

УДК. 519.8

**Программное обеспечение для решения задачи параметрического синтеза оптимального в среднем обобщенного ПИД-регулятора в задаче управления полетом**

**Помазуева Е.А.**

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*  
*e-mail: [kate-420@rambler.ru](mailto:kate-420@rambler.ru)*

**Аннотация**

Поставлена задача поиска параметров обобщенного ПИД-регулятора, оптимального на множестве возможных начальных состояний замкнутой системы самолет-регулятор и множестве пробных входных воздействий, как задача поиска минимума функции многих переменных. Сформированы порядок решения задачи управления полетом и соответствующее ему программное обеспечение.

**Ключевые слова:** ПИД-регулятор, критерий оптимизации, множество начальных состояний, множество входных воздействий, метод имитации отжига.

**Введение**

Решению задачи синтеза ПИД-регулятора посвящено большое число работ [1, 2, 3, 4], в которых предлагается структура регулятора и методика определения его параметров исходя из требований к работоспособности и качеству переходного процесса замкнутой системы «объект-регулятор».

В [5, 6] описано применение генетических алгоритмов для поиска оптимальных значений параметров ПИД-регулятора, а также для идентификации объекта управления.

В настоящей работе ставится задача определения параметров обобщенного ПИД-регулятора, формирующего отклонение руля высоты  $\delta_b$  и предназначенного для управления самолетом по углу тангажа

$$\delta_b(t) = K_{np}\varepsilon(t) + K_{D_1}\dot{\varepsilon}(t) + K_{D_2}\ddot{\varepsilon}(t) + K_I \int_{t-\Delta(t)}^t \varepsilon(\tau)d\tau,$$

где  $\varepsilon(\tau)$  – ошибка управления, обеспечивающих на заданном множестве  $G$  пробных входных воздействий  $g(t)$  и множестве  $\Omega$  возможных начальных состояний  $\omega_0$  объекта управления наименьшее значение  $J^*$  средней интегральной оценки  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$ . Новизна подхода заключается в добавлении в закон управления слагаемого со второй производной ошибки управления, в вычислении интегральной составляющей не на всем промежутке времени, а только на отрезке, определяемом “памятью” системы, в применении критерия оптимальности параметров регулятора, характеризующего среднюю интегральную ошибку на заданном множестве возможных начальных состояний и заданном множестве входных начальных воздействий. Поставленная задача решается как задача безусловной минимизации функции многих переменных с использованием метода имитации отжига, разработанного Н. К. Метрополисом [7] с последующим уточнением результата методом адаптивного случайного поиска [8].

### Постановка задачи

Рассматривается замкнутая система «самолёт – ПИД-регулятор», представленная на рис. 1, в которой:

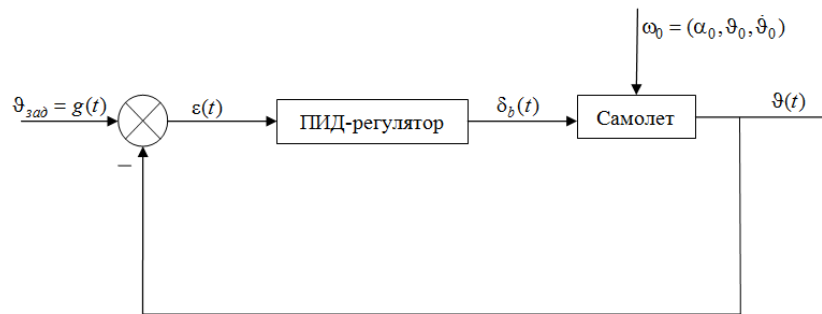


Рис.1. Замкнутая система «самолёт – ПИД-регулятор»

- объектом управления является самолет, находящийся в режиме горизонтального полета с постоянной скоростью, уравнения возмущенного движения которого имеют вид [9]:

$$\begin{cases} (p + n_{22})\alpha - p\vartheta = 0, \\ (n_0 p + n_{32})\alpha + (p^2 + n_{33}p)\vartheta = -n_b \delta_b, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha$  – отклонение угла атаки,  $\vartheta$  – отклонение угла тангажа,  $\delta_b$  – отклонение руля

