

На правах рукописи



Белов Петр Анатольевич

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕФЕКТНЫХ СРЕД.

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2014

Работа выполнена в открытом акционерном обществе «Московский Машиностроительный Экспериментальный Завод – Композиционные Технологии»

Научный консультант: доктор технических наук, профессор, **Лурье Сергей Альбертович**

Официальные оппоненты: **Вахрушев Александр Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики УрО РАН, заведующий лабораторией;

Ерофеев Владимир Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное Учреждение науки Институт проблем машиностроения РАН, заместитель директора по научной работе;

Шоркин Владимир Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс", заведующий кафедрой «Физика».

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Защита диссертации состоится «17» сентября 2014г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д212.125.05 Московского авиационного института (государственного технического университета) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, зал заседаний Ученого совета МАИ.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Московского авиационного института (государственного технического университета) и на сайте http://mai.ru/events/defence/doctor/index.php?ELEMENT_ID=47591.

Отзыв на автореферат, заверенный печатью, в двух экземплярах направляйте по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе д. 4, Московский авиационный институт (государственный технический университет), диссертационный совет Д 212.125.05.

Автореферат разослан _____ 2014 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д212.125.05



Г.В. Федотенков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Анализ современного уровня исследований в области механики мелкодисперсных композитов и сред с микро- и наноструктурой показывает, что потребность в последовательных моделях механики, способных описать масштабные эффекты, является своевременной и актуальной. Имеется достаточно большой ряд экспериментальных фактов, фиксирующих существование масштабных эффектов в сплошных средах. При этом, несмотря на значительные усилия, можно констатировать, что фактически отсутствует последовательная континуальная теория механики деформируемых сред с масштабными эффектами, которая бы позволила установить общие закономерности внутренних взаимодействий на неоднородностях субатомного уровня, связанных с микро- и наноструктурами. Классическая механика сплошной среды не может в принципе описать масштабные эффекты. Эта ситуация несомненно ограничивает возможности моделирования аномальных свойств новых материалов с внутренними структурами (нанокомпозитов, наноустройств, тонких пленок и т.д.). Развитие технологии производства нанообъектов и наноустройств требует создания теории, способной описать как свойства существующих нанообъектов и структур, так и свойства проектируемых. Как правило, нанообъекты используются не сами по себе, а в композиции с макрообъектами. Поэтому важную роль играет технология создания композиции и умение её моделировать. Знание механизмов, и умение управлять такими явлениями, как смачиваемость, капиллярность, адгезия, имеет большое значение при разработке и самих композиционных материалов, и технологии их производства. С другой стороны - нет монографии, или учебника с систематическим изложением основ теории, способной с единой точки зрения описать достаточно широкий круг известных масштабных эффектов. Отсутствует методика оценки применимости выбираемой модели к конкретной среде с фиксированным

набором кинематических свойств. Нет методики построения моделей различной сложности (конструктора моделей). С этой точки зрения методы механики сплошной среды представляются наиболее последовательными и корректными, и могут служить основой для построения моделей механики дефектных сред. Более точно: должны быть развиты модели деформирования сред с учетом масштабных эффектов, связанных с существованием в сплошной среде неоднородностей масштаба 10^{-9} м. В основание таких моделей должен быть заложен факт существования дефектов сплошности, таких как дислокации, дисклинации и дефекты более высокого ранга. При этом, конечно, описание громадного количества изолированных дефектов типа дислокаций имеет смысл заменить полевым представлением. Реализация такого подхода, даже в рамках линейных моделей, позволяет развить механику дефектных сред как некоторое естественное обобщение классической механики деформируемых сред.

Целью работы является: обоснование и формулировка спектра моделей дефектных сред (сред с полями сохраняющихся дислокаций), их классификация, исследование их общих свойств и специфики, построение на их основе прикладных инженерных моделей.

Научная новизна работы заключается в следующем:

– Построена общая кинематическая теория полей дефектов, дана их классификация, исследованы их общие свойства и индивидуальные особенности.

– Сформулирован и применен к построению моделей дефектных сред «кинематический» вариационный принцип, который является частным случаем принципа возможных перемещений со связями. Специфика «кинематического» вариационного принципа заключается в том, что совокупность выбранных кинематических связей, названная кинематической моделью дефектной среды, позволяет для линейных моделей однозначно определить спектр силовых взаимодействий, вывести формулы Грина,

сформулировать уравнения обобщенного закона Гука, т.е. построить силовую модель среды.

– Сформулирован спектр моделей сред с полями сохраняющихся дислокаций. Часть из них сопоставлена с уже известными моделями: средой Миндлина, «простейшей» теории сред с сохраняющимися дислокациями, средой Коссера.

