

Научная статья

УДК 629.78

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=179122>

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТАХ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА НАПРАВЛЕНИЕ ТЯГИ

Сяо Чжоу¹, Сергей Алексеевич Ишков², Григорий Александрович Филиппов³✉

^{1, 2, 3} Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
(Самарский университет),

Самара, Россия

¹ chousyao@yandex.ru

² ishkovs@gmail.com

³ filippov.ga@ssau.ru ✉

Аннотация. Рассматривается задача определения оптимального управления относительным движением космического аппарата с двигателем конечной тяги с ограничениями на ее направление – исследуется важный для практики случай, когда тяга ориентирована в плоскости местного горизонта. Приведена линеаризованная математическая модель относительного движения, представленная переменными, описывающими вековое, периодическое и боковое движение в безразмерном виде. Критерием оптимальности выбрана минимальная продолжительность маневра. Выполнено моделирование полученной программы управления на исходной нелинейной модели.

Ключевые слова: управление относительным движением космического аппарата, орбитальная цилиндрическая система координат, безразмерные характеристики относительного движения, вековые и периодические составляющие относительного движения, ориентация тяги в плоскости горизонта

Для цитирования: Чжоу С., Ишков С.А., Филиппов Г.А. Оптимальное управление относительным движением космического аппарата на околокруговых орбитах с ограничениями на направление тяги // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 1. С. 204–214. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=179122>

Original article

OPTIMAL CONTROL OF THE SPACECRAFT RELATIVE MOTION ON NEAR-CIRCULAR ORBITS WITH LIMITATIONS ON THE THRUST DIRECTION

Xiao Chou¹, Sergei A. Ishkov², Grigori A. Filippov³✉

^{1, 2, 3} Samara National Research University,

Samara, Russia

¹ chousyao@yandex.ru

² ishkovs@gmail.com

³ filippov.ga@ssau.ru ✉

Abstract

The article presents the study of optimal control programs for spatial relative motion in a near-circular orbit with limitation on the of the thrust vector orientation.

©Чжоу С., Ишков С.А., Филиппов Г.А., 2024

New variables describing the relative motion in the orbital plane in terms of secular and periodic motion and in lateral plane in the form of the amplitude and phase of the maneuvering spacecraft oscillations relative to the passive one were obtained based on the equations of motion in the orbital cylindrical reference frame.

Limitations on possible orientation of the thrust vector that can be oriented in the plane of local horizon, which is important for the spacecraft with tight fixation of the propulsion system onboard, were introduced. Thus, in the case under consideration the spacecraft should be rotated only in one plane, which is certainly will simplify the motion control system of equations as well as the spacecraft orientation system of equations.

The time optimal control modes were obtained employing the Pontryagin maximum principle, while optimization problem was reduced to the two-point boundary value problem for the system of differential equations, which is solved for several qualitatively different boundary conditions, namely domination of correction of longitudinal secular motion as well as domination of the lateral motion correction requirement.

The article demonstrates that limitations introduction on the thrust vector orientation allowed obtaining more stepless aircraft control program (program of rotation). However, as the computations revealed, amplitude of the necessary angles became larger than with the option of control without thrust orientation limitations.

Comparison of the considered control with limitation with the optimal one without limitation was performed for the introduced boundary conditions, which revealed that the greatest degree of non-optimality (relative motion duration increment) was accounted for cases of the domination of the periodic motion correction requirement, irrespective of whether this motion was lateral or longitudinal.

Simulation of the optimal control, obtained with a linear model of relative motion, was performed with the original non-linearized model of motion with the osculating elements. The article demonstrates that in the case of relatively small initial distances between the spaceships, linearization practically did not affect on the accuracy of bringing the spacecraft to a set position. With the initial distance between the spacecraft increasing to 30 degrees and above this value, the inference can be drawn that the obtained control does not lead the maneuvering spacecraft to a given relative position.

Keywords: spacecraft relative motion control, orbital cylindrical reference frame, dimensionless parameters of relative motion, secular and periodic components of motion, thrust orientation in the local horizon plane

For citation: Chou X., Ishkov S.A., Filippov G.A. Optimal Control of the Spacecraft Relative Motion on Near-Circular Orbits with Limitations on the Thrust Direction. *Aerospace MAI Journal*, 2024, vol. 31, no. 1, pp. 204–214. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=179122>

Введение

Применение электроракетных двигателей малой тяги в составе маршевой двигательной установки космических аппаратов требует детального исследования программ управления ориентацией вектора тяги таких двигателей. С одной стороны, программа должна быть достаточно близкой к оптимальной по выбранному критерию, а с другой – не должна противоречить соображениям реализуемости выбранного маневра реальным космическим аппаратом [1, 2].

Управление ориентацией вектора тяги двигательной установки малой тяги связано с вращением космического аппарата вокруг осей. Зачастую на практике вводятся ограничения на угол ориентации вектора тяги, обусловленные различными техническими соображениями, которыми могут быть ограничения на характеристики движения космического аппарата [3], ограничения, связанные с безопасностью сближения [4], ограничения, связанные с синхронизацией движения центра масс маневрирующего космического аппарата и с его угловым движением [5]. Последние представляют наибольший интерес.

Настоящая статья написана в продолжение проведенных ранее исследований. В предыдущей публикации нами была исследована задача выбора оптимального управления относительным движением без ограничений на направление тяги [6]. Под относительным движением будем понимать движение маневрирующего космического аппарата в близкой окрестности пассивного космического аппарата, например, в задаче сближения [7–9], задаче обслуживания космических аппаратов [10–14], задаче утилизации космического мусора [15–19], организации тандемной схемы полета космических аппаратов [20, 21].

Как показали проведенные расчеты [6], выполнение оптимальной программы управления потребовало больших угловых скоростей разворота маневрирующего космического аппарата вокруг двух осей.

В статье рассматривается оптимизация номинального управления относительным движением, когда тяга космического аппарата может быть ориентирована в плоскости местного горизонта. Такой тип управления важен для практики, так как зача-

стю двигательная установка жестко закреплена на борту космического аппарата и на его ориентацию наложены ограничения.

В качестве критерия оптимальности перелетов космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой принимается либо общая продолжительность маневра, либо расход рабочего тела, оба эти критерия должны быть минимальны. Задача о минимуме расхода рабочего тела решалась нами ранее [25], а в настоящей статье рассмотрим задачу выбора управления, обеспечивающего минимальное время перелета.

