветренной стороны пластины имеет вид

$$\int_{\xi_y>0} \xi_y f_\infty d\boldsymbol{\xi} + \int_{\xi_y<0} \xi_y f_1 d\boldsymbol{\xi} = 0, \int_{\xi_y<0} \xi_y f_\infty d\boldsymbol{\xi} + \int_{\xi_y>0} \xi_y f_2 d\boldsymbol{\xi} = 0 \tag{2.1}$$

где $f_\infty, f_1, f_2$ берутся из (1.1) и (1.2).

Введем некоторые безразмерные параметры

$$t_w = \frac{T_1}{T_0}; \; t = \frac{T_2}{T_1}; \; S = U_\infty \sqrt{\frac{m}{2kT_\infty}}\;; \; M = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} S; \; S_\alpha = S \cdot \sin\alpha$$

где $T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)$ - температура торможения.

вычисляя эти интегралы (2.1), получаем

$$n_1 = n_\infty \sqrt{\frac{T_\infty}{T_1}} \left[ \mathrm{e}^{-S_\alpha^2} + \sqrt{\pi} S_\alpha \left(1 + \mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)\right]$$

$$n_2 = n_\infty \sqrt{\frac{T_\infty}{T_2}} \left[ \mathrm{e}^{-S_\alpha^2} - \sqrt{\pi} S_\alpha \left(1 - \mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)\right]$$

давление на наветренную и подветренную стороны пластины вычисляется

$$p_1 = m \int_{\xi_y>0} \xi_y^2 f_\infty d\boldsymbol{\xi} + m \int_{\xi_y<0} \xi_y^2 f_1 d\boldsymbol{\xi}$$

$$p_2 = m \int_{\xi_y<0} \xi_y^2 f_\infty d\boldsymbol{\xi} + m \int_{\xi_y>0} \xi_y^2 f_2 d\boldsymbol{\xi}$$

получаем

$$p_1 = \frac{n_\infty kT_\infty}{\sqrt{\pi}}\left\{S_\alpha \mathrm{e}^{-S_\alpha^2} + \sqrt{\pi}\left(\frac{1}{2}+S_\alpha^2\right)\left(1+\mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{T_1}{T_\infty}}\left[\mathrm{e}^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1+\mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)\right]\right\}$$

$$p_2 = \frac{n_\infty kT_\infty}{\sqrt{\pi}}\left\{-S_\alpha \mathrm{e}^{-S_\alpha^2} + \sqrt{\pi}\left(\frac{1}{2}+S_\alpha^2\right)\left(1-\mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{T_2}{T_\infty}}\left[\mathrm{e}^{-S_\alpha^2}-\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1-\mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)\right]\right\}$$

разница в этих величинах создает дополнительное давление

$$\delta p = \frac{n_\infty kT_\infty}{\sqrt{\pi}}\left\{2S_\alpha \mathrm{e}^{-S_\alpha^2} + 2\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{2}+S_\alpha^2\right)\mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)+\frac{\pi}{2}S_\alpha\left(\sqrt{\frac{T_1}{T_\infty}}+\sqrt{\frac{T_2}{T_\infty}}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\mathrm{e}^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha \mathrm{erf}\left(S_\alpha\right)\right)\left(\sqrt{\frac{T_1}{T_\infty}}-\sqrt{\frac{T_2}{T_\infty}}\right)\right\}$$

Наличие последнего члена в этом выражении при определенных величинах $S_\alpha$, а также $T_1$ и $T_2$ влияет на направление подъемной силы действующей на пластину.

Трение

$$C_{\tau 1} = m\int\limits_{\xi_y>0}\xi_x\xi_y f_\infty d\xi + m\int\limits_{\xi_y<0}\xi_x\xi_y f_1 d\xi = \frac{n_\infty kT_\infty}{\sqrt{\pi}}S\cos(\alpha)\left[e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1+erf\left(S_\alpha\right)\right)\right]$$

$$C_{\tau 2} = m\int\limits_{\xi_y<0}\xi_x\xi_y f_\infty d\xi + m\int\limits_{\xi_y>0}\xi_x\xi_y f_2 d\xi = \frac{n_\infty kT_\infty}{\sqrt{\pi}}S\cos(\alpha)\left[-e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1-erf\left(S_\alpha\right)\right)\right]$$

для приведения параметров в безразмерном виде, нанесено значение $\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2$ то

$$C_{p1} = \frac{1}{S^2\sqrt{\pi}}\left\{S_\alpha e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}\left(0.5+S_\alpha^2\right)\left(1+erf\left(S_\alpha\right)\right)+\right.$$
$$\left.\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1+erf\left(S_\alpha\right)\right)\right)\right\} \quad (2.2)$$

$$C_{p2}=\frac{1}{S^2\sqrt{\pi}}\Big\{-S_\alpha e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}\left(0.5+S_\alpha^2\right)\left(1-erf\left(S_\alpha\right)\right)+$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)t}\left(e^{-S_\alpha^2}-\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1-erf\left(S_\alpha\right)\right)\right)\Big\}$$

$$C_p=\frac{1}{S^2\sqrt{\pi}}\Big\{2S_\alpha e^{-S_\alpha^2}+2\sqrt{\pi}\left(0.5+S_\alpha^2\right)erf\left(S_\alpha\right)+$$

$$+\frac{\pi}{2}S_\alpha\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(1+\sqrt{t}\right)+ \tag{2.3}$$

$$+\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha erf\left(S_\alpha\right)\right)\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(1-\sqrt{t}\right)\Big\}$$

$$C_{\tau1}=\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{\pi}S}\left[e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1+erf\left(S_\alpha\right)\right)\right]\qquad S_\alpha=S\sin(\alpha);S=\sqrt{\frac{\gamma}{2}}M$$

$$C_{\tau2}=-\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{\pi}S}\left[-e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha\left(1-erf\left(S_\alpha\right)\right)\right]$$

$$C_\tau=\frac{2\cos(\alpha)}{\sqrt{\pi}S}\left[e^{-S_\alpha^2}+\sqrt{\pi}S_\alpha erf\left(S_\alpha\right)\right] \tag{2.4}$$

$$C_y=C_p\cos(\alpha)-C_\tau\sin(\alpha) \tag{2.5}$$

при $S_\alpha >> 1$ формулы (2.3) и (2.4) сводятся к известному выражению для коэффициента давления и трения при гиперзвуковом обтекании пластины [3].

$$C_p=\frac{1}{S^2}\left[2S_\alpha^2+\sqrt{\pi}S_\alpha\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\right]$$

$$\approx 2\sin^2(\alpha)+\sqrt{\pi t_w\frac{\gamma-1}{\gamma}}\sin(\alpha)$$

$$C_\tau=2\cos(\alpha)\sin(\alpha)$$

по формуле (2.5) коэффициент подъемной силы

$$C_y = \frac{\cos(\alpha)}{S^2}\left[2S_\alpha^2 + \sqrt{\pi}S_\alpha\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\right] - 2\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)$$

или

$$C_y = \frac{\sqrt{\pi}\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{S}\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)} \approx \sqrt{\pi}\sqrt{t_w\frac{\gamma-1}{\gamma}}\cos(\alpha)\sin(\alpha) > 0 \qquad (2.6)$$