высоты. Остальные обозначения:  $p = \frac{d}{dt}$ ,  $\bar{t} = \frac{t}{\tau_a}$ ,  $n_{22} = \frac{1}{2}(c_y^\alpha - c_x')$ ,  $n_0 = -\mu \frac{m_z^\alpha}{\tau_a}$ ,

$n_{32} = -\mu m_z^\alpha$ ,  $n_{33} = -\mu \frac{m_z^{\omega_z}}{\tau_a}$ ,  $n_b = -\mu m_z^{\delta_b}$ ,  $\mu = \frac{b_A m}{2r_z^2 \sigma S}$ , в которых  $c_x, c_y$  – коэффициенты

сопротивления и подъемной силы соответственно,  $m_z$  – коэффициент момента

тангажа,  $b_A$  – длина хорды крыла,  $S$  – площадь крыла,  $\tau_a = \frac{m}{\sigma V S}$  – параметр

атмосферы,  $V$  – скорость полета,  $r_z$  – радиус инерции;

- $t$  – время,  $t \in [0, T]$ , момент  $T$  соответствует времени окончания процесса управления;

- входное воздействие  $\vartheta_{зад} = g(t) \in G$ , где  $G$  – множество пробных входных воздействий, которое образуют пробные входные воздействия  $\vartheta_{зад}^1 = g_1(t), \dots, \vartheta_{зад}^N = g_N(t)$ , где  $N$  – заданное целое число;

- возможное начальное состояние  $\omega_0 = (\alpha(0), \vartheta(0), \dot{\vartheta}(0)) = (\alpha_0, \vartheta_0, \dot{\vartheta}_0) \in \Omega$ .

В поставленной задаче предполагается, что множество  $\Omega$  возможных начальных состояний задается параллелепипедом со сторонами, параллельными координатным осям. По каждой из координат задается равномерная сетка с некоторым шагом. В результате множество  $\Omega$  представляется объединением  $p$  непересекающихся элементарных подмножеств  $\Omega_k, k=1, \dots, p$ . В центре каждого из подмножеств  $\Omega_k$  определяется характерное начальное состояние  $\omega_0^k = (\alpha_0^k, \vartheta_0^k, \dot{\vartheta}_0^k)^T, k=1, \dots, p$ ;

- $\varepsilon(t) = \vartheta_{зад} - \vartheta(t)$  – ошибка;

- управление самолетом по углу тангажа осуществляется обобщенным

ПИД-регулятором, формирующим отклонение руля высоты  $\delta_b$  по закону:

$$\delta_b(t) = K_{np}(\vartheta_{зад}^j - \vartheta(t)) + K_{D_1}\dot{\vartheta}(t) + K_{D_2}\ddot{\vartheta}(t) + K_I \int_{t-\Delta(t)}^t (\vartheta_{зад}^j - \vartheta(\tau))d\tau, \quad (2)$$

в котором  $\Delta(t) = \begin{cases} t, 0 \leq t < \Delta, \\ \Delta, t \geq \Delta, \end{cases}$  – память регулятора  $\vartheta_{зад}^j = g_j(t)$  – желаемое значение

угла тангажа,  $j = 1, \dots, N$ .

Для определения наилучших значений параметров обобщенного ПИД-регулятора  $K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I$  сформируем критерий качества управления  $J$  по следующему правилу:

1. Пусть функционал 
$$I^j(\omega_0^k) = \int_0^T (\mathfrak{G}_{зад}^j - \mathfrak{G}(t))^2(t) dt, \quad k=1, \dots, p, \quad j=1, \dots, N$$

характеризует интегральную ошибку на интервале  $[0, T]$  при заданном входном воздействии  $\mathfrak{G}_{зад}^j = g_j(t), j=1, \dots, N$  и фиксированном начальном состоянии  $\omega_0^k = (\alpha_0^k, \mathfrak{G}_0^k, \dot{\mathfrak{G}}_0^k)^T, k=1, \dots, p$ .