Математическая модель движения

В качестве исходной модели движения космического аппарата рассматриваются уравнения движения, записанные в орбитальной цилиндрической системе координат, на базе которой получены уравнения движения маневрирующего космического аппарата относительно пассивного (уравнения относительного движения). Линеаризация уравнений приведена в [22, 23]. Дополнительно нами введены безразмерные переменные, описывающие вековое и периодическое движение в плоскости орбиты и амплитуду боковых колебаний в боковой плоскости [24, 25]. Здесь запишем итоговую безразмерную модель относительного движения:

$$\begin{aligned} \dot{\Delta \bar{r}}_{cp} &= \delta; & \dot{\Delta \bar{L}}_{cp} &= -1,5\Delta \bar{r}_{cp} - \delta_S; \\ \dot{\bar{l}}_x &= -\bar{l}_y + \delta_T; & \dot{\bar{l}}_y &= \bar{l}_x + \frac{\delta_S}{2}; \\ \dot{\bar{x}}_z &= -\bar{y}_z + \frac{\delta_W}{2} & \dot{\bar{y}}_z &= \bar{x}_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Delta \bar{r}_{cp}$ – среднее смещение КА1 вдоль радиуса орбиты КА2; $\Delta \bar{L}_{cp}$ – среднее смещение КА1 вдоль орбиты КА2; $\bar{l}_x = \bar{l} \cos \bar{\varphi}$, $\bar{l}_y = \bar{l} \sin \bar{\varphi}$ – периодические составляющие продольного движения $\bar{x}_z = \bar{l}_z \cos \bar{\varphi}_z$, $\bar{y}_z = \bar{l}_z \sin \bar{\varphi}_z$ – периодические составляющие движения в боковом направлении; малая полуось эллипса продольного относительного движения

$$\bar{l} = \sqrt{\bar{l}_x^2 + \bar{l}_y^2};$$

амплитуда боковых колебаний

$$\bar{l}_z = \sqrt{\bar{x}_z^2 + \bar{y}_z^2};$$

$\bar{\varphi} = \arctg(\bar{l}_x / \bar{l}_y)$; $\bar{\varphi}_z = \arctg(\bar{x}_z / \bar{y}_z)$ – фазовые углы.

Размерные величины могут быть получены из безразмерных по формулам:

$$\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}} \cdot K; t = \frac{\bar{t}}{\lambda}; K = \frac{2a}{\lambda^2}; \lambda = \sqrt{\mu \frac{(1 - e^2)^3}{p^3}},$$

где $\mathbf{X} = [\Delta r_{cp} \ \Delta L_{cp} \ l_x \ l_y \ x_z \ y_z]$ – вектор фазовых координат; t – время; K – коэффициент перевода

безразмерных величин в размерные; λ – угловая скорость радиус-вектора КА2; p, e – фокальный параметр и эксцентриситет орбиты КА2; μ – гравитационный параметр Земли, верхний символ «—» указывает на безразмерность.

Система уравнений (1) записана в допущении о том, что масса КА1 не изменяется в ходе маневра, следовательно, ускорение от тяги КА1 постоянно.

Геометрическая интерпретация введенных переменных показана на рис. 1.

Управлением, в общем случае, является угол отклонения вектора ускорения от тяги и функция включения ускорения от тяги:

$$\begin{aligned} \delta_T &= \delta \cos \alpha \cos \beta; \\ \delta_S &= \delta \sin \alpha \cos \beta; \\ \delta_W &= \delta \sin \beta. \end{aligned}$$

где δ – функция включения ускорения от тяги $\delta = \{0; 1\}$; α – угол отклонения вектора ускорения от тяги, β – угол отклонения вектора ускорения от тяги от плоскости орбиты.

Оптимальное управление относительным движением в плоскости местного горизонта

В рассматриваемом случае угол $\alpha = 0$, таким образом, $\delta_S = 0$, а управлением является только угол β отклонения тяги от плоскости орбиты и, может быть, функция включения тяги, зависимости которых от времени необходимо определить:

$$\begin{aligned} \delta_T &= \delta \cos \beta; \\ \delta_S &= 0; \\ \delta_W &= \delta \sin \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Как было сказано выше, рассматривается вариант непрерывной работы двигательной установки, так что $\delta = 1$ и рассматриваемое управление будет являться одноканальным.

Граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{t} = 0: & \Delta \bar{r}_{cp} = \Delta \bar{r}_{cp0}, \Delta \bar{L}_{cp} = \Delta \bar{L}_{cp0}, \bar{l}_x = \bar{l}_{x0}, \bar{l}_y = \bar{l}_{y0}, \bar{x}_z = \bar{x}_{z0}, \bar{y}_z = \bar{y}_{z0}; \\ \bar{t} = \bar{t}_k: & \Delta \bar{r}_{cp} = 0, \Delta \bar{L}_{cp} = 0, \bar{l}_x = 0, \bar{l}_y = 0, \bar{x}_z = 0, \bar{y}_z = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

Критерием задачи является время работы двигателей:

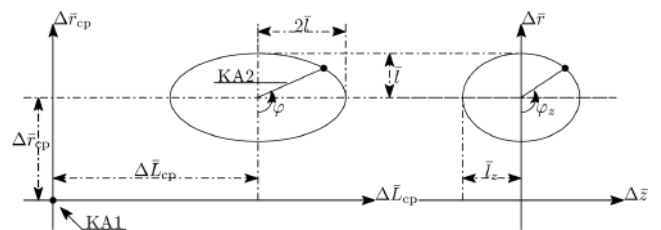


Рис. 1. Геометрическая интерпретация переменных (1)

$$J = \int_0^{\bar{t}_k} 1 dt \rightarrow \min.$$

В соответствии с алгоритмом принципа максимума Понтрягина, запишем гамильтониан системы (1) с управлением (2):

$$H = \Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}} \cos(\beta) - \Psi_{\Delta\bar{L}_{cp}} \frac{3}{2} \Delta\bar{r}_{cp} + \Psi_{\bar{t}_x} (\cos(\beta) - \bar{t}_y) + \Psi_{\bar{t}_y} \bar{t}_y + \Psi_{\bar{x}_z} \left(\frac{\sin(\beta)}{2} - \bar{y}_z \right) + \Psi_{\bar{y}_z} \bar{x}_z - 1. \quad (4)$$