В этом случае подъемная сила не зависит от температуры подветренной стороны пластины. Влияние температуры подветренной стороны пластины на подъемную силу сказывается лишь при $S_\alpha << 1$. В этом случае формулы (2.3) и (2.4) запишутся (используя $erf(x) \cong \frac{2x}{\sqrt{\pi}}$)

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{\pi}S^2}\left[4S_\alpha + \frac{\pi}{2}S_\alpha\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(1+\sqrt{t}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(1-\sqrt{t}\right)\right]$$

$$C_\tau = \frac{2\cos(\alpha)}{\sqrt{\pi}S}$$

и коэффициент подъемной силы

$$C_y \approx \frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{\pi}S^2}\left[2S_\alpha + \frac{\pi}{2}S_\alpha\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(1+\sqrt{t}\right)\right.$$
$$\left. -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(\sqrt{t}-1\right)\right] \qquad (2.7)$$

Из (2.7) можно вычислить зависимость величины $S_\alpha$ от разницы температур поверхностей пластины в случае, когда подъемная сила равна нулю. Получаем

$$S_\alpha = \sqrt{\pi}\left(\sqrt{t}-1\right)\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)} \Big/ \left[4+\pi\left(\sqrt{t}+1\right)\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\right] \quad (2.8)$$

или зависимость угла атаки от отношения температуры сторон пластин

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\sqrt{\pi t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(\sqrt{t}-1\right)}{S\left[4+\pi\sqrt{t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)}\left(\sqrt{t}+1\right)\right]}\right)$$

пусть $t_w\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)=1$ то $\alpha = \arcsin\left(\frac{\sqrt{\pi}\left(\sqrt{t}-1\right)}{S\left[4+\pi\left(\sqrt{t}+1\right)\right]}\right)$ (2.9)

Действительно, нулевая подъемная сила получается при $S_\alpha << 1$ в широком диапазоне отношений температур поверхностей пластин.

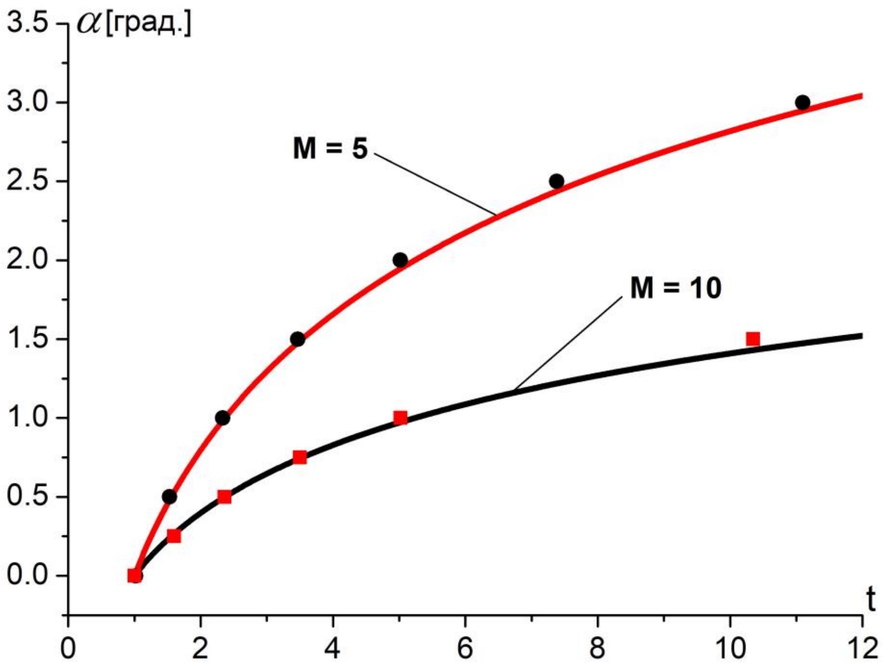



Рис. 1. Зависимость угла атаки от отношения температур сторон пластины для разных значений скорости $M$ при нулевой подъемной силе

На рис.1 показывается зависимость угла атаки от отношения температур при нулевой подъемной силе. Где сплошными кривыми нанесены результаты, полученные от формулы (2.9) а точками – методом прямого статистического моделирования.

В данном случае, как и мы написали выше. Нам интересно при фиксированном угле атаки $\alpha$, как изменения знака подъемной силы по числам Рейнольдса $\mathrm{Re}_0$ для разных значений отношения температуры подветренной и наветренной $t$ или наоборот, при фиксированном отношении температуры $t$, зависимость подъемной силы от числа Рейнольдса для разных величин углов атаки. Конечно, как мы получили выше, что зависимость подъемной силы от отношения температуры лишь при малых значениях $S_\alpha$. Особенность при фиксированном малом угле атаки, существуют значения отношения температуры в зависимости от числа Рейнольдса, подъемная сила равна нулю.

На Рис. 2 представлены графики зависимости коэффициента подъемной силы от числа $\mathrm{Re}_0$ для угла атаки $\alpha = 1$[град.], число Маха $M = 23$, температурный фактор $t_w = 0.2$ и разных отношений температур $t = 1, t = 2, t = 4$ и $t = 8$, а на рис. 3 представлены графики зависимости коэффициента подъемной силы от числа $\mathrm{Re}_0$ для отношения температуры $t = 8$, число Маха $M = 23$, температурный фактор $t_w = 0.2$ и разных углов атаки $\alpha = 1$[град.], $\alpha = 2$[град.] и $\alpha = 3$[град.], установлено что изменение подъемной силы по числу Рейнольдса немонотонно и его знак меняется при определенном значении угла атаки, отношении температуры на поверхностях пластины и скорости набегающего потока. В данной работе интересно что как зависит отношение температуры по числу Рейнольдса при определенном значении угла атаки, когда коэффициент подъемной силы равно нулю.

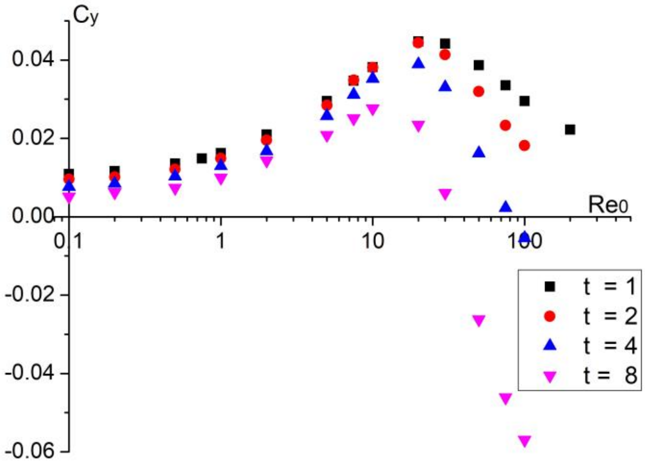



Рис. 2. Коэффициент подъемной силы при $t_w = 0.2$, числе Маха $M_\infty = 23$ и угле атаки $\alpha = 1$ для разных значений $t$