– Сформулирован спектр моделей «бездефектных» градиентных сред. Часть из них сопоставлена с уже известными моделями: средой Тупина, средой Джеремилло и средой Аэро-Кувшинского.

– Дано теоретическое объяснение достаточно большого круга известных масштабных эффектов в рамках сформулированной механики дефектных сред.

Практическое значение работы.

1. Теория сред с полями сохраняющихся дислокаций позволяет сформулировать прикладные модели мелкодисперсных композитов, межфазных слоев, тонких пленок, механики хрупкого разрушения. Она в состоянии описать широкий спектр известных масштабных эффектов и предсказать новые эффекты, требующие экспериментальной проверки.

2. Теория когезионных взаимодействий, как корректно упрощенная форма теории сред с полями сохраняющихся дислокаций, позволяет представить дефектную среду как совокупность двух вложенных друг в друга сред – классической (бездефектной) среды и «когезионной». Она дает возможность получать и исследовать наглядные решения в виде классического решения и «когезионной» поправки к нему.

3. Теория адгезионных взаимодействий позволяет глубже понять, изучить и использовать на практике адгезионные свойства контактирующих тел. Исследованные различные механизмы адгезии позволяют рационально подбирать материалы контактирующих тел с целью улучшения функциональных свойств проектируемых конструкций и устройств.

4. Общая и прикладная теория межфазного слоя дает возможность изучать, моделировать и проектировать свойства композиционных материалов, а также оптимизировать их состав.

Разработанные в диссертации модели, методы и алгоритмы могут быть рекомендованы для проектных и научно-исследовательских организаций.

Реализация результатов работы. Результаты, полученные в диссертационной работе, используются в Учреждении Российской Академии Наук Институте Прикладной механики РАН, Московском Государственном Техническом Университете им. Баумана, Воронежском Государственном Университете, государственной корпорации «РосТехнологии».

Достоверность результатов обусловлена применением классических методов и инструментов: вариационным методом построения моделей, применением тензорной алгебры и тензорного анализа в индексной форме, прямых вариационных методов и методов уравнений математической физики при решении тестовых задач. Для сравнения предсказаний теории с экспериментом, брались экспериментальные данные из публикаций независимых источников.

Апробация работы. По теме диссертационной работы сделано 31 докладов на общероссийских и международных научных конференциях.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 40 статей и две монографии.

На защиту выносятся:

- Общая кинематическая теория полей дефектов.
- «Кинематический» вариационный принцип.
- Теория сред с сохраняющимися дислокациями.
- Теория когезионных взаимодействий.
- Теория адгезионных взаимодействий.
- Общая и прикладная теория межфазного слоя.

Объём и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, семи глав, заключения, списка используемой литературы и 8

приложений. Она содержит 312 страниц, в том числе 292 страниц основного текста, 23 рисунка, 5 таблиц. Список используемой литературы включает 126 наименований (из них 64 на иностранном языке).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность научных исследований, изложенных в диссертации, сформулированы: цель исследования; научная новизна; практическая и теоретическая ценность работы. Во введении также изложено краткое содержание работы. Отмечается большой вклад в развитие теории композиционных материалов, механики гетерогенных сред, механики дефектов, который внесли такие известные учёные, как: W. Voigt, A. Reuss, J. D. Eshelby, T. Mori, K. Tanaka, R. De Wit, Kroner E., Kadic, A., Edelen, R.D. Mindlin, F.&E. Cosserat, R.A. Toupin, Э.Л. Аэро, Е.В. Кувшинский, Aifantis E.C., Hutchinson и другие.

В первой главе дан обзор существующих градиентных моделей в механике сплошной среды. Отмечены общие свойства и индивидуальные особенности каждой теории. Постулировано их естественное обобщение, содержащее перечисленные теории как частные случаи этого обобщения.

Во второй главе сформулирована общая кинематическая теория полей дефектов. Введены понятия ранга, типа и сорта полей дефектов.

1. Установлены новые поля дефектов - скалярные поля дефектов.
2. Предложена новая классификация полей дислокаций - дефектов первого ранга. Эта классификация отражает не только кинематические свойства дислокаций, но и их физические (энергетические) свойства. Доказано, что для каждого нового типа дислокаций (ω -дислокаций, θ -дислокаций и γ -дислокаций) существует и определен свой псевдотензор-источник, подчиняющийся соответствующему закону сохранения (или генерации/уничтожения). Дано определение вектора дислокаций – вектора разрывов перемещений.