Здесь $\Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}}, \Psi_{\Delta\bar{L}_{cp}}, \Psi_{\Delta\bar{t}}, \Psi_{\Delta\bar{y}}, \Psi_{\Delta\bar{x}_z}, \Psi_{\Delta\bar{y}_z}$ – сопряженные переменные, дифференциальные уравнения и решения которых имеют вид [6, 18]:

$$\begin{aligned} \Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}}(\bar{t}) &= \Psi_{\Delta\bar{r}_{cp0}} + \frac{3}{2} \bar{t} \Psi_{\Delta\bar{L}_{cp0}}; \\ \Psi_{\Delta\bar{L}_{cp}}(\bar{t}) &= \Psi_{\Delta\bar{L}_{cp0}}; \\ \Psi_{\bar{t}_x}(\bar{t}) &= \sqrt{\Psi_{\bar{t}_{x0}}^2 + \Psi_{\bar{t}_{y0}}^2} \cos \left[\bar{t} + \arctg \left(\frac{\Psi_{\bar{t}_{y0}}}{\Psi_{\bar{t}_{x0}}} \right) \right]; \\ \Psi_{\bar{t}_y}(\bar{t}) &= \sqrt{\Psi_{\bar{t}_{x0}}^2 + \Psi_{\bar{t}_{y0}}^2} \sin \left[\bar{t} + \arctg \left(\frac{\Psi_{\bar{t}_{y0}}}{\Psi_{\bar{t}_{x0}}} \right) \right]; \\ \Psi_{\bar{x}_z}(\bar{t}) &= \sqrt{\Psi_{\bar{x}_{z0}}^2 + \Psi_{\bar{y}_{z0}}^2} \cos \left[\bar{t} + \arctg \left(\frac{\Psi_{\bar{y}_{z0}}}{\Psi_{\bar{x}_{z0}}} \right) \right]; \\ \Psi_{\bar{y}_z}(\bar{t}) &= \sqrt{\Psi_{\bar{x}_{z0}}^2 + \Psi_{\bar{y}_{z0}}^2} \sin \left[\bar{t} + \arctg \left(\frac{\Psi_{\bar{y}_{z0}}}{\Psi_{\bar{x}_{z0}}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Оптимальное управление определяется из условия максимума гамильтониана в виде

$$\beta_{opt} = \arctg \left[\frac{\Psi_{\bar{x}_z}}{2(\Psi_{\bar{t}_x} + \Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}})} \right]. \quad (6)$$

Проверим необходимое условие оптимальности управления (6). Вторая производная гамильтониана (4) по управлению равна

$$\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} H = - \frac{\sqrt{4(\Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}} + \Psi_{\bar{t}_x})^2 + \Psi_{\bar{x}_z}^2}}{2} \text{sign}(\Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}} + \Psi_{\bar{t}_x}).$$

Из последнего равенства следует, что найденное управление доставляет максимум гамильтониану в любой момент времени, если только $\Psi_{\Delta\bar{r}_{cp}} + \Psi_{\bar{t}_x} > 0$.

Таким образом, задача выбора оптимального управления сведена к краевой задаче для системы дифференциальных уравнений относительного движения (1), дополненной уравнениями для сопряженных переменных (5) с оптимальным управлением (6). Краевая задача сводится к отысканию неизвестных начальных значений сопряженных переменных (5) и времени маневра, которые удовлетворяют граничным условиям (3) и условию $H = 0$.

Поставленная задача решена путем минимизации функции невязок по граничным условиям и условию $H = 0$ методом сопряженных градиентов. Начальное приближение к сопряженным переменным задавалось нулевым, ко времени – определялось по эвристическим оценкам.

Численное решение задач оптимального управления

Рассмотрим решение поставленных задач для безразмерных начальных условий движения (табл. 1). Конечные условия движения равны нулю. В табл. 1 приведены затраты общего времени манёвра, а также оценка степени их неоптимальности (СНО) по сравнению с вариантом отсутствия ограничений на направление тяги.

Как следует из табл. 1, наибольшая неоптимальность рассматриваемого управления приходится на варианты доминирования требования коррекции периодического движения – это варианты 1 и 3 по табл. 1.

Таблица 1

Начальные условия движения и соответствующие им затраты общего времени манёвра

Вариант	$\Delta\bar{r}_{cp}$	$\Delta\bar{L}_{cp}$	\bar{t}_{x0}	\bar{t}_{y0}	\bar{x}_{z0}	\bar{y}_{z0}	\bar{t}_k	СНО, %
1	2	140	10	0	2	0	23,22	14
2	2	140	2	0	10	0	31,84	0,12
3	10	1400	10	0	2	0	54,66	1,9
4	10	1400	2	0	10	0	55,41	0,16
5	20	2800	10	0	2	0	72,00	0,84
6	20	2800	2	0	10	0	72,48	0,06

Моделирование оптимальных траекторий приведения космического аппарата с малой тягой в заданную точку орбиты

Выполним моделирование построенного оптимального управления на исходной, нелинеаризованной модели движения в оскулирующих элементах.

Рассмотрим задачу сближения двух космических аппаратов – маневрирующего и пассивного – и оценим точность решения, полученного на линейной модели.

Запишем методику решения данной задачи:

1. Задаются безразмерные начальные условия движения маневрирующего космического аппарата в терминах векового, периодического и бокового движения и, в безразмерном виде, решается краевая задача выбора оптимального управления на линейной модели (1).

2. По заданным безразмерным оскулирующим элементам орбиты пассивного космического аппарата и отклонениям от них определяются начальные размерные оскулирующие элементы орбиты маневрирующего КА.

3. Выполняется численное интегрирование двух систем дифференциальных уравнений движения в оскулирующих элементах. Первая относится к маневрирующему космическому аппарату, и, соответственно, она содержит управление, а вторая – к целевому, и управления она не содержит.

4. Выполняется пересчет параметров относительного движения от оскулирующих элементов к безразмерным относительным величинам.

В соответствии со введенной методикой зададим граничные условия задачи в безразмерном виде (см. табл. 1), решение которой уже получено.

Далее определим орбиту целевого космического аппарата в начальный момент времени в оскулирующих элементах:

- фокальный параметр p , км: 6771;
- эксцентриситет e : 10^{-5} ;
- истинная аномалия ϑ , градусы: 0;

- аргумент широты u , градусы: 0;
- наклонение i , градусы: 51,6;
- долгота восходящего узла Ω , градусы: 60.