2. Величина средней интегральной ошибки  $J^j$  на множестве  $\Omega$  возможных начальных состояний при заданном входном воздействии  $\mathfrak{G}_{зад}^j = g_j(t), j=1, \dots, N$  равна:

$$J^j = \frac{\int_{\Omega} I^j(\omega_0) d\omega_0}{mes \Omega}, \quad j=1, \dots, N,$$

где  $mes \Omega$  – мера множества  $\Omega$ .

В силу задания множества  $\Omega$

$$\int_{\Omega} I^j(\omega_0) d\omega_0 \cong \sum_{k=1}^p I^j(\omega_0^k) mes \Omega_k,$$

где  $mes \Omega_k$  – мера элементарного подмножества (объем).

В результате имеем

$$J^j \cong \frac{\sum_{k=1}^p I^j(\omega_0^k) mes \Omega_k}{mes \Omega} = \frac{\sum_{k=1}^p I^j(\omega_0^k)}{p}.$$

3. Величина  $J$ , характеризующая среднюю интегральную ошибку на множестве всех  $N$  пробных входных воздействий и множестве возможных начальных состояний, равна

$$J = \frac{\sum_{j=1}^N J^j}{N}. \quad (3)$$

Требуется при заданном множестве возможных начальных состояний  $\Omega$  и множестве  $G$  пробных входных воздействий  $\vartheta_{зад} = g(t)$  определить параметры  $K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I$  ПИД-регулятора из условия минимума критерия  $J$ , т.е. среди всех возможных значений  $K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I$  требуется найти такие  $K_{np}^*, K_{D_1}^*, K_{D_2}^*, K_I^*$ , при которых критерий  $J$  принимает наименьшее значение:

$$J^* = \min_{K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I} J.$$

Поставленная задача представляет собой задачу безусловной минимизации функции многих переменных  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$ , которая может быть решена с использованием одного из численных методов. Так как функция  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$  не имеет аналитической записи через параметры ПИД-регулятора, то для решения задачи поиска минимума данной функции не применимы методы первого и второго порядка. Поэтому в работе используются два метода оптимизации нулевого порядка: метод имитации отжига, относящийся к современным метаэвристическим методам поиска глобального экстремума [7], и метод адаптивного случайного поиска [8], позволяющий найти локальный минимум функции  $J$  с заданной точностью, который применяется для уточнения полученных первым методом результатов (при необходимости).

### Порядок решения задачи

1. Сформировать  $p$  возможных начальных состояний  $\omega_0^k, k = 1, \dots, p$  на множестве  $\Omega$ .

2. Сформировать  $N$  пробных входных воздействий  $\mathfrak{G}_{зад}^j = g_j(t), j = 1, \dots, N$  на множестве  $G$ .

3. Задать пробные начальные значения параметров ПИД-регулятора  $K_{np}^0, K_{D_1}^0, K_{D_2}^0, K_I^0$  и:

- а) проинтегрировать с использованием численных методов уравнения замкнутой системы (1), (2) на интервале  $[0, T]$  для  $\omega_0^k, k = 1, \dots, p, \mathfrak{G}_{зад}^j = g_j(t), j = 1, \dots, N$ ;
- б) вычислить значение величины  $I^j(\omega_0^k), j = 1, \dots, N, k = 1, \dots, p$ ;

в) вычислить значение величины

$$J^j = \frac{\sum_{k=1}^p I^j(\omega_0^k)}{p}, j=1, \dots, N;$$

г) вычислить значение критерия

$$J^0 = \frac{\sum_{j=1}^N J^j}{N} = J(K_{np}^0, K_{D_1}^0, K_{D_2}^0, K_I^0).$$

4. Задать начальные значения глобального параметра  $T_0$  (температура), параметра закона распределения Больцмана  $c > 0$ , параметра уменьшения температуры  $\beta \in [0.8, 0.99]$  и максимальное число итераций  $v$ . Решить задачу  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I) \rightarrow \min_{K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I}$  методом имитации отжига [7]. Для подсчета критерия  $J$  использовать операции а) – г) на шаге 3. Результатом решения задачи будут параметры  $\tilde{K}_{np}, \tilde{K}_{D_1}, \tilde{K}_{D_2}, \tilde{K}_I$ .

