

УДК 629.785

## **Оптимизация околоземных и межпланетных миссий космических аппаратов с электрореактивными двигательными установками**

В.В. Салмин, О.Л. Старинова, В.В. Волоцуев, К.В. Петрухина, И.С. Ткаченко,  
М.Ю. Гоголев, А.С. Четвериков, И.Л. Матерова

### **Аннотация**

Излагаются методы проектно-баллистической оптимизации космических миссий с электрореактивными двигателями малой тяги. Приведены результаты решения серии прикладных задач для различных классов космических аппаратов, осуществляющих манёвры с двигателями малой тяги.

### **Ключевые слова**

космический аппарат; электроракетный двигатель; малая тяга; оптимальное управление; приближённые методы; геоцентрические манёвры; межпланетные перелёты

### **Введение**

Проблема повышения эффективности космических транспортных операций и режимов управления орбитами космических аппаратов (КА) в настоящее время приобретает особую актуальность. Одним из возможных путей решения этой проблемы является использование двигательных систем на базе электрореактивных двигателей (ЭРД) малой тяги.

При решении прикладных задач необходимо рассматривать в совокупности проблемы оптимизации траекторий и законов управления движением, а также выбора оптимальных соотношений масс основных компонентов КА с ЭРД и солнечной или ядерной энергетической установкой (ЯЭУ). Сложность математических моделей движения, управления и проектных характеристик КА приводит к появлению определенных трудностей

в решении задач оптимизации. В этих условиях существенно возрастает значение приближённых методов оптимизации и информационно-вычислительных технологий.

В настоящей статье описан методический подход к решению задач оптимизации проектно-баллистических характеристик КА с ЭРД малой тяги, описываются результаты решения серии прикладных задач.

## **1. Методы решения задач совместной оптимизации траекторий и проектных параметров космического аппарата с двигателем малой тяги**

### **1.1 Математическая постановка задачи**

Общей задачей совместной оптимизации будем называть задачу отыскания проектных параметров  $\bar{p} \in P$ , баллистических параметров  $\bar{b} \in B$  и совокупности функций  $\bar{u}(t, x, z)$ ,  $\bar{x}(t, z)$  из множества допустимых  $D$ , обеспечивающих реализацию диапазона динамических манёвров  $Z$  при минимальном (максимальном) значении заданного критерия оптимальности  $\mu$ .

Для решения баллистических задач будем использовать модели, учитывающие динамику движения относительно центра масс, ограничения на ориентацию вектора тяги, зависимость тяги двигателя от расстояния КА до Солнца и от ориентации солнечных батарей, влияние несферичности Земли и сопротивления верхних слоев атмосферы, влияние гравитационных полей Солнца и планет:

В качестве критерия оптимальности выберем начальную массу КА при фиксированной массе полезной нагрузки. Возможен также другой вариант, когда при фиксированной начальной массе максимизируется масса полезной нагрузки.

Проблема оптимизации разделяется на две независимые:

- 1) **динамическую** – нахождение оптимальных программ управления и получение динамической характеристики  $S$  прямого и обратного перелётов. Этим термином обозначается мера энергетических затрат на управление траекторным и угловым движением КА, представленная в виде зависимости (в явной или неявной формах) от граничных условий и проектных параметров. В качестве динамической характеристики обычно используется характеристическая скорость или моторное время полёта с двигателем малой тяги.
- 2) **параметрическую** – нахождение оптимальных проектных параметров КА и баллистических параметров миссии

## 1.2 Многокритериальная постановка задач оптимизации

Проектирование КА с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ), как и любой сложной технической системы, требует применения нескольких критериев эффективности. В общем случае целью миссии является доставка заданной полезной нагрузки в определённую точку (область) пространства состояний при минимальной начальной (стартовой) массе [2, 3]. При этом, однако, требуется обеспечить минимальную продолжительность перелёта  $T_i$ , минимальное время пребывания в радиационных поясах Земли  $T_{\delta\alpha\alpha}$ , минимальное время нахождения КА с солнечной ЭРДУ в тени Земли  $T_{\delta\alpha i}$ , минимальную стоимость осуществления миссии  $C$ . Для низкоорбитальных КА важным критерием является продолжительность активного функционирования  $T_o$ . Таким образом, имеется несколько критериев, по которым оценивается эффективность проекта в целом.

Для перехода от многокритериальной задачи оптимизации к однокритериальной используются различные подходы: выбор главного критерия и перевод остальных в ограничения; свёртка критериев; метод рабочих характеристик; метод уступок и другие.

## 1.3 Метод разделения переменных на «быстрые» и «медленно изменяющиеся»

При решении динамической задачи оптимизации в механике полёта с малой тягой в качестве модели движения часто используются уравнения в оскулирующих элементах. Эта модель наиболее удобна для упрощения методами асимптотического разделения переменных, описывающих движение, на быстрые и медленные компоненты. Это обуславливается, во-первых, наличием в явном виде малого параметра – реактивного ускорения от тяги, которое меньше гравитационного на несколько порядков; во-вторых, присутствием циклической переменной – угловой координаты, характеризующей положение КА на орбите относительно линии узлов или перицентра.

В общем случае в управление также могут входить как быстрые, так и медленные составляющие. В связи с этим задачу выбора оптимального управления удобно разделить на две:

- 1) определение локально-оптимального управления как функции быстрой переменной (выбор структуры управления на витке);
- 2) определение законов изменения параметров этой программы от витка к витку.

## 1.4 Принцип расширения – сужения множества допустимых состояний и управлений

Идея принципа расширения состоит в том, что функционал доопределяется на более широком множестве допустимых состояний и управлений  $E$  так, что наименьшее значение он принимает в множестве  $D$ . Практически это означает, что путем отбрасывания некоторых связей, ограничений и граничных условий упрощается математическая постановка и вычислительная схема решения задачи оптимизации [4].

Получение подобных решений связано с последовательной редукцией математической модели задачи оптимизации, и соответствующий метод предложено называть методом последовательных расширений.

Затем реализуется обратный процесс: полученное решение уточняется в ходе итерационной процедуры, множество допустимых решений сужается до тех пор, пока не будут выполнены все условия и ограничения, описанные в первоначальной постановке задачи. По существу, здесь реализуется схема последовательных приближений.

## 1.5 Синтез оптимальных и локально-оптимальных управлений

Наиболее распространенный метод решения динамических задач оптимизации основан на общем алгоритме принципа максимума Л.С. Понтрягина. Однако реализация этого алгоритма связана с большими вычислительными проблемами, связанными с отысканием начальных значений сопряженных переменных. В ряде случаев эффективными оказываются алгоритмы, основанные на идее локальной оптимизации функционалов.

Локально-оптимальными управлениями в дальнейшем будем называть такие управления  $\tilde{u}(t, x)$ , которые минимизируют не функционал динамической задачи  $J$  (интегральный), а подынтегральное выражение, то есть производную  $\frac{dJ}{dt}$  в каждый момент времени. Очевидно, если подынтегральное выражение не меняет знака и представляет собой монотонную функцию, описанная постановка эквивалентна исходной.

Решение при этом получается в виде конечных соотношений, не содержащих неопределённые величины (сопряжённые переменные в методе Л.С. Понтрягина).

## 1.6 Вычислительные методы решения краевых задач с процедурой продолжения по параметру

Пусть известно решение динамической задачи оптимизации для некоторого фиксированного вектора баллистических параметров перелета  $\bar{b}_0$ . Требуется найти решение

задачи в той же постановке, но для других параметров перелета  $\bar{b}^*$ . Допустим, что при небольшом отличии  $\bar{b}_0$  от  $\bar{b}^*$  решение задачи оптимизации и критерий оптимальности будут отличаться незначительно [6].

Разобьем отрезок от  $\bar{b}_0$  до  $\bar{b}^*$  на  $k$  частей и построим последовательность

$$\bar{b}_i = \bar{b}_0 + \frac{\bar{b}^* - \bar{b}_0}{k} i, \quad i = 1, \dots, k, \quad (1)$$

такую, что при  $i=0$ ,  $\bar{b}_i = \bar{b}_0$ , а при  $i=k$ ,  $\bar{b}_i = \bar{b}^*$ . Так как задача оптимизации при  $\bar{b}_0$  решена, то известно начальное значение вектора подбираемых параметров  $\bar{y}_i = (\bar{x}^n(t_0), \bar{\psi}^n(t_0))$ .