Отклонения характеристик движения маневрирующего космического аппарата от целевого определены в табл. 1.

В результате пересчета получим параметры орбиты маневрирующего космического аппарата в начальный момент времени в оскулирующих элементах (табл. 2).

Пусть маневрирующий космический аппарата оснащен двигательной установкой, создающей ускорение от тяги $a = 10^{-3}$ м/с². Для принятой орбиты угловая скорость радиус-вектора пассивного космического аппарата составит $\lambda = 6,492 \cdot 10^{-2}$ °/с и, соответственно, параметр $K = 2a\lambda^{-2} = 1,5576$ км.

Рассмотрим результаты моделирования. На рис. 2–7 показаны оптимальные управления и полученные траектории относительного движения для вариантов 1–6 табл. 1:

- a – траектория векового движения в координатах $\Delta \bar{r}_{cp} - \Delta L_{cp}$;
- b – зависимость амплитуды боковых колебаний от безразмерного времени;
- v – зависимость амплитуды продольных колебаний от безразмерного времени;
- z – зависимость оптимального управления от безразмерного времени.

Рассмотрим вопросы точности приведения маневрирующего космического аппарата к целевому.

При сравнительно малых начальных вековых расстояниях между космическими аппаратами (рис. 2 и 3, варианты 1 и 2 по табл. 1), различие в траекториях, полученных на линейной и исходной моделях, практически незаметно и составляет считанные метры по параметрам Δr_{cp} , ΔL_{cp} , l и l_z .

По мере увеличения начальных вековых расстояний между космическими аппаратами (рис. 4 и 5, варианты 3 и 4 по табл. 1), ошибка, обусловленная линеаризацией уравнений движения, увеличивается. В наибольшей степени она сказывается на

Таблица 2

Начальные условия движения в оскулирующих элементах

Вариант по табл. 1	1	2	3	4	5	6
Фокальный параметр, км	6774,0648	6774,1513	6786,5860	6786,6039	6802,1892	6802,1210
Эксцентриситет	2,3072E-3	4,7542E-4	2,3119E-3	4,7335E-4	2,3106E-3	4,6363E-4
Истинная аномалия, градусы	0	0	0	0	0	0
Аргумент широты, градусы	1,8446	1,8419	18,4458	18,4194	36,8923	36,8421
Наклонение, градусы	51,6263	51,7317	51,6250	51,7251	51,6211	51,7056
Долгота восходящего узла, градусы	60,0011	60,0054	60,0106	60,0532	60,0202	60,1010

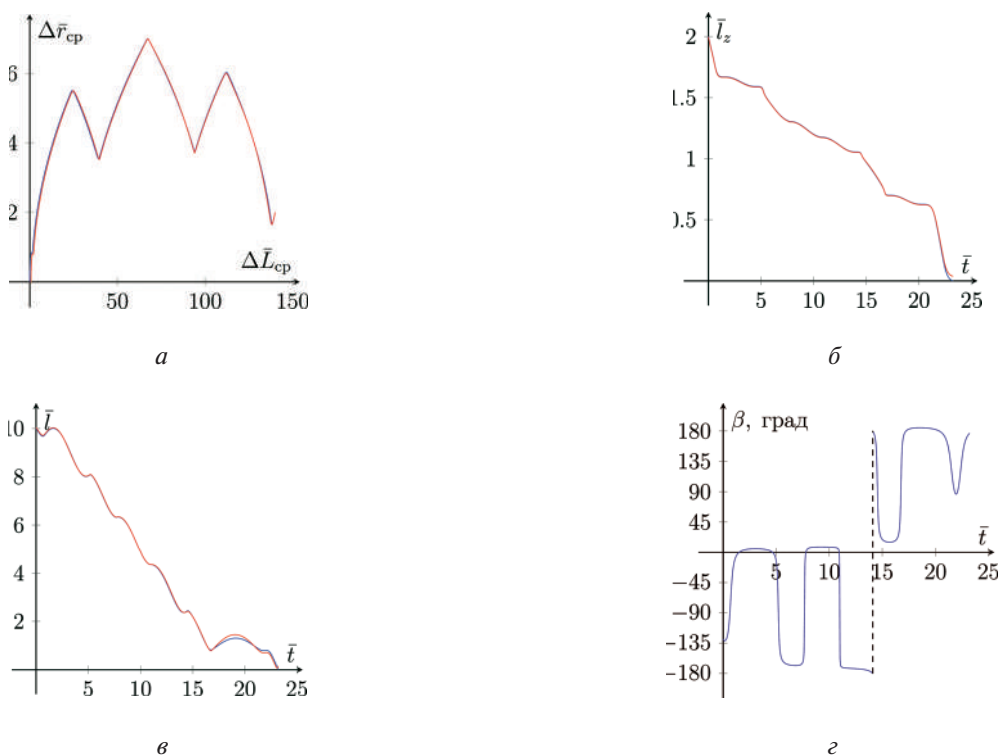


Рис. 2. Пример 1 для граничных условий 1 по табл. 1 – доминирование требования коррекции малой полуоси эллипса относительного движения