3. Установлены два новых типа дефектов второго ранга. Наряду с известными дефектами второго ранга - дисклинациями (поле разрывов поворотов) - согласно общей теории существуют еще два других типа дефектов: кавитация и двойникование (поля разрывов деформации изменения объема и деформации изменения формы).
4. Дан прогноз возможности рождения и уничтожения дислокаций в отсутствие классических дисклинаций. В соответствии с развитой теорией возможность рождения и уничтожения дислокаций на классических дисклинациях относится только к одному из трех типов дислокаций - к ω -дислокациям. В то же время θ -дислокации могут рождаться/исчезать на сохраняющейся кавитации. Параллельно, γ -дислокации могут рождаться/исчезать на сохраняющемся двойниковании.
5. Прогнозируется существование дефектов любого конечного ранга.
6. Установлена иерархическая структура источников дефектов.
7. Введено понятие обратимого образования нового объема (3D-разрыхления).
8. Введено понятие обратимого образования новой поверхности (2D-разрыхления).
9. Дано определение поверхности Бюргерса, как 2D-множества внутри дефектной среды, на котором поле разрывов перемещений является непрерывным и как минимум – дважды дифференцируемым по гауссовым координатам этого 2D-множества. С его помощью дано обоснование возможности существования обратимых микротрещин в дефектной среде.

В третьей главе сформулирован и применен к построению моделей дефектных сред «кинематический» вариационный принцип, который является частным случаем принципа возможных перемещений со связями.

Алгоритм построения консервативной, физически линейной модели среды сводится к следующему:

1. Выбирается кинематическая модель среды: постулируется набор кинематических связей, определяющих кинематические свойства среды.

2. Возможная работа внутренних сил строится согласно методу неопределенных множителей Лагранжа по сформулированным при выборе кинематической модели связям.
3. Возможная работа внутренних сил преобразуется в линейную вариационную форму. Определяется список аргументов.
4. Выписываются условия интегрируемости линейной вариационной формы (условия существования потенциальной энергии). Строится силовая модель среды, соответствующая выбранной кинематической модели. Выводятся обобщенные формулы Грина.
5. В предположении физической линейности и интегрируемости линейной вариационной формы строится потенциальная энергия. Выводятся обобщенные уравнения закона Гука для силовых факторов как внутри объема, так и на поверхности и её ребрах (если таковые существуют).
6. С помощью полученного выражения для потенциальной энергии строится лагранжиан.
7. Из условия стационарности лагранжиана выводятся уравнения Эйлера и естественные граничные условия.

Установленные в Главе_2 кинематические связи использованы в Главе_3 для формулировок выражений возможной работы внутренних сил в различных моделях сред с полями сохраняющихся дислокаций.

В четвертой главе сформулирован спектр моделей сред с полями сохраняющихся дислокаций. Построение начинается с максимально полной и сложной модели – общей теории Сред с полями Сохраняющихся Дислокаций (ССД). Все остальные модели получены как её частные случаи. Частные случаи определяются соответствующим упрощением структуры тензоров модулей, что приводит к отсутствию в лагранжианах частных моделей того или иного слагаемого в потенциальной энергии. Часть из них сопоставлена с уже известными моделями: средой Миндлина, «простейшей» теорией ССД, средой Коссера.

Наряду с этим сформулирован спектр моделей бездефектных градиентных сред. Часть из них сопоставлена с уже известными моделями: средой Тупина, средой Джеремилло, средой Аэро-Кувшинского и «простейшей» теорией когезионных взаимодействий.

В свою очередь, такой подход позволяет создать «конструктор» моделей дефектных и идеальных (бездефектных) сред с определенным набором физических свойств. «Конструктор моделей» - многомерное пространство, каждое измерение которого определяется некоторым механическим свойством (модулем) дефектной среды. Выделяя из введенного пространства моделей подпространство соответствующего измерения, можно изучать дефектные среды с выбранным набором механических свойств. Так как все модули дефектных сред можно разделить на группы с одинаковой физической размерностью, пространство моделей предложено структурировать аналогичным образом. В результате лагранжиан общей теории ССД представлен в виде конечного разложения по параметру l , который трактуется как характерная длина масштабных эффектов:

Структура теории с точки зрения учета масштабных эффектов

$$\begin{aligned}
 L = & A - \frac{1}{2} \iiint \boxed{C_{ijmn}^{ab} D_{ij}^a D_{mn}^b} dV - && \text{Классические приближения} \\
 & - \frac{1}{2} l \iint \boxed{\bar{A}_{ijmn}^{ab} D_{ij}^a D_{mn}^b} dF - && \text{Адгезионные приближения} \\
 & - \frac{1}{2} l^2 \left[\iiint \boxed{\bar{C}_{ijkml}^{ab} D_{ijk}^a D_{mnl}^b} dV + \iint \boxed{2\bar{A}_{ijmnl}^{ab} D_{ij}^a D_{mnl}^b} dF \right] - \\
 & - \frac{1}{2} l^3 \iint \boxed{\bar{A}_{ijkml}^{ab} D_{ijk}^a D_{mn}^b} dF && \text{Градиентные приближения} \\
 & && \text{Адгезионно-градиентные приближения}
 \end{aligned}$$

Это представление является обоснованием структурирования пространства моделей по подпространствам, с модулями одинаковой степени по характерной длине масштабных эффектов l .