Если учитывать только линейную часть приращения вектора  $\bar{y}_i$  при изменении вектора проектно-баллистических параметров  $\bar{b}_i$  (только первую производную), то получим

$$\bar{y}(\bar{b}_{i+1}) = \bar{y}(\bar{b}_i) + A_i (\bar{b}_{i+1} - \bar{b}_i), \quad (2)$$

где  $A_i$  - матрица соответствующих частных производных, которая может быть вычислена по формуле

$$A_i = (\bar{y}(\bar{z}_i) - \bar{y}(\bar{b}_{i-1})) \cdot (\bar{b}_i - \bar{b}_{i-1})^{-1}. \quad (3)$$

Формулы (1)-(3) используются в итерационной схеме решения задачи математического программирования.

## 1.7 Структурно-параметрический синтез алгоритмов терминального управления

Во многих задачах управления математическая модель управляемой системы обладает неопределённостью, связанной с наличием возмущений, природа которых и их характеристики известны недостаточно.

Когда траектория КА мало отличается от расчетной, можно использовать алгоритмы, основанные на отслеживании номинальной траектории или программы управления. Если же отклонения велики или не удастся заранее построить точную модель действующих возмущений, существенно изменяющихся в процессе полёта, целесообразно применять адаптивные алгоритмы управления.

## 1.8 Итерационная процедура последовательной оптимизации

Зададим последовательность математических моделей  $\{M^j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , динамической задачи для конкретного манёвра  $z$  из подмножества  $Z$ . В рамках каждой из моделей  $M^j$  определим критерий оптимальности динамической задачи – функционал  $J(z, p, x, u)$ , а также множество допустимых траекторий и управлений  $D_j$  и получим динамическую

характеристику манёвра,  $S^{(j)}(z, p)$  [3,8].

Процесс оптимального синтеза назовем устойчивым, если сколь угодно малым приращениям вектора проектных параметров соответствуют малые изменения критерия  $\mu$ . Процесс заканчивается, когда применение модели более высокого уровня не приводит к заметному изменению критерия оптимальности  $\mu$  и вектора проектных параметров  $\bar{p}$ .

По мере усложнения моделей, описывающих движение аппарата, необходимо уточнять и его проектную модель. Например, при учёте затрат на управление в уточнённой модели движения, необходимо в проектной модели КА описывать не только массу, но и площадь и геометрические размеры солнечных батарей, зависимость энергосъёма с панелей солнечных батарей от условий освещённости на припланетных участках, деградацию их покрытия во время пребывания в радиационных поясах Земли и т.п. Таким образом, процесс поиска оптимальных траекторий и проектных параметров КА носит итерационный характер, с каждой итерацией модель, описывающая систему, усложняется.

Выбранная последовательность моделей должна удовлетворять требованиям:

- Результаты, полученные при оптимизации по  $n$ -ой модели, должны иметь самостоятельную ценность для различных этапов проектирования.
- Переход к более точной модели должен осуществляться наиболее простым способом, например, изменением одной фазовой координаты или ограничения.
- Результаты, полученные на  $j$ -ой модели, должны использоваться в качестве начального приближения для  $j+1$ -ой модели.
- Должны быть известны и согласованы точности моделей, описывающих управляемое движение и проектный облик КА.
- Должен быть установлен критерий, при выполнении которого уточнение (и усложнение) моделей прекращается.

## **1.9 Информационно-вычислительная технология синтеза и формирование базы данных**

Для повышения эффективности процедур поиска оптимальных решений разработана информационно-вычислительная система (ИВС), которая состоит из двух взаимосвязанных частей, предназначенных для решения проектной и динамической задач оптимизации. В её основании лежит база данных, автоматически заполняемая результатами решений, полученными в рамках различных моделей проектного облика и движения КА.

После получения начального приближения решения, если требуется, осуществляется его уточнение с использованием процедур перемещения в пространстве баллистических и

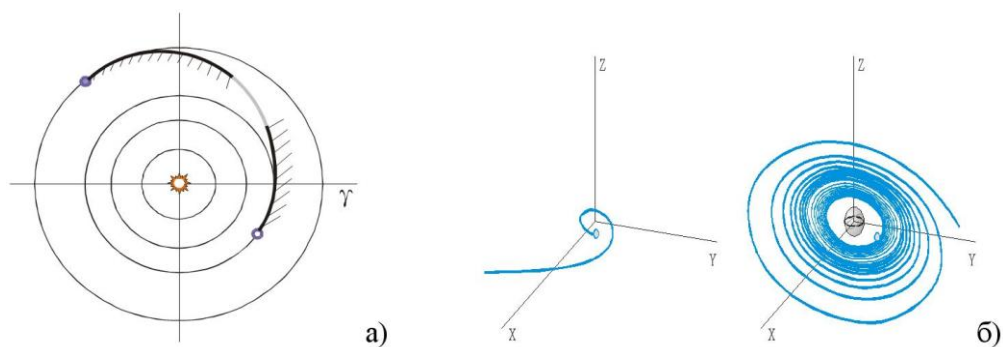
проектных параметров, которые позволяют получать решение задач оптимизации при незначительном изменении одного или нескольких компонентов. Здесь формируется матрица коэффициентов влияния. Если точность модели движения не соответствует заданной, то осуществляется переход на модель следующего уровня.

При работе ИВС база данных автоматически расширяется за счет включения в нее всех решений, полученных в процессе «перемещений» в пространстве баллистических и проектных параметров и увеличении уровня сложности моделей. При достаточном количестве решений, полученных для данной модели движения, возможно использование режима обработки данных – получения или уточнения аппроксимационных зависимостей, связывающих критерий оптимальности и векторы баллистических и проектных параметров.

## 2. Результаты решения прикладных задач проектно-баллистической оптимизации космических перелётов с малой тягой

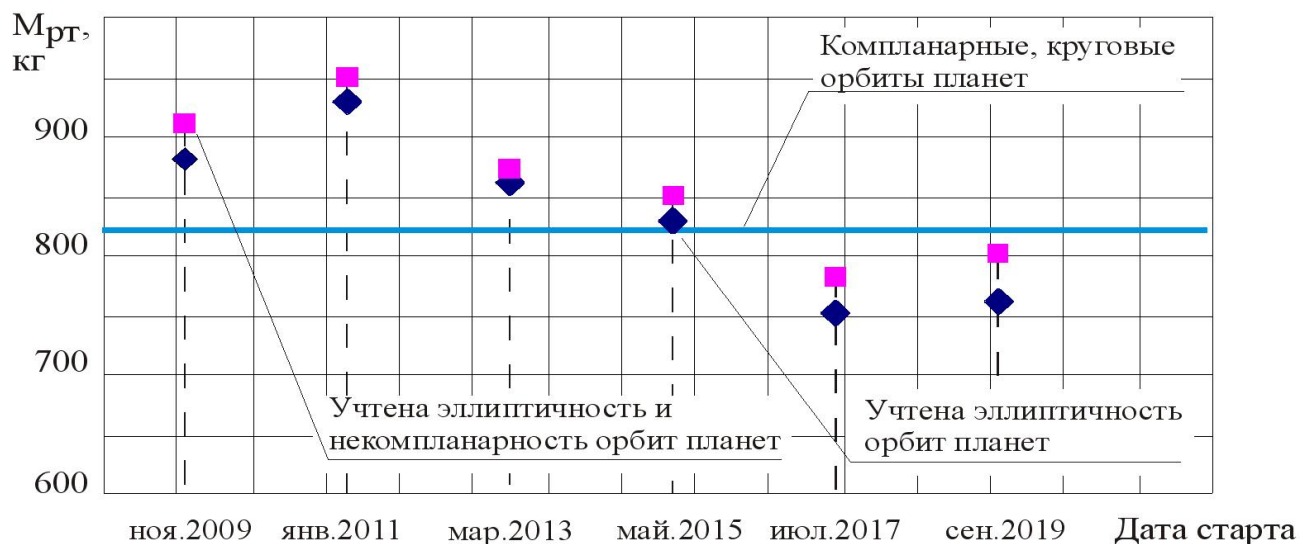
### 2.1 Оптимизация межпланетного перелёта к Марсу автоматического КА с солнечной электроракетной двигательной установкой

Задача оптимизации решалась итерационным методом, основанном на разбиении фазового пространства и использовании последовательности усложняющихся моделей. На первом этапе баллистические и проектные параметры определялись по приближённым аппроксимационным моделям; затем решалась серия вариационных задач оптимизации траекторий плоских гелиоцентрических перелётов с переменной тягой; далее проводилась оптимизация планетоцентрических участков перелётов, и производился расчёт семейства гелиоцентрических траекторий с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит планет для различных типов граничных условий; на заключительном этапе выбирались оптимальные даты старта и проектные параметры КА [5]. Ниже представлен пример расчета оптимального перелета по маршруту «Земля -Марс» на этапе гелиоцентрического перелета (рисунок 1а) и на этапе торможения в сфере действия Марса (рисунок 1б).