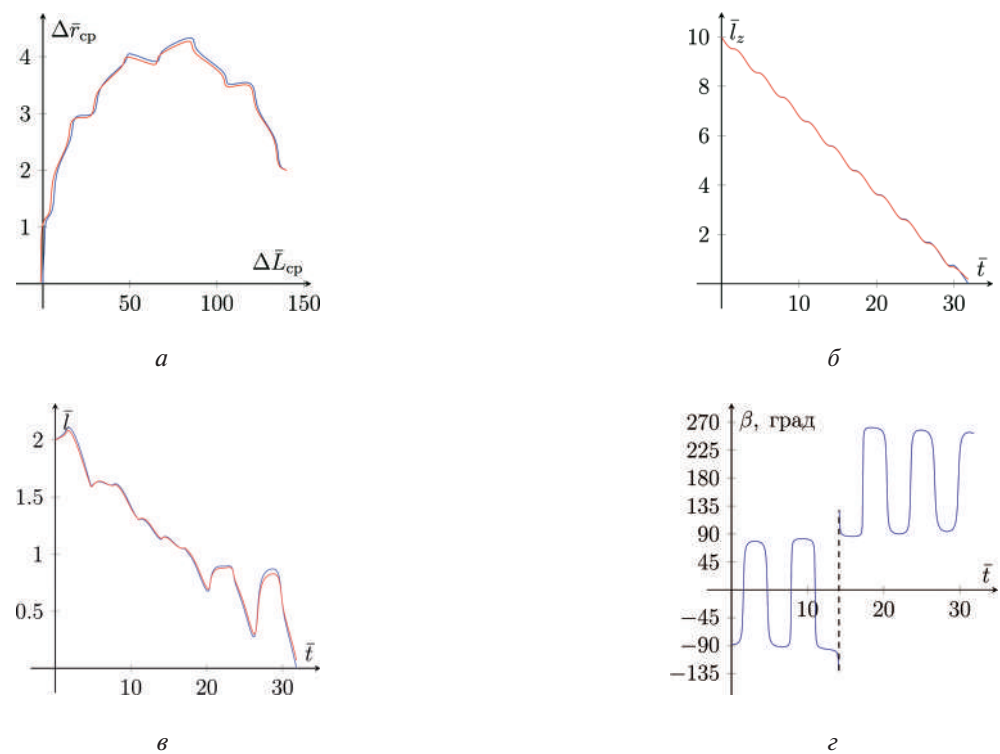


Рис. 3. Пример 2 для граничных условий 2 по табл. 1 – доминирование требования коррекции амплитуды боковых колебаний

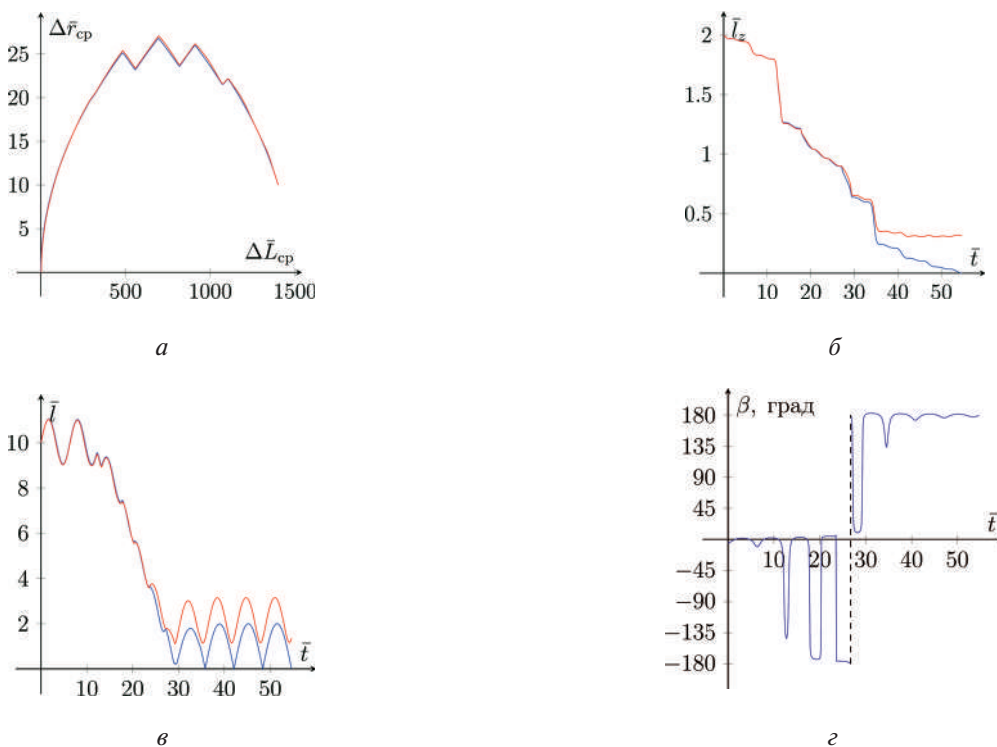


Рис. 4. Пример 3 для граничных условий 3 по табл. 1 – сопоставимое требование коррекции векового движения и малой полуоси эллипса относительного движения

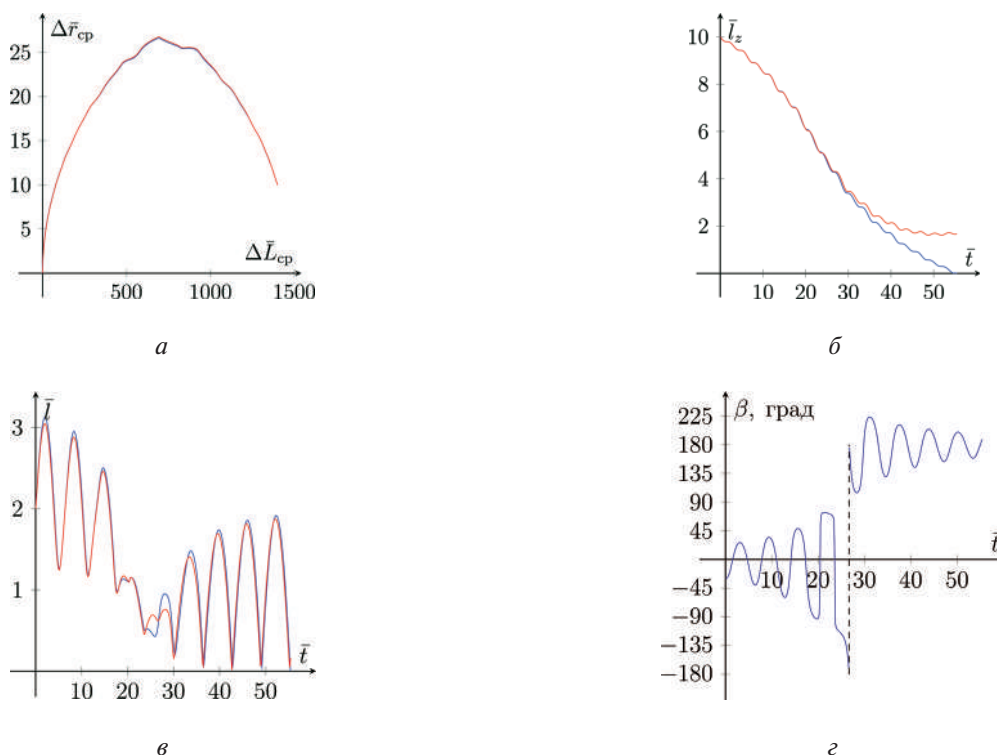


Рис. 5. Пример 4 для граничных условий 4 по табл. 1 – сопоставимое требование коррекции векового движения и амплитуды боковых колебаний