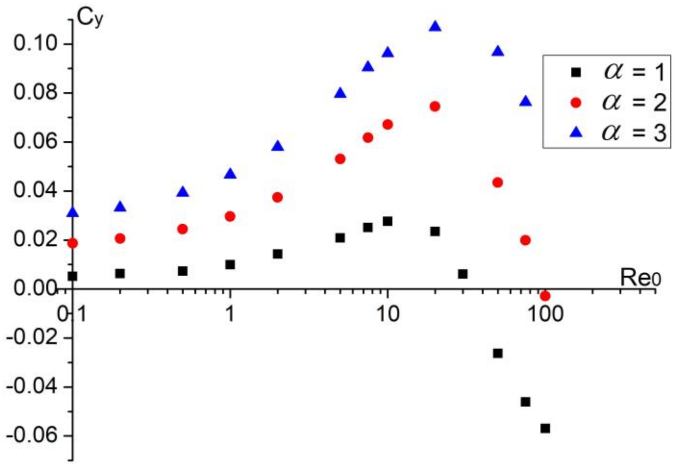



Рис. 3. Коэффициент подъемной силы при $t_w = 0.2$, числе Маха $M_\infty = 23$ и отношении температур $t = 8$ для разных значений $\alpha$

На Рис. 4 и 5 представлены типичные графики зависимости отношения температур поверхностей пластины от чисел Рейнольдса в случае, когда подъемная сила $C_y = 0$.

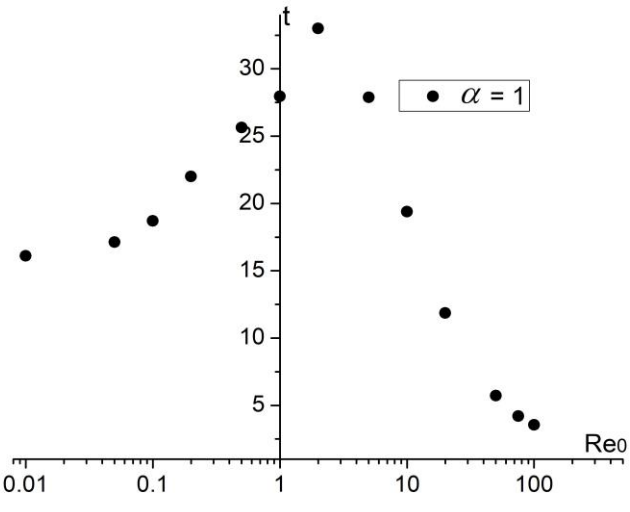



Рис. 4. Зависимость отношения температур от числа $\mathrm{Re}_0$ для угла атаки $\alpha = 1$[град.], скорости набегающего потока $M = 23$ и $t_w = 0.2$ в случае нулевой подъемной силы

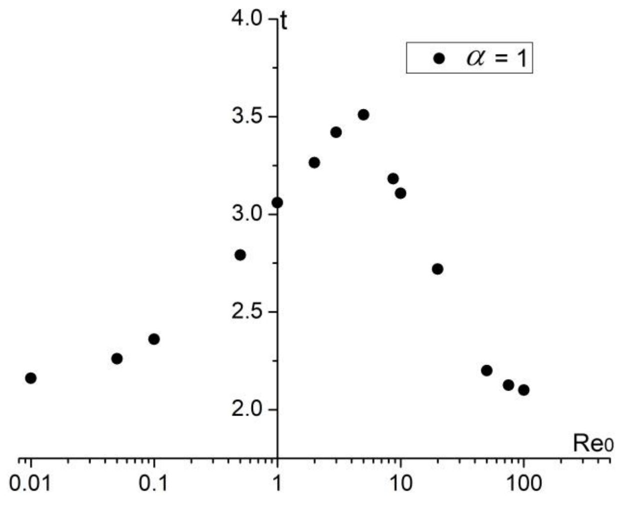



Рис. 5. Зависимость отношения температур от числа $\mathrm{Re}_0$ для угла атаки $\alpha = 1$[град.], скорости набегающего потока $M = 5$ и $t_w = 0.2$ в случае нулевой подъемной силы

## 3. Одинаковые температуры сторон пластины

Рассмотрим случай равной температуры сторон пластины: $t = T_2 / T_1 = 1$ или $T_1 = T_2 = T_w$

Для оценочных расчетов сил, действующих на тело при его высокоскоростном движении в газе широкое распространение, получили формулы, найденные из локальных моделей. В основе этих моделей лежит предположение, что каждый элемент поверхности тела взаимодействует со средой независимо от других участков тела и сила, действующая на него, зависит лишь от ориентации элемента относительно направления движения. Эта зависимость может включать в себя скорость движения и характеристики среды (величина плотности, температура и др.), которые считаются постоянными. Примером такой зависимости является формула Ньютона [12], широко используемая в гиперзвуковой аэродинамике для оценочных расчетов распределения давления на поверхности тела.

Для определения аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа разработан приближенный метод расчета, основанный на гипотезе локальности [7]. Он состоит в следующем: аэродинамические коэффициенты сил, действующие на элемент поверхности зависят только от местного угла наклона $\alpha$ (угол атаки) этого элемента к вектору скорости $U_\infty$ набегающего потока с плотностью $\rho_\infty$, от характерного для всего тела числа $\mathrm{Re}_0$ и температурного фактора $t_w$.

$\mathrm{Re}_0 = \rho_\infty U_\infty L / \mu_0$ - число Рейнольдса

$t_w = T_w / T_0$ - температурный фактор

$\mu_0 = \mu(T_0)$ - коэффициент вязкости

$T_w, T_0$ - температура поверхности и температура торможения

$L$ - характерный размер тела

Коэффициенты давления и трения (соответствующие силы, действующие на элемент поверхности, отнесенные к площади элемента и скоростному напору $\rho_\infty U_\infty^2 / 2$) выражаются следующими формулами [7]

$$\begin{aligned} Cp &= p_0 \sin^2 \alpha + p_1 \sin \alpha \\ C\tau &= \tau_0 \cos \alpha \sin \alpha \end{aligned} \qquad (3.1)$$

здесь коэффициенты $p_0, p_1, \tau_0$ зависят лишь от температурного фактора $t_w$, числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_0$ и отношения удельных теплоемкостей $\gamma$.

При этом предполагается, что при $\mathrm{Re}_0 = \infty$ для расчета давления на теле справедлива формула Ньютона $Cp = 2\sin^2 \alpha$. При $\mathrm{Re}_0 = 0$, то есть в гиперзвуковом свободномолекулярном потоке имеем [3]

$$Cp_0 = 2\sin^2 \alpha + \sqrt{\pi t_w (\gamma - 1) / \gamma} \sin \alpha, \;\; C\tau_0 = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

В данной работе предпринята попытка построить формулы аналогичные (3.1) основанные на расчетах методом ПСМ [3, 6, 13-16] давления и трения на плоской пластине по углом атаки в широком диапазоне чисел $\mathrm{Re}_0$. На Рис. (6 - 23) представлены результаты расчетов коэффициентов давления и трения для наветренной стороны пластины, отнесенных к соответствующим значениям в свободномолекулярном случае (данные отнесены к площади одной стороны пластины).

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при нулевом угле атаки.