**Рис.1. Оптимальная траектория перелета Земля – Марс (а); этапы торможения в сфере действия Марса на подлетной траектории и при формировании заданной ареоцентрической орбиты**

Из рассмотренного периода с 2009 г. по 2019 г. оптимальные даты старта лежат в окрестности 24.07.2017, продолжительность перелёта при этом составляет 350 суток (см. рисунок 2). Оптимальные проектные параметры: потребная тяга блока ЭРД составляет 4.0 Н, скорость истечения 70 км/с (такие параметры можно реализовать, используя связку из восьми двигателей типа СПД-200). При массе КА на орбите старта 5380 кг конечная масса на ареоцентрической орбите составляет 3370 кг, полезная нагрузка при этом превышает 1500 кг.



**Рис. 2. Выбор оптимальной даты старта с учетом эллиптичности и некомпланарности орбит планет (КА стартовой массой 5380 кг и длительностью гелиоцентрического перелета 248.5 суток)**

Применение итерационной схемы решения задачи с последовательным усложнением проектных и баллистических моделей позволило существенно повысить эффективность процедуры поиска проектных решений, так как основные параметры, определяющие проектный облик КА, удалось получить уже на второй итерации. Последующие итерации показали возможность уменьшения суммарного расхода рабочего тела примерно на 8 % (около 170 кг).

## 2.2 Многокритериальный синтез баллистических схем межпланетных перелётов

Рассматривается задача синтеза баллистических схем межпланетных перелётов методами многокритериальной оптимизации. Основными критериями оптимальности являются: суммарная продолжительность перелёта, состоящего из припланетных и гелиоцентрического участков, стартовая масса КА на околоземной орбите, стоимость осуществления миссии, надёжность транспортного модуля. Сравнимые варианты осуществления перелёта предполагают использование: только двигателей малой тяги; химических разгонных блоков (ХРБ) и их комбинации с ЭРД; гравитационного манёвра у



Луны с целью обеспечения требуемого вектора гиперболического избытка скорости. Рассматривались также варианты вывода КА на опорную околоземную орбиту с помощью ракет-носителей различного класса («Союз-2», «Протон»). В качестве ХРБ может быть использован ХРБ «Фрегат», а также перспективный разгонный блок с улучшенными энергетическими характеристиками. Структура электрореактивного транспортного модуля предполагает как использование хорошо отработанных стационарных плазменных двигателей СПД-100, так и ЭРД увеличенной тяги (СПД-140, СПД-200). В качестве источника энергии для ЭРДУ рассматривались как солнечные батареи с фотоэлементами из традиционного кремния, так и современные батареи пакетного типа с фотоэлементами из арсенида галлия [7].

На этапе предварительной оценки альтернативных баллистических и проектных схем перелета используется метод линейной свёртки критериев, приведённых к относительным значениям. Для сравнения альтернатив используется метод морфологического анализа, основанный на построении морфологической таблицы, в которой перечисляются все основные элементы, описывающие миссию в целом (параметры баллистической схемы полёта, траектории, возможности ракет-носителей и разгонных блоков, проектные параметры межпланетного аппарата и его энергодвигательной системы).

Анализировались варианты доставки полезной нагрузки с околоземной орбиты на орбиту спутника Марса. В зависимости от массы полезной нагрузки выбирался класс ракеты-носителя. Затраты на осуществление проекта определялись на основе известных статистических данных и аппроксимационных формул.

Неотъемлемым элементом построения морфологического анализа являлось решение проектно-баллистической задачи оптимизации (выбор баллистической схемы полёта, траекторий и дат старта). Надёжность осуществления миссии оценивалась на основе методик, принятых в проектных организациях. Анализ морфологической таблицы, построенной по результатам расчётов, позволил выделить следующие классы перелётов: 1) перелёт с доставкой максимальной массы полезной нагрузки; 2) перелёт наименьшей продолжительности; 3) перелёт с наименьшими затратами. В качестве примера рассматривался вариант доставки массы полезной нагрузки, превышающей 836 кг, с длительностью перелёта менее 600 суток, предельной стоимостью осуществления миссии 180 млн. долларов и минимального уровня надёжности 0.7.

На основании серии расчётов построено множество неулучшаемых решений (множество Парето) в координатах: масса полезной нагрузки – продолжительность перелёта.

Комплексная оценка миссии с учётом всех указанных критериев отображалась с помощью лепестковых диаграмм. В результате анализа остались три конкурентоспособных варианта, в которых используется ракета-носитель «Союз-2», ХРБ «Фрегат», блок ЭРДУ на основе двигателей СПД-100, солнечные батареи на основе арсенида галлия, а баллистическая схема может предусматривать осуществление гравитационного манёвра у Луны, набор гиперболической скорости у Земли целиком за счет ХРБ «Фрегат», а также формирование промежуточной высокоэллиптической орбиты с помощью ХРБ «Фрегат» с дальнейшим доразгоном и перелётом с помощью блока ЭРДУ.

### 2.3 Оптимизация межпланетной пилотируемой миссии Земля-Марс-Земля

Баллистическая часть задачи оптимизации решалась в соответствии с разработанным подходом, связанным с использованием последовательности усложняющихся моделей.

Первая модель описывает движение КА в рамках теории сфер действия в центральном поле притяжения Солнца и планет, без учета возмущений от других притягивающих центров в плоской полярной системе координат.

В рамках второй модели, движение КА разделяется, в соответствии с теорией сфер действия, на гелио- и планетоцентрические участки, при этом на границах сфер действия приводится точная стыковка траекторий движения по координатам, скорости и массе КА. Орбиты планет считаются эллиптическими и некомпланарными; при расчете движения в сферах действия планет учитываются участки затенения, гравитационные возмущения от других небесных тел и нецентральности гравитационного поля планеты [8].

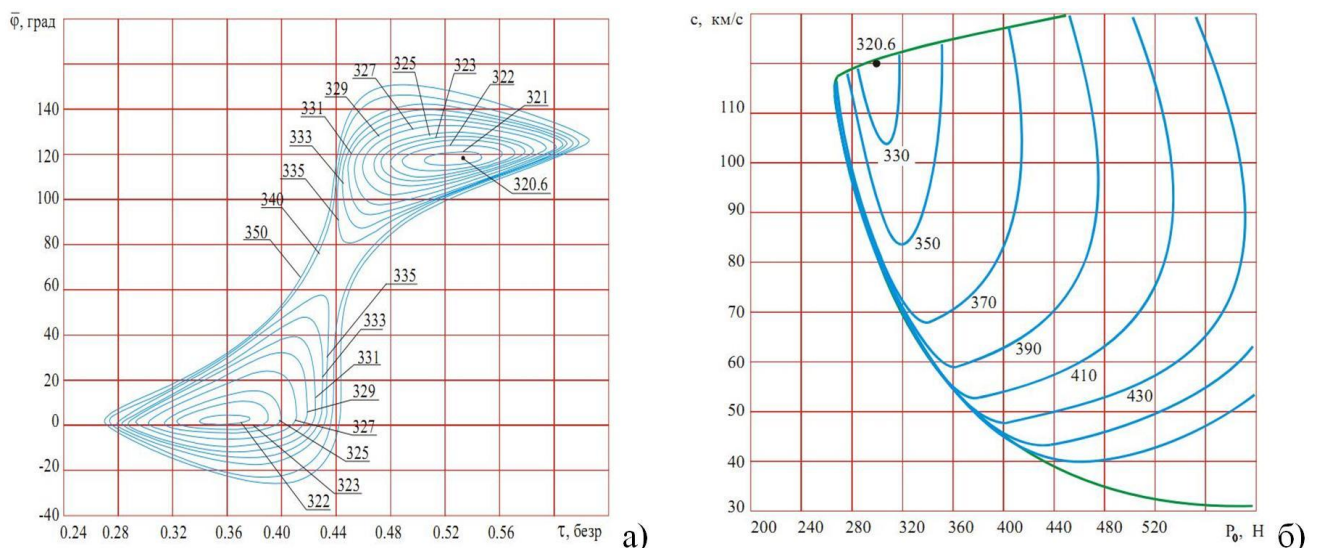
Третья модель использует уравнения движения в поле притяжения нескольких тел (Солнце и планеты Солнечной системы), учитывается эллиптичность и некомпланарность орбит планет, деградация солнечных батарей и другие факторы. Воздействие радиации на панели солнечных батарей приводит к возникновению дефектов кристаллической решетки полупроводников, что приводит к снижению коэффициента собирания солнечных элементов и падению фототока:

$$N(t) = N_0(1 - k_A R(t)), \quad (4)$$

где  $N(t)$  - мощность энергоустановки в текущий момент времени;  $k_A$  - коэффициент деградации солнечных батарей;  $R(t)$  - суммарная доза радиации, полученная КА на данный момент времени. При решении динамической части задачи учитываются ограничения на проектные и баллистические параметры и вектор управления, траектория рассматривается как непрерывная с оптимальной стыковкой участков.