В подпространстве «классических приближений» лежит «алгебраическая» теория дефектных сред, рассмотренная в разделе 4.4.7. Она содержит все возможные варианты теории дефектных сред, которые не описывают масштабные эффекты.

В подпространстве «адгезионных приближений» рассмотрена модель идеальной адгезии. Очевидно: наиболее существенные масштабные эффекты, связанные с минимальной степенью (первой) параметра l , следует искать в поверхностных эффектах, связанных с не градиентной адгезией.

Следующим по вкладу масштабных эффектов является подпространство «градиентных приближений». Это подпространство разделено на подпространство «когезионных приближений», связанных с $C_{ijkml}^{ab} = \bar{C}_{ijkml}^{ab} l^2$ и «адгезионных приближений второго порядка», связанных с $A_{ijml}^{ab} = \bar{A}_{ijml}^{ab} l^2$.

Подпространство «адгезионно-градиентных приближений» определяется моделями, содержащими модули тензора $A_{ijkml}^{ab} = \bar{A}_{ijkml}^{ab} l^3$. Следует обратить внимание на то, что эти тензоры могут появиться в модели дефектной среды только одновременно с тензорами $A_{ijml}^{ab} = \bar{A}_{ijml}^{ab} l^2$. Этот факт определяется требованием положительной определенности потенциальной энергии адгезии. Соответственно, и подпространство «адгезионных приближений второго порядка» имеет смысл исследовать только совместно с подпространством «адгезионно-градиентных приближений».

В пятой главе исследуется ряд теорий когезионных взаимодействий последовательно возрастающей сложности, сформулированных в четвертой главе. Все они являются различными частными случаями общей теории ССД. Эти модели выбраны с целью последовательного изучения фундаментальных решений в общей теории ССД и свойств этих фундаментальных решений. Даются формулировки тестовых примеров, позволяющих дать трактовки всем модулям, фигурирующим в тензорах C_{ijmn}^{ab} и C_{ijkml}^{ab} и выяснить их физический смысл. Даются определения когезионных взаимодействий, когезионных перемещений, характерных длин когезионных взаимодействий

в различных частных случаях теории. В результате, установлен исчерпывающий спектр возможных когезионных взаимодействий в дефектных и бездефектных средах, определены физические параметры среды, отражающие свойства когезионных взаимодействий, и связь этих параметров с неклассическими модулями.

В шестой главе сформулирован ряд теорий адгезионных взаимодействий. Последовательно строится теория идеальной, «поврежденной» и градиентной адгезии. Так как формулировки граничных условий существенным образом зависят от выбранной модели адгезионных свойств поверхности, проведен анализ и классификация спектра возможных краевых задач общей теории ССД. На основе теории сред с сохраняющимися дислокациями с «поврежденной» адгезией поверхности строится прикладная теория когезионно-адгезионных взаимодействий. Она обладает тем достоинством, что в ней сохранены все существенные черты исходной теории с одной стороны, а с другой - в ней появляются всего две неклассические характеристики: характерные длины когезионных l_v и адгезионных l_f взаимодействий.

В седьмой главе сформулированные модели дефектных сред использованы для объяснения ряда известных масштабных эффектов.

1. Объяснен эффект Мивы – аномальное с точки зрения классической механики сплошной среды усиление эффективного модуля композита с уменьшением размера армирующих частиц при фиксированной объемной доле армирующих частиц.
2. Дано математическое обоснование известных гипотез осреднения в теории мелкодисперсных композитов. Все они представлены как различные формы одного и того же неклассического решения.
3. Сформулирована прикладная теория межфазного слоя, предложены алгоритмы определения механических свойств межфазных слоёв. Показана эволюция идеи межфазного слоя от «гипотезы третьей фазы» до градиентной теории межфазного слоя. Доказано, что межфазный слой не имеет

определенной геометрической границы и не обладает фиксированными механическими свойствами. Наоборот, доказано, что он является областью локализации краевых и multiscale эффектов, возникающих в окрестностях поверхностей, линий и точек возмущения. Так же доказано, что механические свойства межфазного слоя являются переменными, и определяются неклассическими параметрами фаз.