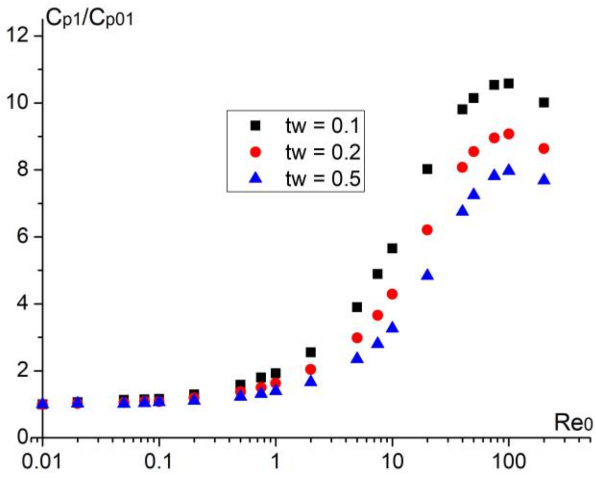



Рис. 6. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при нулевом угле атаки и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

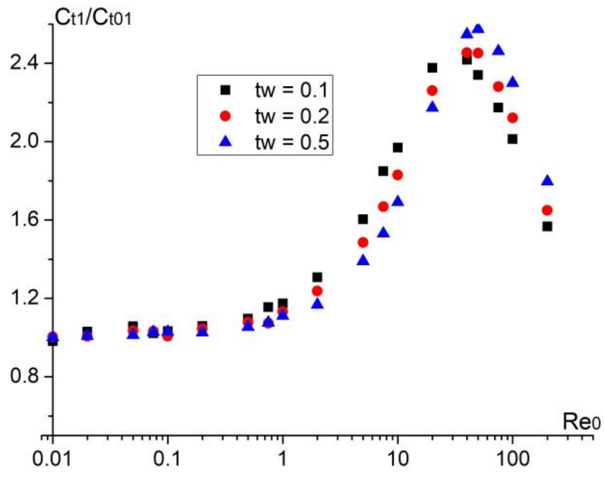



Рис. 7. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при нулевом угле атаки и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 5 градусов.

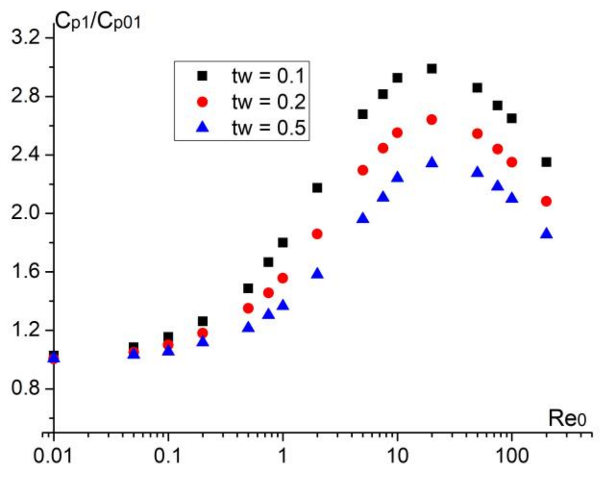



Рис. 8. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 5$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

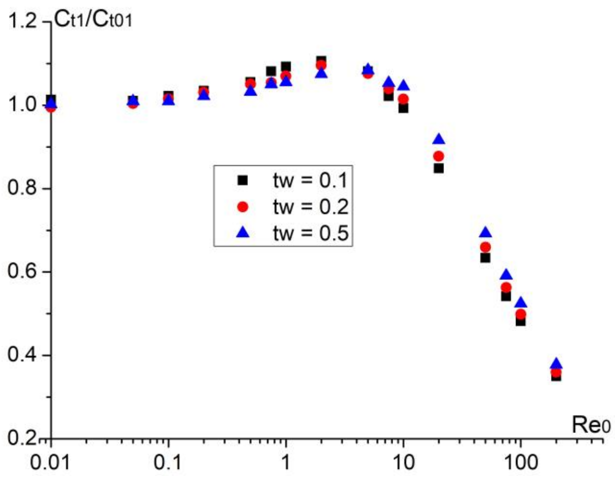



Рис. 9. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 5$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 10 градусов.

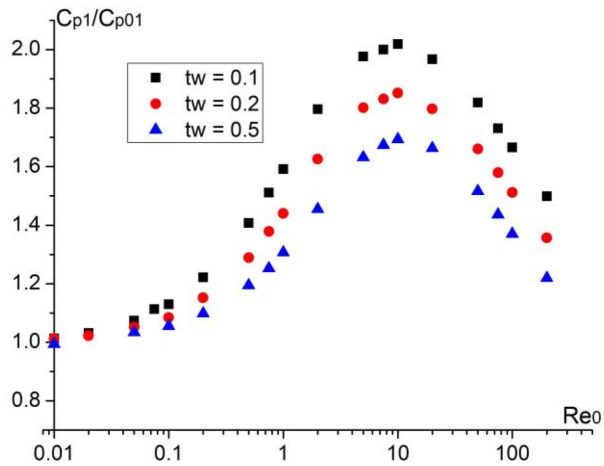



Рис. 10. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 10$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

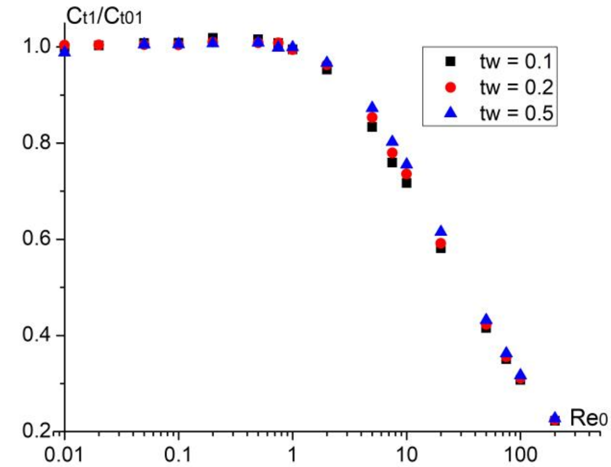



Рис. 11. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 10$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 20 градусов.

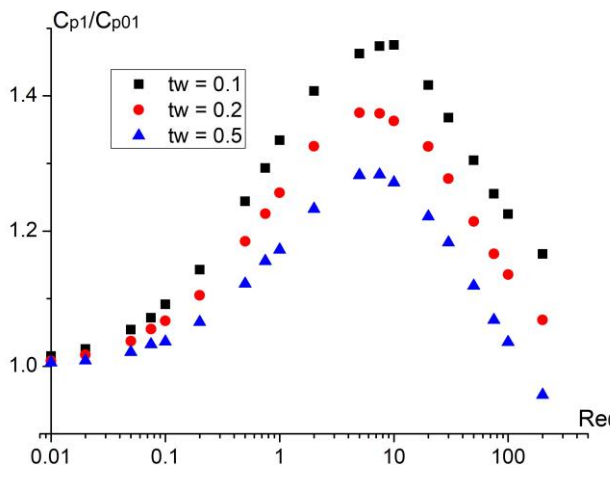



Рис. 12. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 20$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

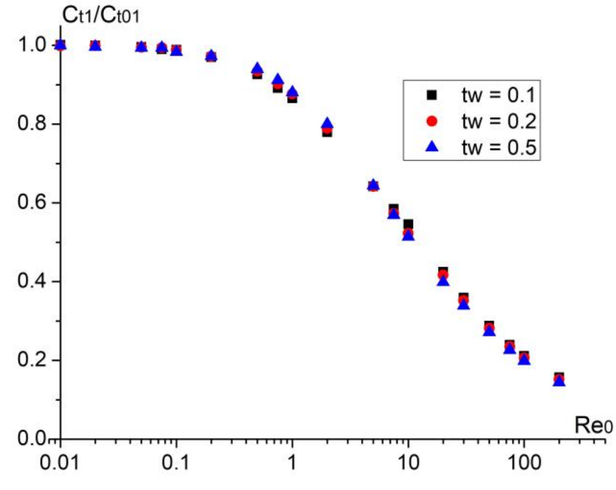



Рис. 13. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 20$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 30 градусов.