Алгоритм оптимизации замкнутых межпланетных перелетов основан на последовательном моделировании участков плането- и гелиоцентрических участков движения с их стыковкой, предусмотренной в рамках используемой модели движения при заданных значениях проектных и баллистических параметров, и последующем решении задачи математического программирования для определения их оптимальных значений.

Результаты проектно-баллистической оптимизации замкнутого перелета Земля-Марс-Земля, выполняемого КА с солнечной энергетической установкой и двигателями малой тяги представлены на рисунке 3. На рисунке 3а представлены изолинии стартовой массы КА, а на рисунке 3б показана соответствующая оптимальная баллистическая схема перелета Земля-Марс-Земля в проекции на плоскость эклиптики для оптимальных дат старта с учетом эллиптичности и некомпланарности орбит планет. В таблице 1 представлены проектные характеристики миссии на различных этапах перелета при использовании различных моделей движения.



**Рис. 3. Изолинии стартовой массы КА на поле баллистических параметров: относительного углового положения Земли и Марса  $\bar{\varphi}$  и отношения длительности прямого перелета к суммарной продолжительности замкнутого перелета  $\tau$  (а); на поле проектных параметров, описывающих КА,  $p = \{c, P_0\}$  (тяга  $P$  и скорость истечения рабочего тела их двигателей малой тяги  $c$ ) (б) для пилотируемой экспедиции Земля – Марс - Земля**

**Результаты поэтапной проектно-баллистической оптимизации пилотируемой экспедиции Земля-Март-Земля с двигателем малой тяги**

| Использованная модель  | Оптимальные даты |            | $\tau$ , безр. | $T_{\Sigma}$ , сут. | Масса КА, тонн |       |        | Опт. параметры |         |
|--|------------------|------------|----------------|---------------------|----------------|-------|--------|----------------|---------|
|  | старта           | финиша     |                |                     | старт          | финиш | расход | P, H           | c, км/с |
| Планетоцентрическое и гелиоцентрическое движение рассчитывалось по приближенным зависимостям | 06.07.2017       | 05.08.2019 | 0.456          | 770                 | 371.0          | 130.0 | 181.02 | 350.2          | 72      |
| <b>Первая модель</b>   | 08.07.2017       | 07.08.2019 |                |                     | 361.8          |       | 171.91 | 350.1          | 70      |
| <b>Вторая модель</b> (без оптимизации точек стыковки плането- и гелиоцентрических участков)  | 09.07.2017       | 07.08.2019 | 0.454          |                     | 316.8          | 129.9 | 126.9  | 350.0          |         |
| <b>Вторая модель</b> (оптимальная стыковка плането- и гелиоцентрических участков)            |                  | 08.08.2019 | 0.456          | 309.7               | 119.8          |       |        |                |         |
| <b>Третья модель</b> (имитационное моделирование)  |                  | 10.08.2019 | -              | 772                 |                |       |        |                |         |

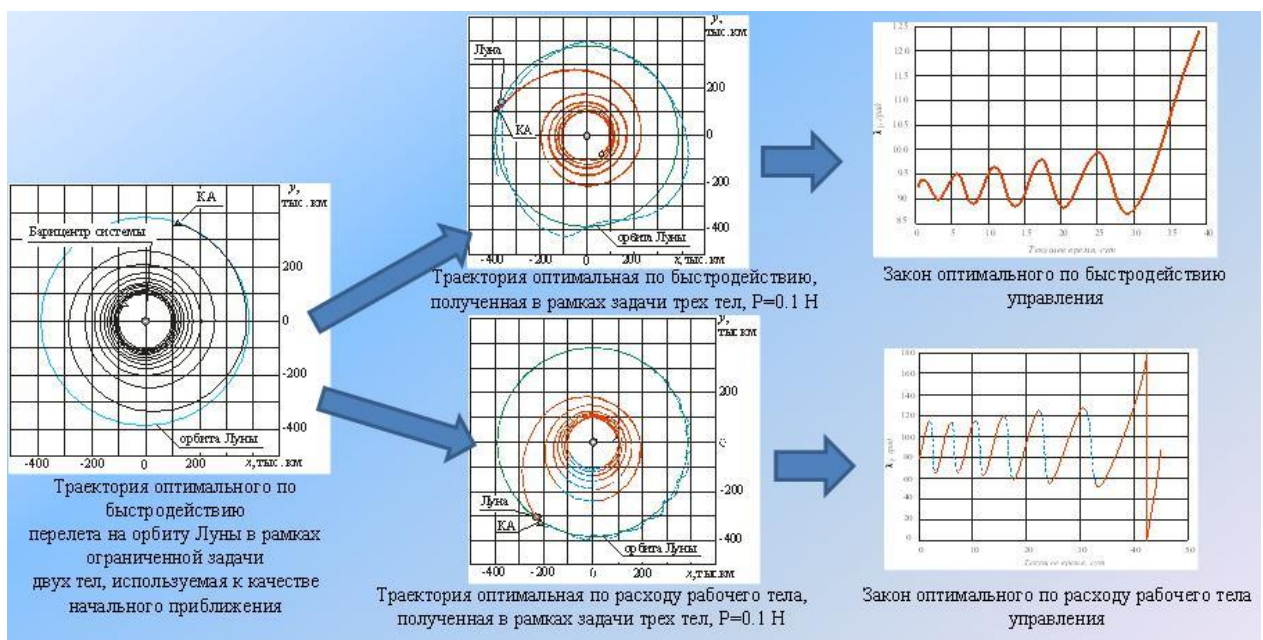
#### 2.4 Оптимизация перелетов с малой тягой в системе Земля-Луна

Проектно-баллистическая оптимизация перелётов между околоземными и селеноцентрическими орбитами проводится в рамках ограниченной задачи трех тел. Пространственное движение КА с двигателем малой тяги описывается в комбинированной барицентрической системе координат. В качестве критериев оптимальности используется минимальная длительность перелёта или минимальный расход рабочего тела. Рассматривается частный случай постановки задачи, когда проектные параметры КА выбраны, и оптимизируются только траектории и законы управления движением. Решение динамической задачи оптимизации в рамках формализма принципа максимума Понтрягина сводится к шести параметрической краевой задаче, решение которой связано со значительными вычислительными трудностями. Здесь удобнее реализовать подход, связанный с использованием последовательности усложняющихся моделей, допускающий переходы между моделями при непрерывном изменении баллистических параметров, т.е. описанный выше численный метод продолжения по параметру. В качестве исходной модели «нулевого приближения» используется модель «плоского» движения КА без учёта притяжения Луны. Здесь в качестве начальных приближений для значений сопряжённых множителей используются результаты решения задачи перелёта между круговыми

компланарными орбитами с нефиксированной угловой дальностью, порядок краевой задачи снижается до трёх. На следующей итерации осуществляется непрерывное изменение гравитационного параметра Луны от нуля до конечного значения и производится переход к модели круговой ограниченной задачи трёх тел с нефиксированной угловой дальностью. На следующем этапе вводится условие достижения требуемой угловой дальности, т.е. приведения КА в окрестность Луны. Краевая задача становится четырёх параметрической. Оптимальное управление определяется методом перемещения по параметру [5].