4. Объяснен эффект Одегарда на длинных волокнах – аномальное увеличение эффективного модуля нанокompозита с увеличением длины армирующих нанотрубок при их фиксированной объемной доле. Эффект определяется адгезионными взаимодействиями на поверхностях контакта нанотрубок и матрицы.

5. Объяснен эффект Одегарда на коротких волокнах – аномальное увеличение эффективного модуля нанокompозита с увеличением длины армирующих нанотрубок при их фиксированной объемной доле. Эффект определяется когезионными взаимодействиями в межфазном слое матрицы, примыкающем к поверхности контакта нанотрубки и матрицы.

6. Объяснен эффект «супержесткости» тонких пленок при стремлении толщины пленки к нулю. Эффект определяется адгезионными свойствами лицевых поверхностей пленок.

7. Сформулирована теория механических свойств графена и графеноподобных 2D- кристаллических структур.

8. В теории трещин дано математическое обоснование гипотезе Баренблатта о существовании несингулярной трещины. Исследованы свойства несингулярных трещин, установлены параметры, характеризующие их неклассические свойства.

9. В механике хрупкого разрушения предложено обобщение критерия Гриффитса. Помимо энергии образования новой поверхности, установлены иные стоки высвобождающейся упругой энергии: энергия образования нового объема, энергия дислокационной поврежденности поверхности, энергия дислокационной поврежденности объёма. Установлены внутренние

структуры этих энергий, определяемые различными свойствами полей дислокаций. Установлены параметры материала (модули), определяющие эти свойства.

10. Сформулирована теория переменности механических свойств межфазных слоев и объяснены их обратимые физически нелинейные свойства. На её основе открывается возможность прогнозировать не только жесткостные, но и прочностные свойства композиционных материалов.

11. Объяснен эффект зависимости свойств сред от вида напряженного состояния, который оказывается в полном качественном соответствии с известными результатами исследований Е. Ломакина.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. Общая кинематическая теория полей дефектов дает возможность сформулировать кинематическую модель достаточно широкого круга сред. Она позволяет после формулировки и решения соответствующей краевой задачи определить и исследовать поля дефектов. После проведенного анализа полей дефектов можно указать области опасной концентрации сохраняющихся дислокаций, которые могут стать областями зарождения макротрещин.

2. Сформулированный «кинематический» вариационный принцип на примере построенных с его помощью моделей показал свою эффективность как достаточно универсальный алгоритм построения моделей сред различной сложности.

3. Установлена и обоснована с единой точки зрения иерархия известных сред с микроструктурой и градиентных моделей, которая дает возможность обоснованно выбирать или конструировать частные модели, необходимые для адекватного описания конкретных сред.

4. Теории когезионных и адгезионных взаимодействий позволяют описать достаточно широкий круг известных масштабных эффектов.

5. Сформулированная градиентная теория межфазного слоя дала описание межфазного слоя как неклассического изотропного объекта. Доказано, что в рамках градиентной теории межфазного слоя межфазный слой можно представить как неклассический изотропный объект с переменными механическими свойствами.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНО В ПУБЛИКАЦИЯХ:

Монографии.

1. Лурье С.А., Белов П.А. "Математические модели механики сплошной среды и физических полей", 2000, Изд. ВЦ РАН, 150стр.
2. Лурье С.А., Белов П.А., Рабинский Л.Н., Жаворонок С.И. "Масштабные эффекты в механике сплошных сред. Материалы с микро- и наноструктурой.", 2011, Издательство МАИ, 156стр.

Публикации в рецензируемых научных изданиях и журналах.

1. Образцов И.Ф., Елпатьевский А.Н., Белов П.А. «Об общем подходе к формулировке линейных моделей сред различной гладкости», 1988, Известия АН СССР, т. 303, № 6.
2. Лурье С.А., Белов П.А., Орлов А.П. «Модели сплошных сред с обобщенной кинематикой. Свойства и некоторые приложения», 1996, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.2, №2, стр.84-104.
3. Образцов И.Ф., Лурье С.А., Белов П.А. «Об обобщенных разложениях в прикладных задачах теории упругости и их приложениях к задачам механики композитных конструкций», 1997, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.3, №3, стр. 62-79.