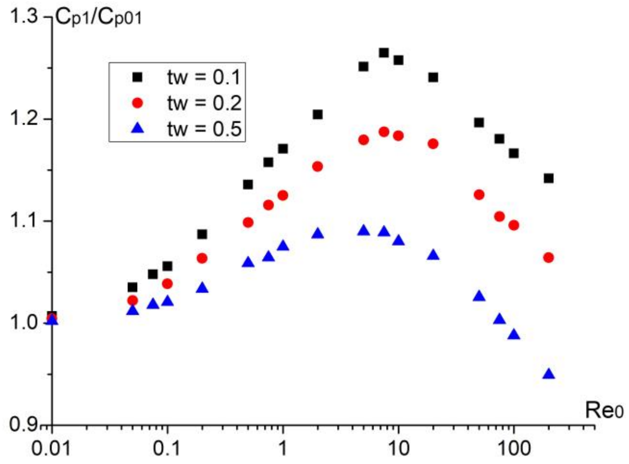



Рис. 14. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 30$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

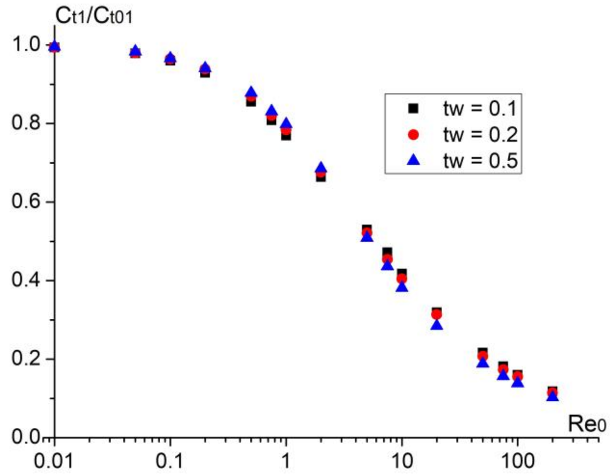



Рис. 15. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 30$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 60 градусов.

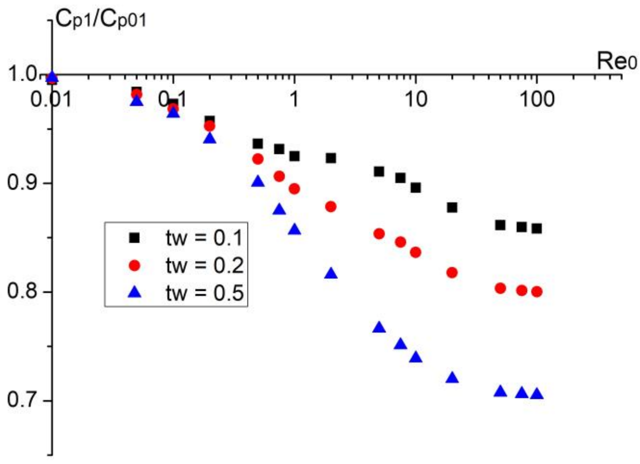



Рис. 16. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 60$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

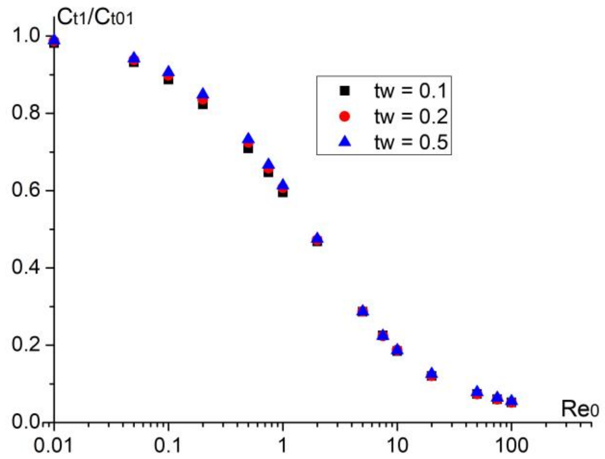



Рис. 17. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 60$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 70 градусов.

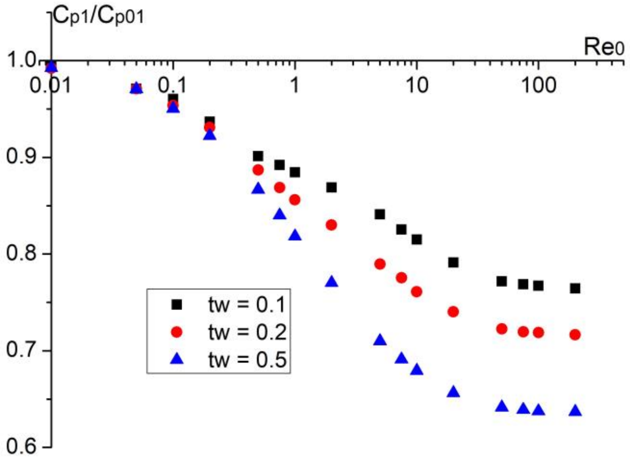



Рис. 18. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 70$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

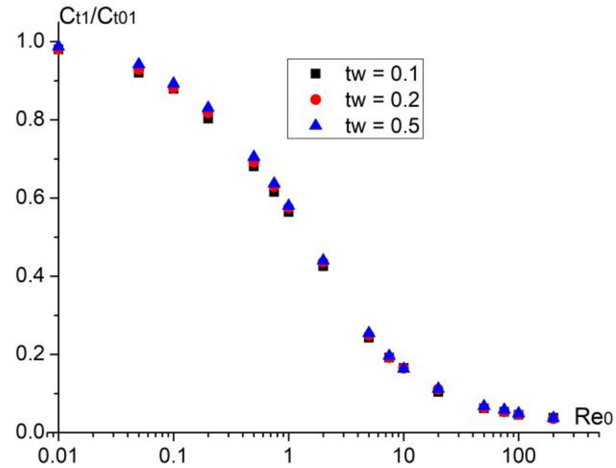



Рис. 19. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 70$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Расчеты для коэффициентов давления и трения наветренной пластины при угле атаки 80 градусов.