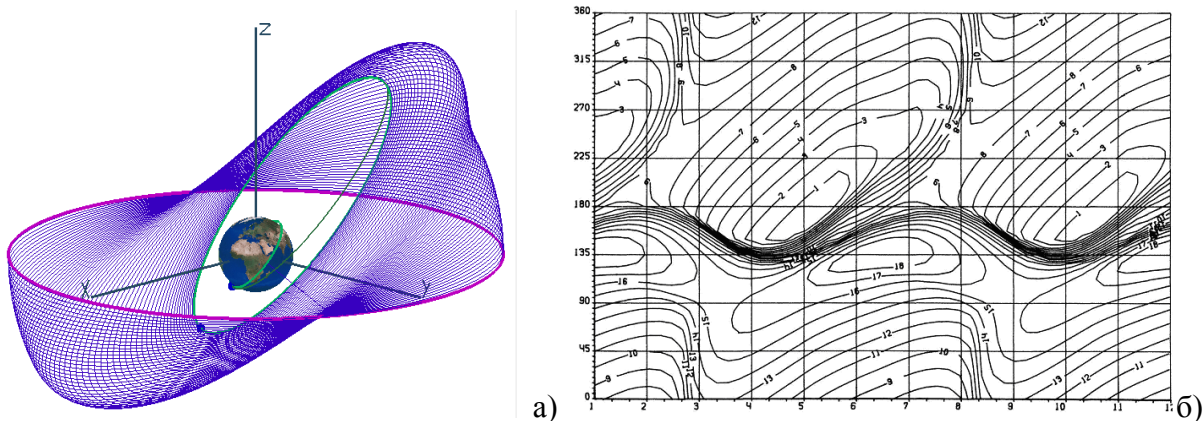
Моделирование движения осуществлялось для КА - аналога исследовательского КА Европейского космического агентства Smart 1, начальная масса равнялась 400 кг, скорость истечения – 15 км/с, тяга – 0,1 Н. Моделировалась задача достижения окрестности Луны с пролётом на угловом расстоянии 5 градусов. После достижения окрестности Луны двигатель выключался. Конечная скорость относительно Луны была такова, что после вхождения в сферу действия Луны осуществлялся захват КА её гравитационным полем.

Заключительный этап манёвра состоял в формировании селеноцентрической орбиты с заданными параметрами. Здесь удобно применять локально-оптимальные законы управления эксцентриситетом, наклонением и периодом обращения селеноцентрической орбиты. Длительность этого этапа составила 39...45 суток при радиусе орбиты старта 100000 км, расход рабочего тела – 22.8 кг. На рисунке 4 представлены результаты оптимизации перелета с малой тягой в системе «Земля - Луна».



**Рис.4. Оптимизация перелетов с малой тягой в системе Земля-Луна**





**Рис. 6 – Схема перелета (а) и линии равной продолжительности теневых участков для перелета КА с солнечной ЭРДУ с низкой околоземной на ГСО при величине реактивного ускорения  $a_0=1.0 \times 10^{-3} \text{ м/с}^2$ , и наклонении начальной орбиты  $i_0 = 51^\circ$  (б)**

Управление вектором тяги при перелётах между некомпланарными орбитами требует изменение знака бинормальной составляющей реактивного ускорения дважды за виток.

Учитывая взаимосвязь движения центра масс КА по орбите и развороты КА вокруг связанной оси, получены выражения для управляющих моментов по связанным осям  $M_{x1}$ ,  $M_{y1}$ ,  $M_{z1}$  [1].

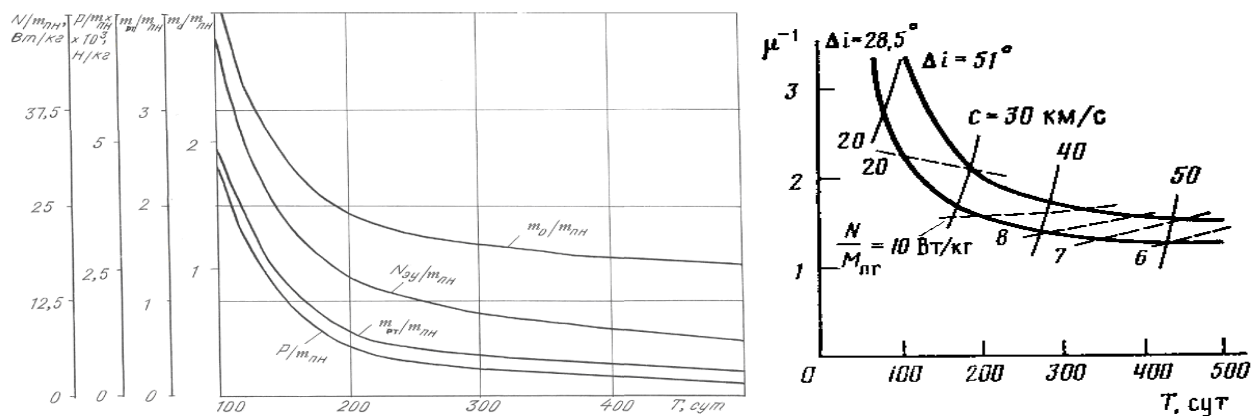
Вектор основных проектных параметров, задающих проектный облик МТА, содержит мощность энергоустановки  $N$ , уровень тяги маршевых ЭРД  $P$  и скорость истечения рабочего тела  $c$ . Далее процесс оптимизации ведётся в ходе итерационной процедуры.

Процедура поиска оптимальных параметров разделяется на два этапа: на первом эти параметры выбираются из условия минимума только характеристической скорости перелёта; а на втором уточняются, обеспечивая максимум по глобальному критерию – относительной массе полезной нагрузки.

На заключительном этапе уточняются дополнительные затраты энергетики на реализацию перелёта и задаётся закон управления в форме обратной связи. Здесь учитываются основные возмущения, методические погрешности и ошибки исполнения программы управления. В результате определяется окончательная баллистическая схема перелёта, прогнозируется распределение коррекций. Окончательное значение характеристической скорости служит для синтеза оптимальных параметров МТА третьего приближения.

На рисунке 7 приведены расчетные оптимальные проектные параметры МТА отнесенные к массе полезной нагрузки: мощность энергоустановки, тяга ЭРДУ, масса рабочего тела и стартовая масса МТА, а также отношение массы полезной нагрузки к стартовой массе МТА как функции длительности перелета [9].



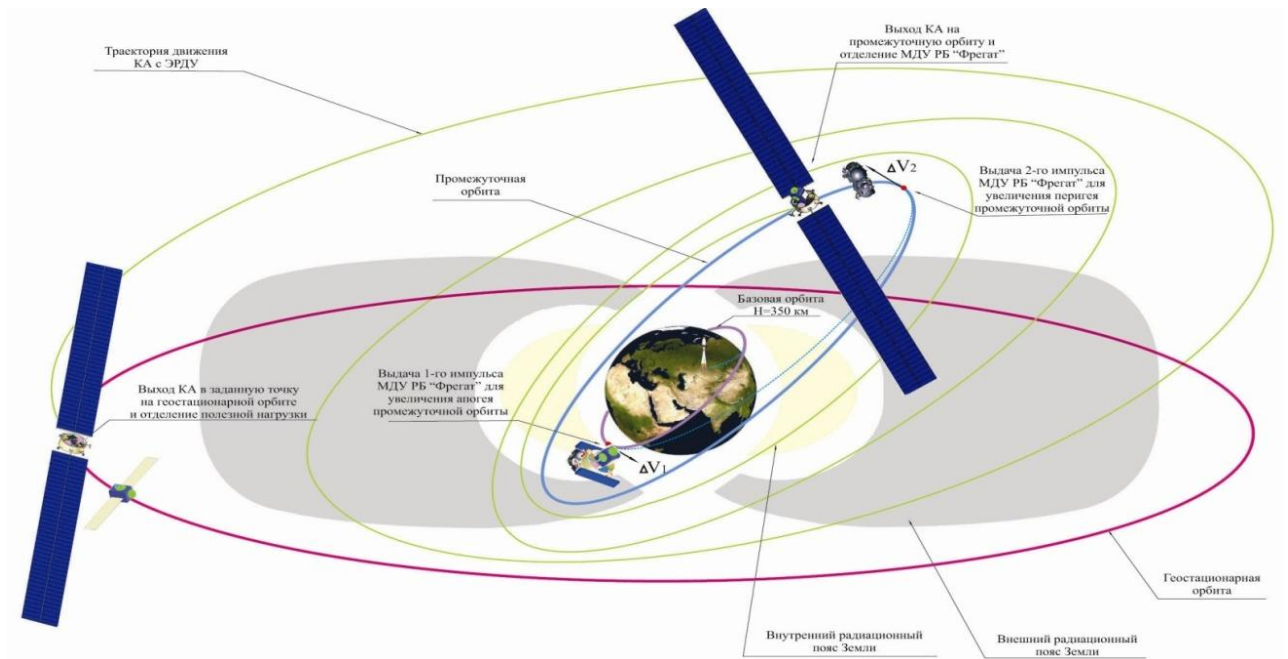


**Рис.7. Оптимальные проектные параметры МТА, предназначенного для транспортировки «стандартного» полезного груза, отнесенные к массе полезной нагрузки (мощность энергоустановки, тяга ЭРДУ, масса рабочего тела и стартовая масса МТА) как функции длительности перелета, а также отношение массы полезной нагрузки к стартовой массе МТА ( $\mu^{-1}$ ) как функция длительности перелета**