4. Лурье С.А., Белов П.А. «Модели деформирования твердых тел и их аналоги в теории поля», 1998, Известия Российской академии наук. Механика твердого тела., №3, стр. 157-166.
5. Лурье С.А., Белов П.А., Криволицкая И.И. «О некоторых классах моделей тонких структур», 2000, "Конструкции из композиционных материалов", ВИМИ. Вып.2
6. Лурье С.А., Белов П.А., Яновский Ю.Г. «О моделировании теплопереноса в динамически деформируемых средах», 2000, "Механика композиционных материалов и конструкций ", Т.6, №3, стр.436-444.
7. Лурье С.А., Белов П.А. «Вариационная формулировка моделей негомономных сред», 2001, "Механика композиционных материалов и конструкций ", Т.7, №2, стр. 266-276.
8. Бодунов А.М., Криволицкая И.И., Белов П.А., Лурье С.А. «Масштабные эффекты в тонких пленках», 2002, "Конструкции из композиционных материалов ", ВИМИ, N 2, p.33-40.
9. Белов П.А., Бодунов А.М., Лурье С.А., Образцов И.Ф., Яновский Ю.Г. «О моделировании масштабных эффектов в тонких структурах», 2002, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.8, №4, стр.585-598.
10. Бабешко В.А., Лурье С.А., Белов П.А., Яновский Ю.Г. «Масштабные эффекты (multyscale-effects) в моделях механики сплошных сред», 2002, "Механика композиционных материалов и конструкций ", Т.8., №1, стр.71-82.
11. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B. « Multiscale Modeling in the Mechanics of Materials: Cohesion, Interfacial Interactions, Inclusions and Defects», 2003, in BOOK "Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics", Analysis and Simulation of Multifield Problems, vol. 12, Springer, (2003), P. 101-110.
12. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B., Tuchkova N. «Nanomechanical modeling of the nanostructures and dispersed composites», 2003, J. Computational Materials Science, 28(3-4), p.529-539.

13. Белов П.А., Лурье С.А. «Общая теория дефектов сплошных сред», 2003, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.9, №4, стр. 471-485.
14. Образцов И.Ф., Лурье С.А., Белов П.А., Волков-Богородский Д.Б., Яновский Ю.Г., Кочемасова Е.И., Дудченко А.А., Потупчик Е.М., Шумова Н.П. «Основы теории межфазного слоя», 2004, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.10, №4, стр. 596-612.
15. Lurie S.A., Belov P.A., Tuchkova N.P. «The application of the multiscale models for description of the dispersed composites», 2005, J. "Computational Materials Science" A., 2005, 36(2), p. 145-152.
16. Белов П.А., Лурье С.А. «Континуальная модель микрогетерогенных сред», 2009, «Прикладная математика и механика», Т. 73. № 5. стр. 599-608.
17. Лурье С.А., Белов П.А. «Вариационная формулировка математических моделей сред с микроструктурами», Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2006. № 14. С. 114-132.
18. Лурье С.А., Белов П.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Частные случаи», "Advanced problems of heterogeneous media.", Inst. of Appl. Mech. Of Russian Academy of Sciences, 2006, (1) pp.235-267.
19. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B., N.Tuchkova «Interphase layer theory and application in the mechanics of composite materials», Journal of Materials Science, 2006. V. 41. № 20. p. 6693-6707.
20. Белов П.А., Горшков А.Г., Лурье С.А. «Вариационная модель неголономных 4Dсред», Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2006. № 6. С. 29-46.
21. Лурье С.А., Белов П.А., Дудченко А.А., Семернин А.М., Хадарман Х «Об одном алгоритме учета поврежденности в механике материалов», 2006, "Механика композиционных материалов и конструкций", Т.12, №4, p.566-

22. Белов П.А., Лурье С.А. «К общей геометрической теории дефектных сред», Физическая мезомеханика, 2007. Т. 10. № 6. С. 49-61.
23. Белов П.А., Лурье С.А. «Теория идеальных адгезионных взаимодействий», Механика композиционных материалов и конструкций, 2007, Т. 13. № 4. С. 519-536.
24. Lurie S.A., Belov P.A. «Cohesion field: Barenblatt's hypothesis as formal corollary of theory of continuous media with conserved dislocations», International Journal of Fracture. 2008. Т. 150. № 1-2. С. 181-194.
25. Белов П.А., Лурье С.А. «Теория 4D-сред с сохраняющимися дислокациями», Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2008. № 4. С. 26-41.
26. Белов П.А., Лурье С.А. «Континуальная теория адгезионных взаимодействий поврежденных сред», Механика композиционных материалов и конструкций. 2009. Т. 15. № 4. С. 610-629.
27. S.A.Lurie, P.A.Belov, N.Tuchkova «Gradient theory of media with conserved dislocations. Application to microstructured materials», 2010, BOOK series "Advances in Mechanics and Mathematics". Generalized Continua. Springer, New York
28. Белов П.А., Гордеев А.В. «Моделирование свойств композиционного материала, армированного короткими волокнами. Учёт адгезионных взаимодействий», Композиты и наноструктуры. 2010. № 1. стр. 40-46.
29. Белов П.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Общая и прикладная теория межфазного слоя», Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2011, №4, С. 5-14.
30. Белов П.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Обобщение модели Миндлина», Композиты и наноструктуры. 2011. № 1. С. 24-38.