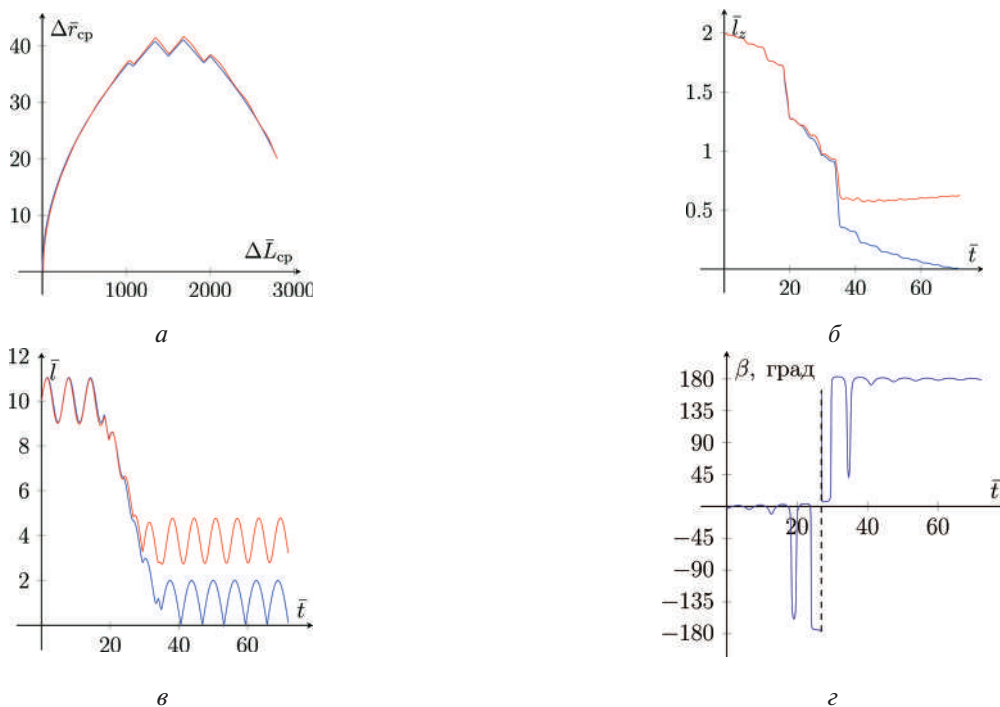


Рис. 6. Пример 5 для граничных условий 5 по табл. 1 – доминирование требования коррекции векового движения

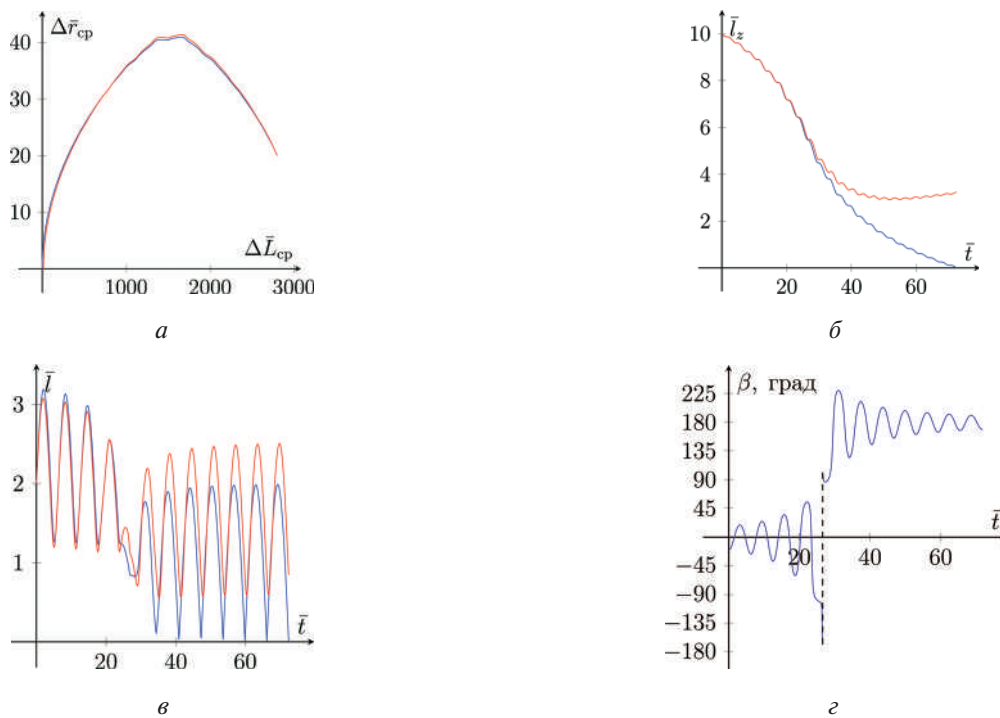


Рис. 7. Пример 6 для граничных условий 6 по табл. 1 – доминирование требования коррекции векового движения

периодических составляющих относительного движения — на малой полуоси эллипса относительного движения и на амплитуде боковых колебаний. Отметим, что на заключительном участке сближения (безразмерное время больше 30) периодические составляющие движения все еще уменьшаются, хотя и не доходят до требуемого значения, равного нулю.

При сравнительно больших начальных вековых расстояниях между космическими аппаратами (рис. 4 и 5, варианты 3 и 4 по табл. 1) ошибка, обусловленная линеаризацией уравнений движения, еще больше увеличивается и приводит к тому, что малая полуось эллипса относительного движения и амплитуда боковых колебаний на заключительном этапе сближения (безразмерное время больше 30–35) имеют тенденцию увеличиваться, хотя при этом на линейной модели они уменьшаются до нуля.

Обратимся к табл. 2 и заметим, что в первом и втором случае угловое расстояние между космическими аппаратами составляет 2° , в третьем и четвертом $18,5^\circ$, а в пятом и шестом — почти 37° . Модель движения (1) получена путем линеаризации уравнений движения космического аппарата по малому параметру — отклонениям параметров движения маневрирующего КА от целевого. Таким образом, по нашим расчетам, можно сказать, что для данного круга задач линейная модель движения справедлива и может быть использована для проектирования траекторий лишь в том случае, если начальное угловое расстояние между космическими аппаратами составляет не более 30° (имеется в виду разность аргументов широты).