## 2.6 Оптимизация комбинированных схем выведения полезной нагрузки на ГСО

Решается задача выбора оптимальных баллистических схем перелёта КА на ГСО (см. рисунок 8) с использованием двигателей большой и малой тяги. Предлагается схема решения многокритериальной задачи оптимизации для комбинированных перелётов на ГСО: в качестве главных критериев принимаются масса полезной нагрузки на целевой орбите и продолжительность перелёта, а остальные критерии (общее время пребывания КА в радиационных поясах Земли и длительность теневых участков) переводятся в разряд ограничений. Предложен следующий итерационный метод: на первой итерации решается двухкритериальная задача оптимизации посредством выделения множества Парето-оптимальных решений; на второй итерации проводится проверка выполнения ограничений; на третьей итерации производится синтез проектно-баллистических характеристик перелёта в целом.

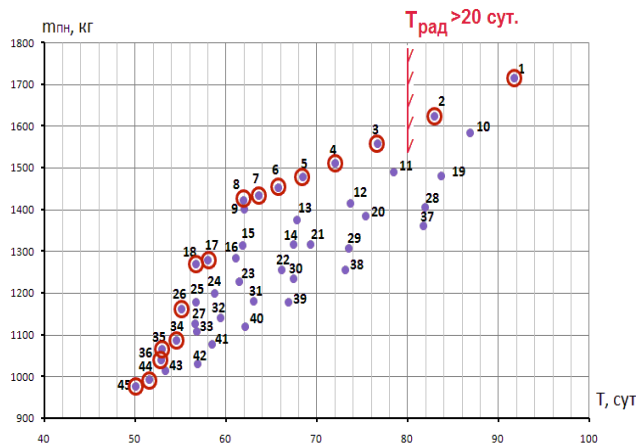




**Рис.8. Баллистическая схема перелета на ГСО**

Метод решения динамической части задачи базируется на использовании принципа расширения допустимых состояний и управлений при переходе от задачи оптимизации в строгой постановке (в соответствии с принципом максимума Л.С. Понтрягина) к задаче локальной оптимизации, в которой максимизируется производная функционала - суммарной невязки граничных условий перелёта по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению орбиты. Показано, что такой метод позволяет формировать управление элементами орбиты, не прибегая к вычислительной схеме решения краевой задач [12].

Серия проведённых расчетов показывает, что в среднем при стартовой массе 6900 кг масса полезной нагрузки лежит в пределах от 1000 кг до 1700 кг, а время перелёта изменяется от 50 до 90 суток (см. рисунок 9а). При этом время пребывания в радиационных поясах существенно уменьшается с возрастанием большой полуоси и эксцентриситета переходного эллипса и составляет для проведённых расчетов от 3 до 20 суток. Для ряда расчётов, выполненных с различными значениями большой полуоси переходного эллипса, время пребывания КА в тени составляет от 0 до 7 суток; оптимальные ( $T_{\dot{\alpha}\dot{\alpha}\dot{\alpha}} = 0$ ) и неоптимальные ( $\dot{\alpha}\dot{\alpha}\dot{\alpha} = \max$ ) даты старта повторяются с периодичностью 6 месяцев. Кроме того, существуют достаточно широкие окна старта, при которых  $T_{\dot{\alpha}\dot{\alpha}\dot{\alpha}} = 0$ . Результаты расчетов основных проектных параметров КА приведены на рисунке 9б.



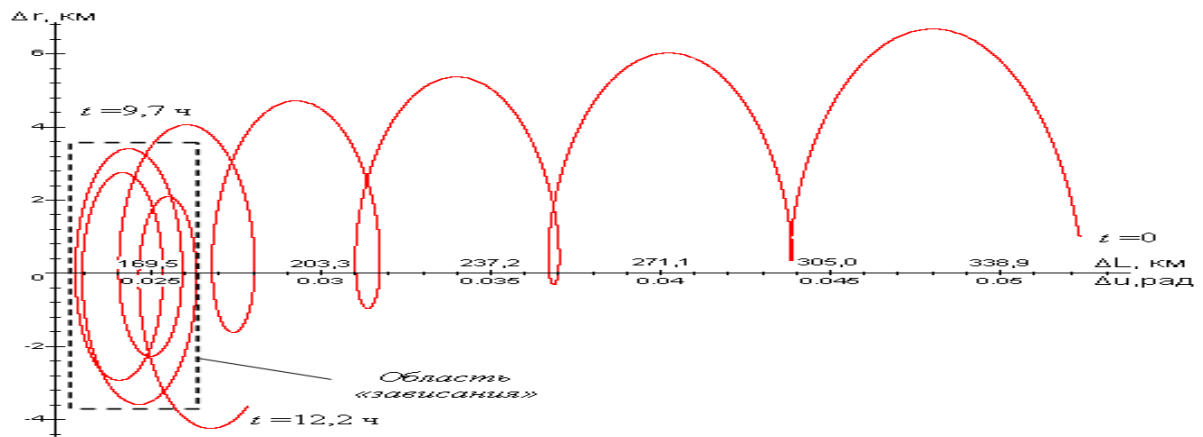
| $T_{ЭРДУ}$ , сут.         | $T_{мин}^{ЭРДУ}=44,950$ сут. | $T_{ср}^{ЭРДУ}=53,028$ сут. | $T_{max}^{ЭРДУ}=85,171$ сут. |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| $A_{сп}$ , км             | 40500                        | 27500                       | 16500                        |
| $e_{сп}$                  | 0,605                        | 0,418                       | 0,030                        |
| $m_T^{ЭРДУ}$ , кг         | 3908,050                     | 3590,115                    | 2504,892                     |
| $V_{сп}^{ЭРДУ}$ , км/с    | 2,540                        | 2,175                       | 1,239                        |
| $m_{ка}^{ЭРДУ}$ , кг      | 2011,95                      | 2329,885                    | 3415,108                     |
| $V_{сп}^{ЭРДУ}$ , км/с    | 4,738                        | 4,836                       | 5,351                        |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 511,608                      | 603,637                     | 969,415                      |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 84                           | 84                          | 84                           |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 35,813                       | 42,255                      | 67,859                       |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 301,792                      | 349,483                     | 512,266                      |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 84                           | 84                          | 84                           |
| $m_{ЭРДУ}^{ЭРДУ}$ , кг    | 598,737                      | 770,602                     | 1301,589                     |
| $a_0$ , мм/с <sup>2</sup> | 1,113                        | 0,961                       | 0,656                        |
| $S_{CS}$ , м <sup>2</sup> | 174                          | 174                         | 174                          |

**Рис. 9. Зависимость массы полезной нагрузки от продолжительности перелета на ГСО (а); результаты расчетов (б)**

Предложенная схема декомпозиции задачи позволила построить эффективные алгоритмы поэтапной оптимизации комбинированных схем перелёта.

## 2.7 Оценка эффективности космической системы орбитальной инспекции

Рассматриваем малый КА с ЭРДУ (массой менее 100 кг), предназначенный для решения следующих классов задач: поддержание структуры космической системы за счет манёвренных возможностей по высоте и угловому положению; возможность решения задачи сопровождения других КА (см. рисунок 10), функционирующих на соседней орбите путем маневрирования и удержания в заданной области.