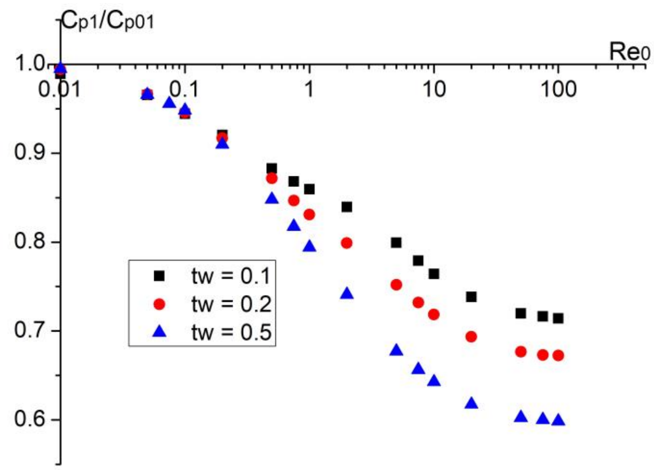



Рис. 20. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 80$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

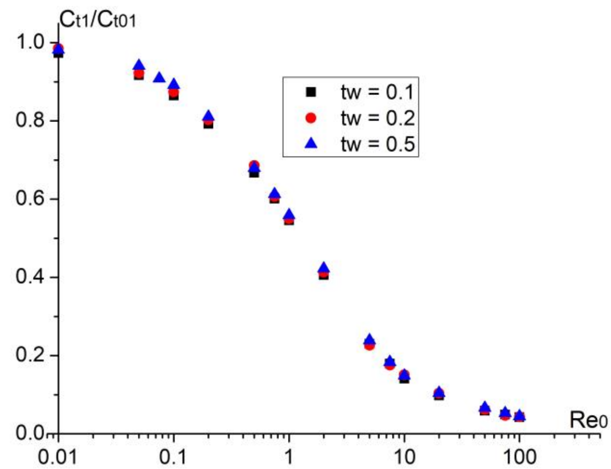



Рис. 21. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при угле атаки $\alpha = 80$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $t_w$

Характерной особенностью аэродинамических характеристик плоской пластины в гиперзвуковом потоке разреженного газа является немонотонность этих характеристик по числам $\mathrm{Re}_0$ при малых углах атаки. Так зависимость коэффициента давления $Cp$ от $\mathrm{Re}_0$ остается немонотонной вплоть до углов атаки порядка $\alpha = 30^0$ (Рис. 22), а зависимость коэффициента трения $C\tau$ до $\alpha = 10^0$ (Рис. 23). Кроме того, величина коэффициента давления $Cp$ существенно зависит от температурного фактора $t_w$ для всех углов атаки $0 < \alpha < \pi / 2$. Что касается величины коэффициента трения $C\tau$, то она практически не зависит от температурного фактора. Число $\mathrm{Re}_0$ при котором достигается максимальное значение $Cp$ меняется от величины $\mathrm{Re}_0 = 100$ при $\alpha = 0^0$ до $\mathrm{Re}_0 = 0.01$ при $\alpha = 90^0$.

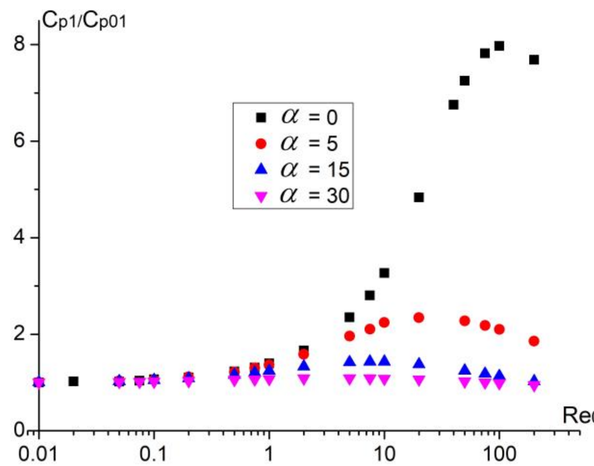



Рис. 22. Коэффициент давления наветренной стороны пластины при $t_w = 0.5$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $\alpha$

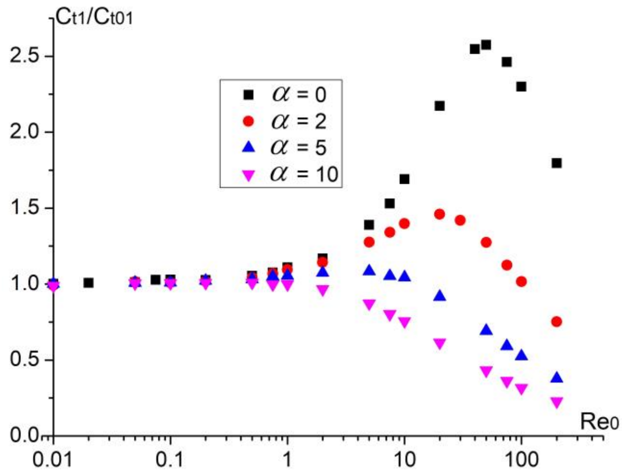



Рис. 23. Коэффициент трения наветренной стороны пластины при $t_w = 0.5$ и числе Маха $M_\infty = 23$ для разных значений $\alpha$

Эмпирические формулы, полученные в результате обработки данных расчетов аэродинамических характеристик плоской пластины при $M_\infty = 23,\ t_w = 0.1,\ \gamma = 5/3$ имеют вид (величины коэффициентов давления и трения отнесены к своим значениям в свободномолекулярном случае).

$$Cp^* = \begin{cases} 1 + \left(A_{pm} - 1\right)\exp\left[-a_{p1}\left(z - X_{pm}\right)^2\right] & \text{при } z \le X_{pm} \\ C_{ньют} + \left(A_{pm} - C_{ньют}\right)\exp\left[-a_{p2}\left(z - X_{pm}\right)^2\right] & \text{при } z > X_{pm} \end{cases} \tag{3.2}$$

$$C\tau^* = \begin{cases} 1 + (A_{tm} - 1)\exp\left[-b_{t1}(z - X_{tm})^2\right] & \text{при } z \le X_{tm} \\ A_{tm}\exp\left[-b_{t2}(z - X_{tm})^2\right] & \text{при } z > X_{tm} \end{cases} \qquad (3.3)$$

$$Cp^* = Cp / Cp_0, \quad C\tau^* = C\tau / C\tau_0$$

Эмпирические формулы получены на основе гауссовой функции

$$f(x) = a\exp[-(x - x_0)^2]$$

Эта функция имеет максимум в точке $x = x_0$, причем этот максимум равен $a$. При $x > x_0$ или $x < x_0$ эта функция быстро уменьшается. В нашем случае $f(x)$ при $x < x_0$ и при $x > x_0$ имеет разные пределы, которые известны.

В формулах (3.2) и (3.3) введены следующие обозначения: $z = \lg(\mathrm{Re}_0)$, $X_{pm}$ и $X_{tm}$ – $\lg(\mathrm{Re}_{0m})$, где $\mathrm{Re}_{0m}$ – значение числа $\mathrm{Re}_0$ при котором достигается максимум величин $Cp^*(\mathrm{Re}_0)$ и $C\tau^*(\mathrm{Re}_0)$, соответственно. $A_{pm}$ и $A_{tm}$ – максимальные значения этих величин. При этом предполагается, что при $\mathrm{Re}_0 = \infty$ для расчета давления на теле справедлива формула Ньютона $Cp_{ньют} = 2\sin^2\alpha / Cp_0$, $C\tau_{ньют} = 0$. При $\mathrm{Re}_0 = 0$, то есть в гиперзвуковом свободномолекулярном потоке имеем $Cp^* = C\tau^* = 1$. Коэффициенты $X_{pm}, X_{tm}, A_{pm}, A_{tm}$ есть функции от $\sin\alpha$ и температурного фактора $t_w$. С помощью коэффициентов $a_{p1}, a_{p2}, b_{t1}, b_{t2}$ (которые также являются функциями $\sin\alpha$), определяется наклон получаемых кривых в соответствии с расчетами.