Рассмотрим зависимости оптимального управления от времени. Как показали проведенные расчеты, для принятых граничных условий полученное управление имеет сложную структуру. По сравнению со схемой управления без каких-либо ограничений на направление тяги [3], количество разрывов оптимального управления только увеличилось. Это означает, что маневрирующий космический аппарат необходимо мгновенно разворачивать на 180° , но вокруг только одной оси, что, несомненно, проще, чем вокруг двух.

Наиболее «гладкие» управления получены только для случая доминирования требования коррекции векового движения (рис. 6,з и 7,з), здесь есть только один разрыв в момент безразмерного времени 27.

Более того, для этих же случаев (доминирование требования коррекции векового движения, рис. 6,з и 7,з) полученное оптимальное управление на большей части траектории представляет собой достаточно плавные гармонические колебания вокруг «средней» линии, амплитуда которых прямо возрастает с увеличением

начального условия для периодического и бокового движения.

Наиболее сложны для практической реализации случаи доминирования требования коррекции периодического или бокового движения (рис. 2 и 3), когда количество разрывов оптимального управления достаточно велико и они сопровождаются большой амплитудой колебаний параметров оптимального управления.

Выводы

Полученные программы оптимального управления относительным движением космического аппарата с двигательной установкой конечной тяги для случая ее ориентации в плоскости местного горизонта позволяют обоснованно подойти к разработке более простых параметрических программ управления, которые могут быть реализованы на практике с законом управления с обратной связью.

Список источников

1. Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. I. Формализация задачи управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2015. № 6. С. 82–96. DOI: 10.7868/S0002338815060116
2. Войковский А.П., Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. II. Синтез алгоритмов управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 6. С. 107–128. DOI: 10.7868/S0002338816060111
3. Zhao X., Zhang S. Adaptive saturated control for spacecraft rendezvous and docking under motion constraints // Aerospace Science and Technology. 2021. Vol. 114. DOI: 10.1016/j.ast.2021.106739
4. Guo Y., Zhang D., Li A. et al. Finite-time control for autonomous rendezvous and docking under safe constraint // Aerospace Science and Technology. 2021. Vol. 109. DOI: 10.1016/j.ast.2020.106380
5. Zhang Y., Zhu B., Cheng M., Li S. Trajectory optimization for spacecraft autonomous rendezvous and docking with compound state-triggered constraints // Aerospace Science and Technology. 2022. Vol. 127. No. 12: 107733. DOI: 10.1016/j.ast.2022.107733
6. Чжоу С., Ишков С.А., Филиппов Г.А. Оптимальное управление относительным движением космического аппарата по критерию быстродействия на околокруговых орбитах // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 163–173.
7. Дзесов Р.А., Жуков В.Н., Мельников Е.К., Павлов В.П. Баллистический анализ схемы быстрого сближения транспортных кораблей с международной космической станцией // Вестник Московского авиационного института. 2014. Т. 21. № 3. С. 73–79.

8. Ma H., Xu S. Global optimization of fuel consumption in rendezvous scenarios by the method of interval analysis // *Advances in Space Research*. 2015. Vol. 55. No. 6, pp. 1687–1704. DOI: 10.1016/j.asr.2015.01.001
9. Li J. Revisiting the fuel-optimal four-impulse rendezvous problem near circular orbits // *Advances in Space Research*. 2017. Vol. 60. No. 10, pp. 2181–2194. DOI: 10.1016/j.asr.2017.08.035
10. Иванов В.М. Основные положения концепции орбитального обслуживания перспективных автоматических космических аппаратов // *Вестник Московского авиационного института*. 2008. Т. 15. № 3. С. 5–7.
11. Бабанина О.В., Гасанбеков К.Н., Прохоренко И.С. Двигательная установка коррекции для наноспутников на фреоне // *Вестник Московского авиационного института*. 2023. Т. 30. № 3. С. 136–146.
12. Седельников А.В., Танеева А.С., Орлов Д.И. Формирование проектного облика малого космического аппарата технологического назначения на основе опыта проектирования и эксплуатации космических аппаратов технологического назначения других классов // *Вестник Московского авиационного института*. 2020. Т. 27. № 3. С. 84–93. DOI: 10.34759/vst-2020-3-84-93
13. Седельников А.В., Белоусова Д.А., Орлов Д.И., Филиппов А.С. Оценка влияния температурного удара на динамику орбитального движения космического аппарата технологического назначения // *Вестник Московского авиационного института*. 2019. Т. 26. № 4. С. 200–208. DOI: 10.34759/vst-2019-4-200-208
14. Han P., Guo Y., Li C. et al. Multiple GEO satellites on-orbit repairing mission planning using large neighborhood search-adaptive genetic algorithm // *Advances in Space Research*. 2022. Vol. 70. No. 2, pp. 286–302. DOI: 10.1016/j.asr.2022.04.034
15. Асланов В.С., Юдинцев В.В. Стыковка с объектом космического мусора при помощи разворачиваемой упругой балки-ленты // *Вестник Московского авиационного института*. 2018. Т. 25. № 2. С. 16–24.
16. Баранов А.А., Будянский А.А., Разумный Ю.Н. Управление движением космического аппарата при подлете к крупногабаритному объекту космического мусора // *Космические исследования*. 2017. Т. 55. № 4. С. 285–289.
17. Баранов А.А., Гришко Д.А., Медведевских В.В., Лапшин В.В. Решение задачи облета объектов крупногабаритного космического мусора на солнечно-синхронных орбитах // *Космические исследования*. 2016. Т. 54. № 3. С. 242–250. DOI: 10.7868/S0023420616030018
18. White A., Lewis H.G. An adaptive strategy for active debris removal // *Advances in Space Research*. 2014. Vol. 53. No. 8, pp. 1195–1206. DOI: 10.1016/j.asr.2014.01.021
19. Narayanaswamy S., Wu B., Ludvig P. et al. Low-thrust rendezvous trajectory generation for multi-target active space debris removal using the RQ-Law // *Advances in Space Research*. 2023. Vol. 71. No. 10, pp. 4276–4287. DOI: 10.1016/j.asr.2022.12.049
20. Назаров А.Е. Управление относительным движением космических аппаратов при организации тандемной схемы полета // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. 2018. № 1(39). С. 27–35.
21. Ren F., Li R., Xu J., Feng C. Indirect optimization for finite thrust orbit transfer and cooperative rendezvous using an initial guess generator // *Advances in Space Research*. 2023. Vol. 71. No. 6, pp. 2575–2590. DOI: 10.1016/j.asr.2022.11.010
22. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перельгин Б.П., Безвербый В.К. *Механика космического полета: Учеб.* — М.: Машиностроение, 1989. — 408 с.
23. Эльясберг П.Е. *Введение в теорию полета искусственных спутников Земли.* — М.: Наука, 1965. — 540 с.
24. Ишков С.А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах // *Космические исследования*. 1992. Т. 30. № 2. С. 165–179.
25. Ишков С.А., Филиппов Г.А. Исследование оптимальных программ управления относительным движением космического аппарата с ограниченной тягой // *Космические исследования*. 2023. Т. 61. № 3. С. 248–257.