**Рис.10. Моделирование траектории движения КА-инспектора в относительной системе координат (отклонение по радиус-вектору  $\Delta r$  и дальности до инспектируемого объекта  $\Delta L$ )**

Синтез оптимального закона управления периодом обращения и смещением вдоль орбиты проводился с использованием упрощённой модели движения в виде линеаризованных уравнений. Закон управления получен с помощью принципа максимума Понтрягина, настраивается на минимальную продолжительность манёвра восстановления

орбиты или на минимальные затраты рабочего тела. В основу закона управления положены аналитические решения задачи коррекции орбиты, что приводит к некоторым методическим погрешностям. Эти погрешности на два порядка меньше, чем результаты воздействия верхних слоёв атмосферы, и могут быть ликвидированы с использованием более точных моделей. Таким образом, циклограмма работы двигателя, включает в общем виде два участка – разгонный и тормозной, разделённые участком пассивного движения. Задавая размеры области допустимого смещения КА по периоду обращения и дальности, можно рассчитать необходимые затраты рабочего тела и экстраполировать эти затраты на любой срок существования КА, учитывая различные уровни плотности атмосферы. Анализ показал, что для поддержания рабочей орбиты со средней высотой 400 км при баллистическом коэффициенте КА 0.004 км/кг подходит двигатель СПД-50 с тягой 0.02 Н, при этом затраты рабочего тела на год существования спутника составят от 0.5 до 2 кг [11].

Другой задачей подобного КА является контроль областей космического пространства. В соответствии с принципом расширения, сначала строилось управление по угловому положению на орбите и среднему значению большой полуоси. Режимы управления движением для оптимального по быстрдействию достижения заданной точки фазового пространства найдены с помощью алгоритма принципа максимума Понтрягина. Результаты решения получены в виде численно-аналитического алгоритма, на основе которого разработана методика построения областей достижимости (Рисунок 11) в пространстве указанных параметров. Так при располагаемых запасах характеристической скорости 5 м/с, удаётся получить приращение большой полуоси  $\pm 8$  км и смещение по угловому положению  $\pm 5$  градусов. Увеличение запаса характеристической скорости до 20 м/с, позволяет получить приращение большой полуоси  $\pm 35$  км, а угловой дальности  $\pm 110$  градусов. Эти результаты позволяют вести проектный анализ маневрирующего КА, пригодного для инспекции и сопровождения орбитальных объектов. Затем, добавляя в математическую модель соотношения для изменения эксцентриситета и наклона орбиты, удалось получить приближённые аналитические решения для оценки затрат характеристической скорости сложного динамического манёвра, построить области достижимости для указанных элементов орбиты, включая большую полуось и сформировать законы последовательного или совместного управления элементами орбиты. Проведены оценки проектных характеристик и схем управления движением для многофункционального КА, рассчитанного на срок активного существования 5 лет. На основании гарантирующего подхода определены затраты рабочего тела (около 40 кг ксенона), мощность энергоустановки (500 Вт), площадь и масса солнечных батарей.

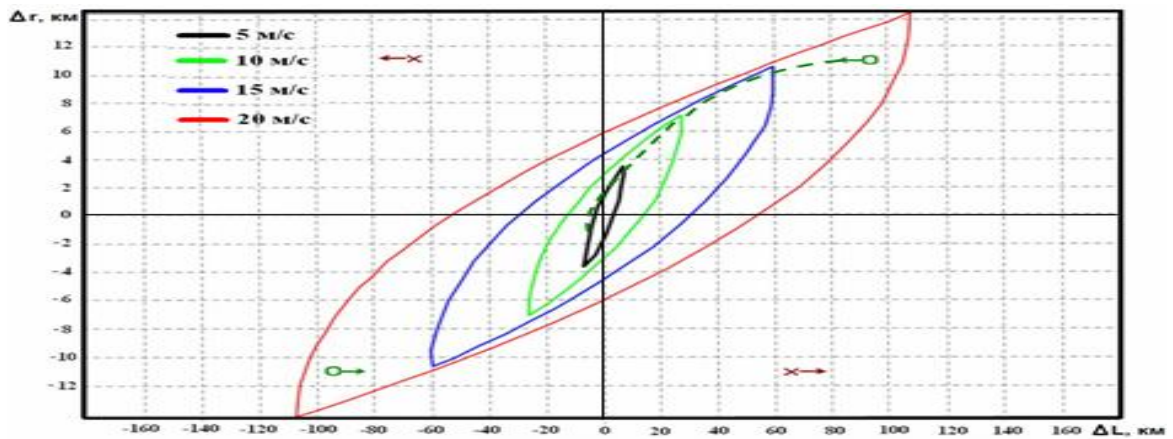


Рис.11. Области достижимости

## 2.8 Оценка эффективности применения ЭРД для поддержания низких орбит спутников Земли

Одним из путей повышения срока целевого функционирования низкоорбитального КА является использование для коррекции орбиты ЭРДУ, которая позволяет использовать относительно малый запас рабочего тела для поддержания параметров орбиты и увеличить срок службы КА на низких орбитах.

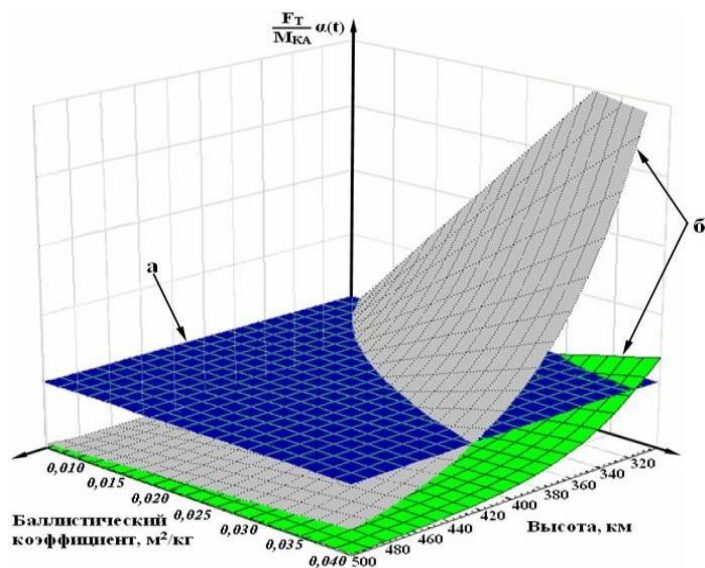
На этапе предварительного анализа строились области эффективного применения ЭРДУ для коррекции орбиты. Границы указанных областей определяются соотношением проектных характеристик КА, характеристик ЭРДУ и факторов окружающей среды.

Задача оптимального синтеза проектных характеристик и решалась следующим образом. Задаётся множество баллистических параметров (параметры рабочей орбиты КА, параметры, характеризующие состояние атмосферы); множество проектных параметров (характеристики ЭРД, количество ЭРД в корректирующей двигательной установке); критерии предпочтения (срок активного существования КА ( $T_{сущ} \rightarrow \max$ ); масса рабочего тела ( $M_{РТ} \rightarrow \min$ ); относительная масса полезной нагрузки ( $\mu \rightarrow \max$ ); ограничения (потребляемая ЭРДУ мощность не превышает допустимой величины; масса ЭРДУ не более допустимой величины).

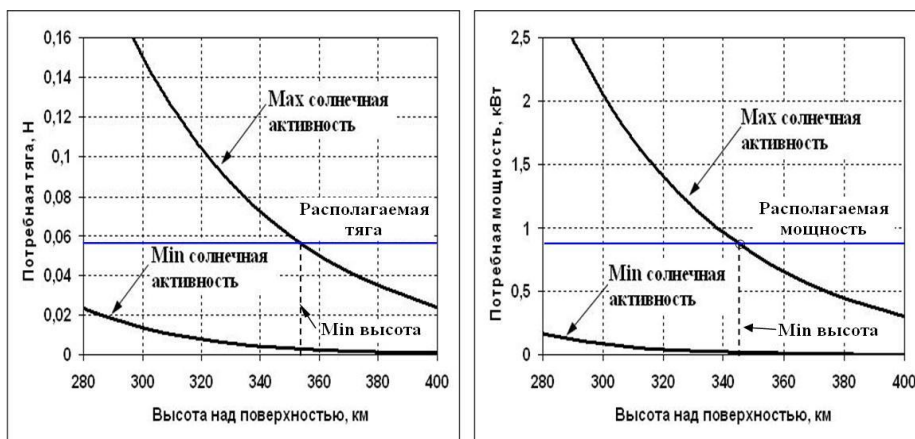
Математическая модель для анализа эволюции орбит и синтеза проектных характеристик КА с ЭРД включает в себя: модель баллистического коэффициента КА, массовую модель КА, модель тяги ЭРДУ, энергетическую модель КА, модель эволюции орбиты в поле земного сфероида с учётом возмущающего влияния атмосферы и малой тяги с оптимальной структурой управления; модель плотности верхней атмосферы Земли.