На Рис. 24 – Рис. 28 нанесены данные сравнения расчетов по формулам (3.2) – (3.3) аэродинамических характеристик пластины с экспериментальными данными из [5]. Сравнение данных расчетов *Cx* и *Cy* с экспериментальными данными показали их хорошее соответствие.

На этих графиках черточками нанесены соответствующие значения коэффициентов в свободномолекулярном случае и в случае сплошной среды (приближение Ньютона)

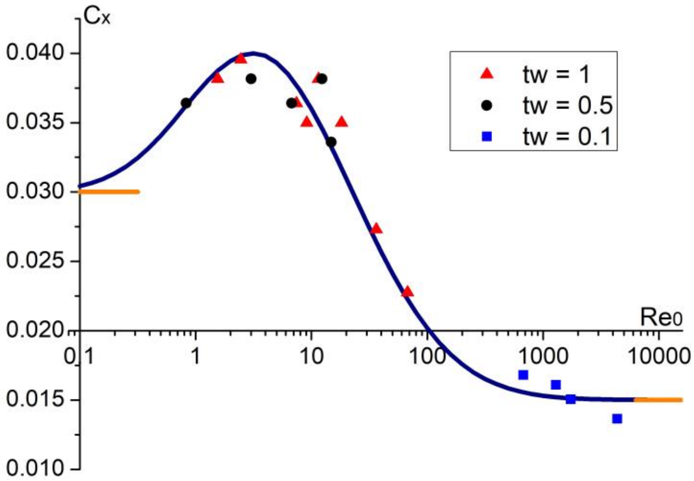



Рис. 24. Коэффициент аэродинамического сопротивления плоской пластины при $\alpha = 0$ (данные отнесены к площади одной стороны пластины). Кривая – расчет, маркеры – эксперимент.

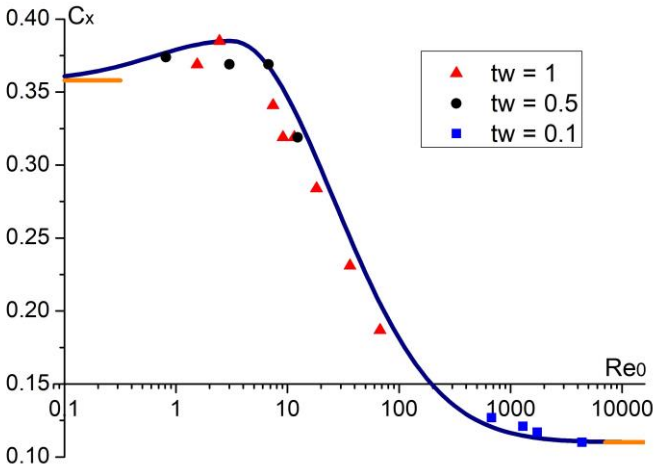



Рис. 25. Коэффициент аэродинамического сопротивления плоской пластины при $\alpha = 10$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент.

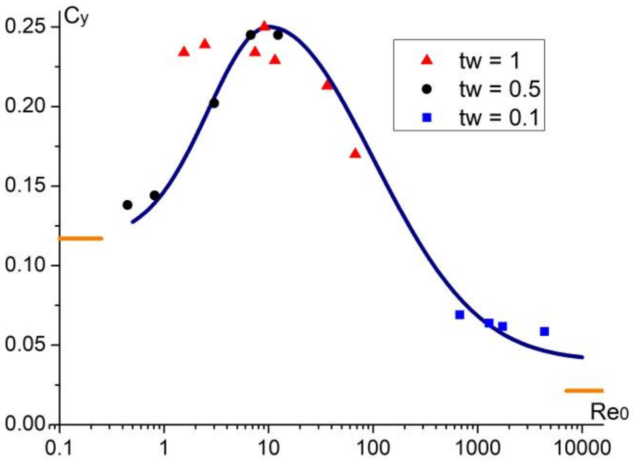



Рис. 26. Коэффициент подъемной силы плоской пластины при $\alpha = 10$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент.

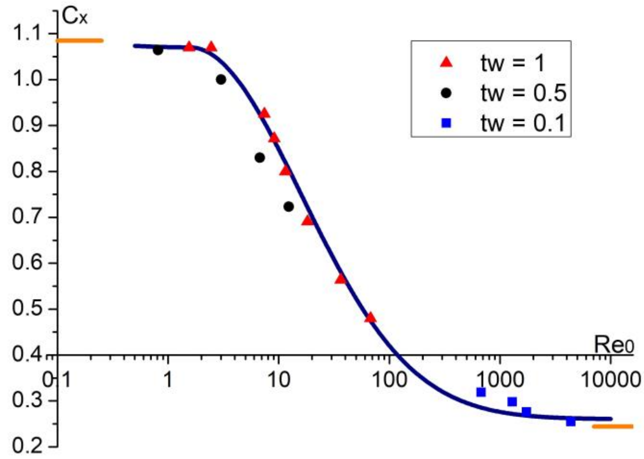



Рис. 27. Коэффициент аэродинамического сопротивления плоской пластины при $\alpha = 20$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент.

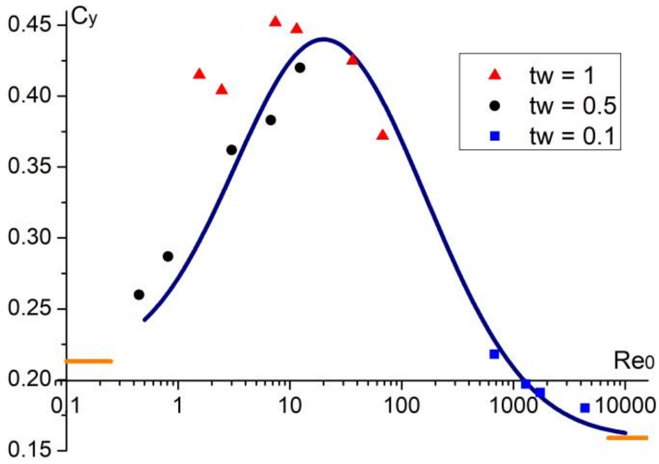



Рис. 28. Коэффициент подъемной силы плоской пластины при $\alpha = 20$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент.

На Рис. 29 – Рис. 30 нанесены данные сравнения расчетов по формулам (3.2) – (3.3) аэродинамических характеристик конусов с экспериментальными данными из [5].