References

1. Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2015, no. 6, pp. 82–96. DOI: 10.7868/S0002338815060116
2. Voiskovskii A.P., Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. *Teoriya i sistemy upravleniya*, 2016, no. 6, pp. 107–128. DOI: 10.7868/S0002338816060111
3. Zhao X., Zhang S. Adaptive saturated control for spacecraft rendezvous and docking under motion constraints. *Aerospace Science and Technology*, 2021, vol. 114. DOI: 10.1016/j.ast.2021.106739
4. Guo Y., Zhang D., Li A. et al. Finite-time control for autonomous rendezvous and docking under safe constraint. *Aerospace Science and Technology*, 2021, vol. 109. DOI: 10.1016/j.ast.2020.106380
5. Zhang Y., Zhu B., Cheng M., Li S. Trajectory optimization for spacecraft autonomous rendezvous and docking with compound state-triggered constraints. *Aerospace Science and Technology*, 2022, vol. 127. DOI: 10.1016/j.ast.2022.107733
6. Chou X., Ishkov S.A., Filippov G.A. Optimal control of spacecraft relative motion by the response rate criterion on near-circular orbits. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no 3, pp. 163–173.
7. Dzesov R.A., Zhukov V.N., Mel'nikov E.K., Pavlov V.P. Ballistic analysis of fast scheme for rendezvous between transport vehicles and the international space station. *Aerospace MAI Journal*, 2014, vol. 21, no. 3, pp. 73–79.
8. Ma H., Xu S. Global optimization of fuel consumption in rendezvous scenarios by the method of interval analysis.

- Advances in Space Research*, 2015, vol. 55, no. 6, pp. 1687-1704. DOI: 10.1016/j.asr.2015.01.001
9. Li J. Revisiting the fuel-optimal four-impulse rendezvous problem near circular orbits. *Advances in Space Research*, 2017, vol. 60, no. 10, pp. 2181-2194. DOI: 10.1016/j.asr.2017.08.035
 10. Ivanov V.M. Conceptual foundations of orbital servicing for advanced automatic space vehicles. *Aerospace MAI Journal*, 2008, vol. 15, no. 3, pp. 5-7.
 11. Babanina O.V., Gasanbekov K.N., Prokhorenko I.S. Correcting propulsion unit for freon running nano-satellites. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 136-146.
 12. Sedel'nikov A.V., Taneeva A.S., Orlov D.I. Forming design layout of a technological purpose small spacecraft based on other class of technological spacecraft design and operation experience. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 3, pp. 84-93. DOI: 10.34759/vst-2020-3-84-93
 13. Sedel'nikov A.V., Belousova D.A., Orlov D.I., Filippov A.S. Assessment of temperature shock impact on orbital motion dynamics of a spacecraft for technological purposes. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 4, pp. 200-208. DOI: 10.34759/vst-2019-4-200-208
 14. Han P., Guo Y., Li C. et al. Multiple GEO satellites on-orbit repairing mission planning using large neighborhood search-adaptive genetic algorithm. *Advances in Space Research*, 2022, vol. 70, no. 2, pp. 286-302. DOI: 10.1016/j.asr.2022.04.034
 15. Aslanov V.S., Yudin V.V. Docking with space debris employing the unfolding flexible beam-strap. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 16-24.
 16. Baranov A.A., Budyanskii A.A., Razumnyi Yu.N. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2017, vol. 55, no. 4, pp. 285-289.
 17. Baranov A.A., Grishko D.A., Medvedevskikh V.V., Lapshin V.V. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2016, vol. 54, no. 3, pp. 242-250. DOI: 10.7868/S0023420616030018
 18. White A., Lewis H.G. An adaptive strategy for active debris removal. *Advances in Space Research*, 2014, vol. 53, no. 8, pp. 1195-1206. DOI: 10.1016/j.asr.2014.01.021
 19. Narayanaswamy S., Wu B., Ludivig P. et al. Low-thrust rendezvous trajectory generation for multi-target active space debris removal using the RQ-Law. *Advances in Space Research*, 2023, vol. 71, no. 10, pp. 4276-4287. DOI: 10.1016/j.asr.2022.12.049
 20. Nazarov A.E. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2018, no. 1(39), pp. 27-35.
 21. Ren F., Li R., Xu J., Feng C. Indirect optimization for finite thrust orbit transfer and cooperative rendezvous using an initial guess generator. *Advances in Space Research*, 2023, vol. 71, no. 6, pp. 2575-2590. DOI: 10.1016/j.asr.2022.11.010
 22. Konstantinov M.S., Kamenkov E.F., Perelygin B.P., Bezverbyi V.K. *Mekhanika kosmicheskogo poleta* (Mechanics of space flight). Moscow, Mashinostroenie, 1989, 408 p.
 23. Ehl'yasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* (Introduction to the theory of flight of artificial Earth satellites), Moscow, Nauka, 1965, 540 p.
 24. Ishkov S.A. *Kosmicheskie issledovaniya*, 1992, vol. 30, no. 2, pp. 165-179.
 25. Ishkov S.A., Filippov G.A. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2023, vol. 61, no. 3, pp. 248-257.

Статья поступила в редакцию 07.12.2023; одобрена после рецензирования 26.02.2024; принята к публикации 28.02.2024.

The article was submitted on 07.12.2023; approved after reviewing on 26.02.2024; accepted for publication on 28.02.2024.