Проводилась оценка затрат рабочего тела на коррекцию низкой орбиты КА с заданными массой и баллистическим коэффициентом. Для этого строились области расхода

рабочего тела на коррекцию орбиты КА, зависящие от срока активного существования и проектных характеристик, при начальном наиболее плотном состоянии атмосферы и при начальном наименее плотном состоянии атмосферы. На рисунке 12а представлена возможная область применимости корректирующей ЭРДУ: зависимость отношения тяги ЭРДУ к массе КА как функция баллистического коэффициента КА и высоты орбиты КА для различных уровней солнечной активности (зеленый – минимальный, серый - максимальный) при заданном ускорении, которое обеспечивает ЭРДУ (синий). В результате определяется максимальный и минимальный запас топлива для коррекции, требуемый для поддержания орбиты в течение планируемого срока существования КА. На рисунке 12б приведены результаты расчета потребных тяги и мощности ЭРДУ для низколетящих КА в зависимости от уровня солнечной активности.



а)



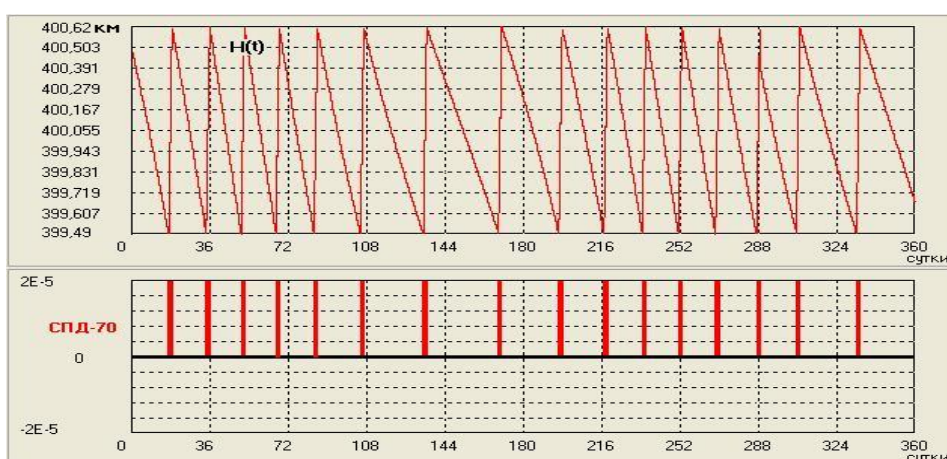
б)

**Рис. 12. Область корректирующих ускорений ЭРДУ (а); потребная тяга и мощность ЭРДУ (б) при максимальном и минимальном уровнях солнечной активности**



С помощью указанных моделей и методов получено решение прикладной задачи по расчёту циклограмм коррекции орбиты и оценка гарантирующих затрат рабочего тела КА дистанционного зондирования Земли класса «TasSat-2» (США), запущенного в 2006 году, и имеющего на борту ионный микродвигатель на основе эффекта Холла для компенсации снижения высоты орбиты из-за торможения в верхних слоях атмосферы (удельный импульс двигателя - 1600 с, тяга – 4...17 мН, уровень энергопотребления в пределах 50...300 Вт при номинальной мощности электропитания 200 Вт, масса двигателя – менее 1 кг). По результатам анализа сделаны выводы о том, что КА класса «TasSat» при использовании для коррекции орбиты химической двигательной установки в течение 5 лет затратит порядка 23 кг топлива, а при использовании ЭРДУ масса затраченного рабочего тела составит около 5 кг.

На рисунке 13 представлен пример циклограммы включения ЭРДУ при коррекции высоты орбиты КА двигателем СПД-70.



**Рис. 13. Пример циклограммы включения ЭРДУ при коррекции высоты орбиты**

## 2.9 Основные результаты

Разработана последовательность усложняющихся моделей, описывающих проектный облик, управление движением КА с ЭРДУ с различными степенями точности и допускающая автоматизацию переходов между моделями последовательности.

На основе формализма принципа максимума Л.С. Понтрягина и методов локальной оптимизации получены необходимые условия оптимальности движения КА на отдельных участках и условия их оптимальной стыковки, разработаны численные методы, гарантирующие устойчивую сходимость процессов оптимизации в рамках всех моделей последовательности.

Разработаны методы и алгоритмы динамической обработки результатов оптимизации, позволившие получить аппроксимационные зависимости параметров баллистических схем перелетов и программ оптимального управления от основных проектных параметров КА с малой тягой; получены приближенно-аналитические решения, пригодные для построения начального приближения в итерационной схеме оптимизации.

Разработана ИВС интеллектуальной поддержки процесса оптимизации перелетов КА с малой тягой, позволяющая формировать и оптимизировать баллистические схемы и основные проектные параметры, сохранять полученные решения в базе данных и использовать их на различных этапах принятия проектных решений.

### **Библиографический список**

1. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука. 1975. 702 с.
2. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой, - М: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с.
3. Салмин В.В. Оптимизация космических перелётов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. – М.: Машиностроение, 1978. – 208 с.
4. Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л. Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2006.
5. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007, 196 стр.
6. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А., Романенко В.А., Соколов В.О., Старинова О.Л., Юрин В.В. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги // Вестник СГАУ №1 (11).-2007. – С. 37-52..
7. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А., Романенко В.А., Соколов В.О., Старинова О.Л., Юрин В.В. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги // Вестник СГАУ Ч.1, 2. Самара: Изд-во СГАУ, 2008. №1.
8. Салмин В.В., Старинова О.Л. Оптимизация межпланетных перелетов КА с двигателями малой тяги с учетом эллиптичности и некомпланарности орбит планет // Космические исследования. – 2001. Т39, №1.- С.51-59.
9. Салмин В.В., Гоголев М.Ю. Выбор основных проектных параметров и законов управления вектором тяги универсального электроракетного энергодвигательного модуля

- // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т, - Самара, - 2007.
10. Четвериков А.С. Выбор оптимальных проектных характеристик межорбитального транспортного аппарата с солнечной электрореактивной двигательной установкой // Сборник трудов студентов и аспирантов факультета летательных аппаратов: выпуск 9 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т, - Самара, - 2008.
11. Ткаченко И.С., Салмин В.В. Анализ эффективности космических аппаратов-инспекторов с электрореактивными энергодвигательными модулями // Известия Самарского научного центра РАН, 2011, Т.13, №6, С.106-115.
12. Петрухина, К.В. Оптимизация баллистических схем перелётов между некомпланарными орбитами с помощью комбинации двигателей большой и малой тяги [Текст] / Петрухина К. В., Салмин В. В. // Вестник Самарского научного центра РАН, вып. 4, 2010, - с. 186-201.

#### **Сведения об авторах**

САЛМИН Вадим Викторович, заведующий кафедрой Самарского государственного аэрокосмического университета, профессор, д.т.н.

СГАУ, г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [sputnik@ssau.ru](mailto:sputnik@ssau.ru)

СТАРИНОВА Ольга Леонардовна, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета, д.т.н.

СГАУ, г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [solleo@mail.ru](mailto:solleo@mail.ru)

ВОЛОЦУЕВ Владимир Валериевич, доцент Самарского государственного аэрокосмического университета, к.т.н.

СГАУ г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [volotsuev@mail.ru](mailto:volotsuev@mail.ru)

ПЕТРУХИНА Ксения Вячеславовна, ассистент Самарского государственного аэрокосмического университета, к.т.н.

СГАУ, г. г. Самара, Московское шоссе 34;



e-mail: [ksusha\\_10\\_05@mail.ru](mailto:ksusha_10_05@mail.ru)

ТКАЧЕНКО Иван Сергеевич, ассистент Самарского государственного аэрокосмического университета, к.т.н., СГАУ, г. г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [innovatore@mail.ru](mailto:innovatore@mail.ru)

ГОГОЛЕВ Михаил Юрьевич, ассистент Самарского государственного аэрокосмического университета.

СГАУ, г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [mixa1980@mail.ru](mailto:mixa1980@mail.ru)

ЧЕТВЕРИКОВ Алексей Сергеевич, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета.

СГАУ г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [sputnik@ssau.ru](mailto:sputnik@ssau.ru)

МАТЕРОВА Ирина Леонидовна, аспирант Самарского государственного аэрокосмического университета.

СГАУ г. Самара, Московское шоссе 34;

e-mail: [sputnik@ssau.ru](mailto:sputnik@ssau.ru)