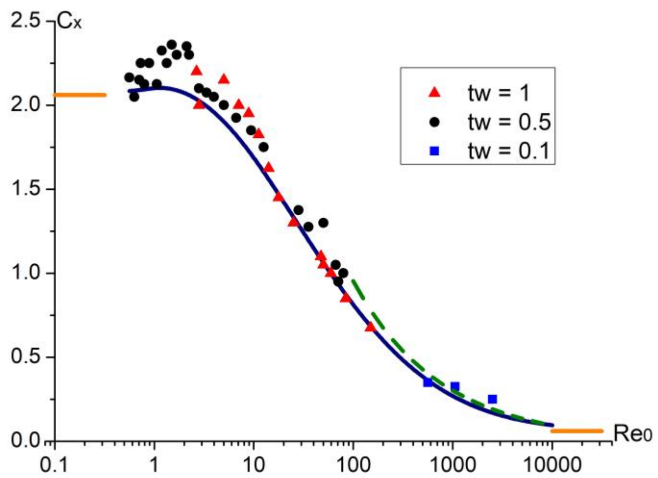



Рис. 29. Коэффициент аэродинамического сопротивления кругового конуса с углом полураствора $\delta = 10$ под углом атаки $\alpha = 0$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент. Пунктиром нанесены данные Николаева В.С. [8].

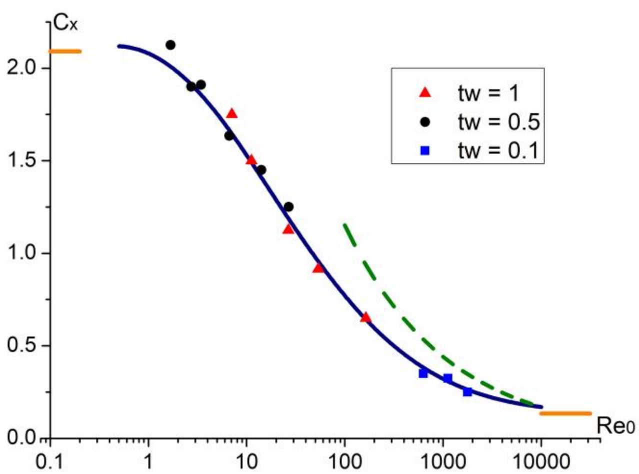



Рис. 30. Коэффициент аэродинамического сопротивления кругового конуса с углом полураствора $\delta = 15$ под углом атаки $\alpha = 0$. Кривая – расчет, маркеры – эксперимент. Пунктиром нанесены данные Николаева В.С. [8].

Сравнение данных расчета и эксперимента показали их хорошее соответствие.

## Выводы

В данной работе рассмотрено обтекание пластины гиперзвуковым потока разреженного газа, при которых температура на наветренной и подветренной может быть одинаковой или разной для разных температурных факторов и чисел Маха в широком диапазоне числа Рейднольдса. Полученные следующие выводы:

1. Расчеты методом ПСМ аэродинамических характеристик плоской пластины в гиперзвуковом потоке разреженного газа показали немонотонность этих характеристик по числам Рейнольдса $\mathrm{Re}_0$ при малых углах атаки. Зависимость коэффициента давления $Cn$ от $\mathrm{Re}_0$ остается немонотонной вплоть до углов атаки порядка $\alpha = 30^0$, а зависимость коэффициента трения $C\tau$ до $\alpha = 10^0$.
2. Сравнение данных расчета по эмпирическим формулам, полученным обработкой результатов расчета методом ПСМ аэродинамических характеристик плоской пластины с данными эксперимента, показали их хорошее соответствие.
3. При фиксированной скорости и отношении температур сторон пластины обнаружен эффект изменения знака подъемной силы.
4. Получены зависимости отношения температур сторон пластины от числа Рейнольдса для разных углов атаки при фиксированных значениях числа Маха и температурного фактора.

## Библиографический список

1. Ерофеев А.И., Перепухов В.А. Расчет обтекания пластины бесконечного размаха потоком разреженного газа // Ученые записки ЦАГИ. 1976. Т. VII. № 1. С. 102 - 106.

2. Горелов С.Л., Ерофеев А.И. Расчет обтекания пластины потоком разреженного газа с учетом вращательных степеней свободы молекул // Ученые записки ЦАГИ. 1979. Т. X. № 2. С. 59 - 64.

3. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. – М.: Наука, 1967. - 440 с.

4. Яницкий В.Е. Стохастические модели совершенного газа из конечного числа частиц. – М.: ВЦ АН СССР, 1988. – 55 с.

5. Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Климова Т.В., Перепухов В.А., Рябов В.В., Толстых А.И. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. № 1855. С. 43. URL: https://cloud.mail.ru/public/5gEy/3XP57XuKZ

6. Иванов М.С., Рогазинский С.В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. - Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1988. – 118 с.

7. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Исследование гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе сплошносредного и кинетического подходов // Ученые записки ЦАГИ. 1997. Т. XXVIII. № 2. С. 23 - 40.

8. Николаев В.С. Аппроксимационные формулы для локальных аэродинамических характеристик тел типа крыла в вязком гиперзвуковом потоке в широком диапазоне параметров подобия // Ученые записки ЦАГИ. 1981. Т. XII. № 4. С. 143 - 150.

9. Выонг Ван Тьен, Горелов С.Л. Нелинейные явления в разреженном газе в задаче Куэтта // Труды МАИ. 2018. № 10. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=93327

10. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. - М.: Машиностроение, 1977. - 184 с.

11. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. – М.: Физматгиз, 1959. - 220 с.

12. Bird G.A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows, Clarendon press, Oxford, 1994, 458 p.

13. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. – М.: Мир, 1981. - 320 с.

14. Bird G.A. Monte Carlo simulation of gas flows // Annual Review of Fluid Mechanics, 1978, vol. 10, pp. 11 - 31.

15. Шидловский В.П. Введение в динамику разреженного газа. – М.: Наука, 1965. - 220 с.

16. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Исследование гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе сплошносредного и кинетического подходов // Ученые записки ЦАГИ. 1997. № 2. С. 23 - 39.

17. Shen C. Rarefied Gas Dynamics: Fundamentals, Simulations and Micro Flows, Springer, Berlin Heidelberg, New York, 2005, 406 p.

18. Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П. Искусственные спутники в разреженной плазме. – М.: Наука, 1964. - 384 с.

19. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. – М.: Наука, 1975. - 344 с.

20. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1975. - 328 с.

21. William W. Liou, Yichuan Fang. Microfluid Mechanics: Principles and Modeling, The McGraw-Hill Companies, Inc, 2006, 353 p.

22. Березко М.Э., Никитченко Ю.А., Тихоновец А.В. Сшивание кинетической и гидродинамической моделей на примере течения Куэтта // Труды МАИ. 2017.№ 94. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=80922

23. Рыжов Ю.А., Никитченко Ю.А., Парамонов И.В. Численное исследование гиперзвукового обтекания острой кромки на основе модели Навье – Стокса – Фурье // Труды МАИ. 2012. № 55. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=30027&eng=N

24. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Математическое моделирование процессов обтекания затупленного тела высокоскоростным потоком // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=53445

25. Хатунцева О.Н. Аналитический метод определения профиля скорости турбулентного течения жидкости в плоской задаче Куэтта // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=102091

26. Никитченко Ю.А. Модели первого приближения для неравновесных течений многоатомных газов // Труды МАИ. 2014. № 77. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=52938