31. Белов П.А. «Об одной двухпараметрической градиентной модели деформируемых сред», *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2011. Т. 17. № 2. С. 170-176.
32. Белов П.А., Жигалин Г.Я. «Математическое моделирование механических свойств графена», *"Механика и процессы управления. Труды XXXXI всероссийского симпозиума"*, Т.1, М, РАН, 2011, стр. 220-227.
33. Белов П.А., Лурье С.А. «Идеальная несимметричная 4D-среда как модель обратимой динамической термоупругости», *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2012. № 5. С. 108-120.
34. Лурье С.А., Белов П.А. «О масштабных эффектах в механике хрупкого разрушения», 2013, *"Деформации и разрушение материалов"*, № 5, стр. 10-17.
35. Белов П.А., Нелюб В.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. О единой природе адгезионных и реберных взаимодействий», 2013, *"Клеи. Герметики. Технологии"*, №5, стр. 28-34
36. Белов П.А., Лурье С.А., Гордеев А.В. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Градиентная модель нанокompозита, армированного SWNT», 2013, *"Материаловедение"*, №5, стр. 35-39.
37. Белов П.А., Гордеев А.В. «Адгезионная модель нанокompозита, армированного SWNT», 2013, *"Материаловедение"*, №6, стр. 33-38.
38. Белов П.А., Зайцев О.В. «Объяснение «Эффекта Одегарда на коротких SWNT», в рамках градиентной теории межфазного слоя», 2013, *"Материаловедение"*, №7, стр. 44-46.
39. Белов П.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. О единой природе когезионных и адгезионных взаимодействий», 2013, *Сборник трудов Международной заочной научно-практической конференции "«Актуальные вопросы образования и науки»"*, Россия, Тамбов, 30 декабря 2013 г.
40. Белов П.А. «Пространство моделей градиентных теорий упругости», 2013, *Сборник трудов Международной заочной научно-практической конференции "«Актуальные вопросы образования и науки»"*, Россия, Тамбов, 30 декабря 2013 г.

Публикации в других научных изданиях и журналах.

1. Lurie S.A., Belov P.A. «The model of heterogeneous continuum description tension surface and some generalization to the theory of field in physics», 1995, 2th Symposium "Advances in structural and heterogeneous continua", Russia, Moscow.
2. Lurie S.A., Belov P.A., Orlov A.P., Pankratov V.V. «Continuum mechanics models with generalized kinematics and fracture mechanics application», 1997, 16th Canadian Congress of Applied Mechanics. Canada. Quebec 93-94/
3. Lurie S.A., Belov P.A. «Models continuums with the generalized kinematics and some applications», 1997, 3-rd international symposium "Dynamic and technological problems of the mechanics of designs and continuous media", Russia, Yaropoletz.
4. Lurie S.A., Belov P.A., Sergeev V.N. « About a method of orthogonal kinematic statements in problems of mechanics», 1998, 4-th international symposium "Dynamic and technological problems of the mechanics of designs and continuous media", Russia, Yaropoletz.
5. Lurie S.A., Belov P.A. «On the Theory of the Thin Films and Cohesion Field», 2000, Annual Scientific Conference, Book of Annotations, 2000, 2-7 April, Gottingen, Germany.
6. Lurie S.A., Belov P.A. «Multiscale Modeling in the Mechanics of Materials: Cohesion and Interfacial Interactions, Defects», Annual conference of the American scientific organization of composites, USA, Blacksburg, 10.10.2001г.
7. Белов П.А., Лурье С.А. «Модели сплошных сред с неинтегрируемым полем тензора деформаций», Сборник аннотаций докладов VIII Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике, Пермь, 2001, с.98.
8. Lurie S.A., Belov P.A. «Multiscale modeling in the mechanics of Materials: Cohesion, Interfacial Interactions, Inclusions and Defects», 12 Int. Workshop Computational Mechanics of Materials, Book of Abstracts, Germany, Darmstadt, Sept. 2002.

9. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B., N.Tuchkova « Nanomechanical modeling of the nanostructures and dispersed composites», 12 Int. Workshop Computational Mechanics of Materials, Book of Abstracts, Germany, Darmstadt, Sept. 2002.
10. Lurie S., Belov P. «Multiscale modeling in continuum mechanics of solids. Applications in fracture mechanics and mechanics of composites», VII Int. Conf. Computer-Aided Design of Advanced Materials and Technologies. Book of Abstracts, August, Tomsk, 2003, pp.200-201.
11. Lurie S., Belov P. «About new classification of the defects in the solid mechanics (some applications)», 13 Int. Workshop Computational Mechanics of Materials, Book of Abstracts, Germany, Magdeburg, Sept. 2003, pp.42-43.
12. Belov P., Tuchkova N., Lurie S. «Multiscale modeling of the reinforcement effects of the nanocomposites», 13 Int. Workshop Computational Mechanics of Materials, Book of Abstracts, Germany, Magdeburg, Sept. 2003, pp.69-70.
13. Lurie S., Belov P. «The application of the multiscale models for description of the dispersed composites», 7th Int. Conf. On the Deformation and Fracture of Composites (DFC-7), The University of Sheffield, April 2003, Book of Abstracts.
14. Lurie S.A., Belov P.A. «Mathematical model of the interfacial layer in the mechanics of materials», 2004, 6-th International Congress on Mathematical Modeling. Russia, Nigny Novgorod, September, p.34-35.
15. Lurie S.A., Belov P.A., Zubov V., Tuchkova N.P. «Modeling of the interphase layer in the mechanics of composite materials. Identification of the model parameters», Euromech, 2004, Colloquium 458, Lomonosov Moscow State University, Abstracts pp.72-74.
16. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B., N.Tuchkova «Theory of the interfacial interactions as particular variant of the theory for continuous media with kept dislocations», Euromech, 2005, S-Petersburg (Repino).
17. Lurie S.A., Belov P.A., Volkov-Bogorodsky D.B., N.Tuchkova «Multi-Scale Modeling of Interphase Layer in Mechanics of Heterogeneous Mediums», Euromech, 2005, S-Petersburg (Repino).

18. Lurie S.A., Belov P.A. «On Variant of Interphase Layer Theory», Int Conf. Advanced in Multiscale Modeling of Composite Materials Systems & Components, CA., 25-30 Spt. Monterey, Abstracts p. 55-57.
19. Sergey Lurie, Petr Belov «Cohesion field: Barenblatt's hypothesis as formal corollary of theory of continuous media with conserved dislocations», International Congress on Fracture, 2007.
20. Потупчик Е.М., Лурье С.А., Белов П.А. «Исследование адгезионных взаимодействий в рамках неклассических моделей сплошных сред», II International Conference «Deformation & Fracture of Materials and Nanomaterials» DFMN2007.
21. Лурье С.А., П.А. Белов, Ю.О. Соляев, Потупчик Е.М. «Об одном варианте континуальной теории адгезионных взаимодействий», II International Conference «Deformation & Fracture of Materials and Nanomaterials» DFMN2007.
22. Лурье С.А., Белов П.А. «Градиентная теория межфазного слоя и её возможности при моделировании и прогнозе свойств микро- и наноструктурированных сред», 2009, Всероссийская конференция "Механика и наномеханика структурно-сложных и гетерогенных сред" к 20-летию ИПРИМ РАН.
23. Белов П.А. «Теория упругости или наномеханика. Что заложено в решатель?», Международная научно-практическая конференция «Инженерные системы 2011», Россия, Москва
24. Белов П.А. «Масштабные эффекты в мелкодисперсных композитах», III международная научно-практическая конференция "Компьютерные технологии в проектировании и производстве конструкций", Россия, Санкт-Петербург.
25. Белов П.А. «Теория дефектных сред как модель континуальной наномеханики», X Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, 2011.

26. Белов П.А., Жигалин Г.Ю. «Математическое моделирование механических свойств графена», XXXXI Всероссийский симпозиум «Механика и процессы управления», 2011, Россия, Миасс.
27. Белов П.А., Юхацков М.В. «О применимости решений классической теории упругости в области вершины трещины», IV международная научно-практическая конференция «КомпозИТ-2012: Информационные технологии в проектировании и производстве конструкций из композиционных материалов» 24 мая 2012 г., Россия, Москва.
28. Е.Н. Каблов, В.Б. Литвинов, И.С. Деев, П.А. Белов, Л.П. Кобец «Экспериментальные исследования новой моды разрушения в полимерных матрицах композиционных материалов и её математическое моделирование», 2012, Международная конференция, посвященная 80-летию ВИАМ, Россия, Москва.
29. Белов П.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Объяснение систематического отклонения экспериментальных данных от закона Холла-Петча», 2012, 19 Европейская конференция по механике разрушения, Россия, Казань.
30. Белов П.А., Лурье С.А. «Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Вывод G-интеграла», 2012, 19 Европейская конференция по механике разрушения, Россия, Казань.
31. Belov P.A. «Mechanical properties of graphene within the framework of gradient theory of adhesion», ICCS17, June 17-21, 2013, Porto, Portugal.