5. Задать начальные значения параметров метода адаптивного случайного поиска [8]: коэффициент сжатия  $0 < \beta < 1$ , коэффициент растяжения  $\alpha > 1$ ,  $M$  – максимальное число выполненных испытаний на текущей итерации,  $h_0$  – начальную величину шага,  $R$  – минимальную величину шага,  $v$  – максимальное количество итераций. Уточнить полученные на шаге 4 значения  $\tilde{K}_{np}, \tilde{K}_{D_1}, \tilde{K}_{D_2}, \tilde{K}_I$ .

**Программное обеспечение, поддерживающее сформированный порядок  
решения задачи**



Для решения задачи поиска минимума функции  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$  на множестве  $\Omega$  пробных начальных состояний  $\omega_0 = (\alpha_0, \vartheta_0, \dot{\vartheta}_0)^T$  и множестве  $G$  пробных входных воздействий  $\vartheta_{зад}^j(t) = g_j(t), j = 1, \dots, N$  разработано программное обеспечение на языке C# в среде Visual Studio, которое имеет блочную структуру и реализует описанный выше порядок решения задачи.

Выбор языка C# обусловлен тем, что он:

1. имеет возможность подключать готовые математические библиотеки и тем самым позволяет упростить реализацию алгоритмов, необходимых для решения поставленной задачи;
2. надежен и устойчив благодаря использованию автоматического управления памятью, обработки исключений, безопасности типов;
3. имеет простой в использовании инструментарий для разработки дружественного графического интерфейса.

Схема, отражающая блочную структуру разработанного программного обеспечения, представлена на рис. 2.

Блок формирования постановки задачи соответствует шагам 1-2 порядка решения задачи. Помимо формирования множества возможных начальных состояний  $\Omega$  и множества пробных входных воздействий  $G$  в данном блоке происходит задание пользователем: типа регулятора (с учетом или без учета второй производной от ошибки управления), пробных начальных значений параметров регулятора, значения «памяти» регулятора  $\Delta$ , типа самолета, времени окончания процесса управления  $T$ .

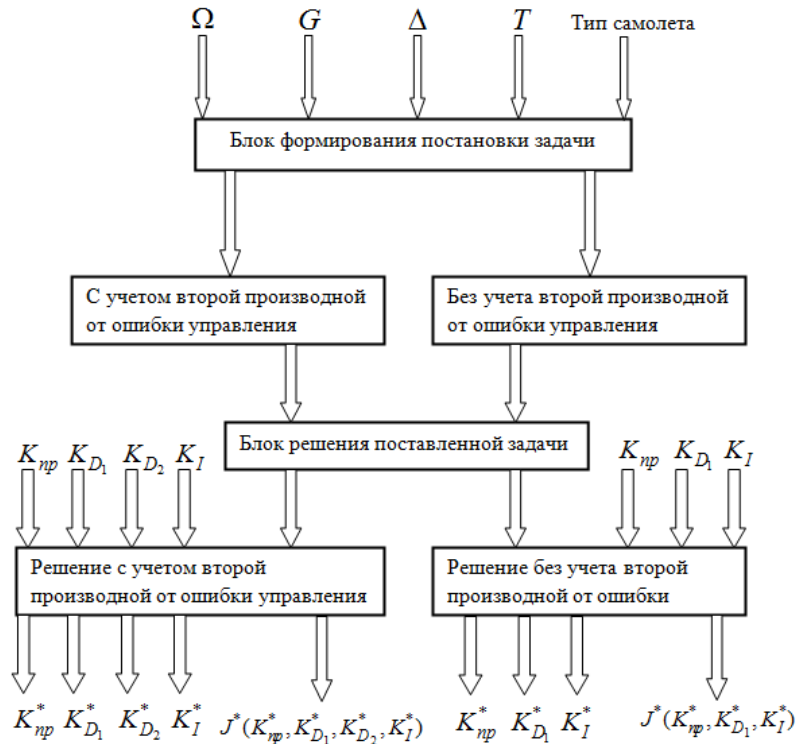


Рис.2. Схема блочной структуры программного обеспечения

Заданная информация поступает на вход блока решения задачи. Данный блок соответствует шагам 3-5 порядка решения и имеет сложную структуру, представленную на рис. 3.

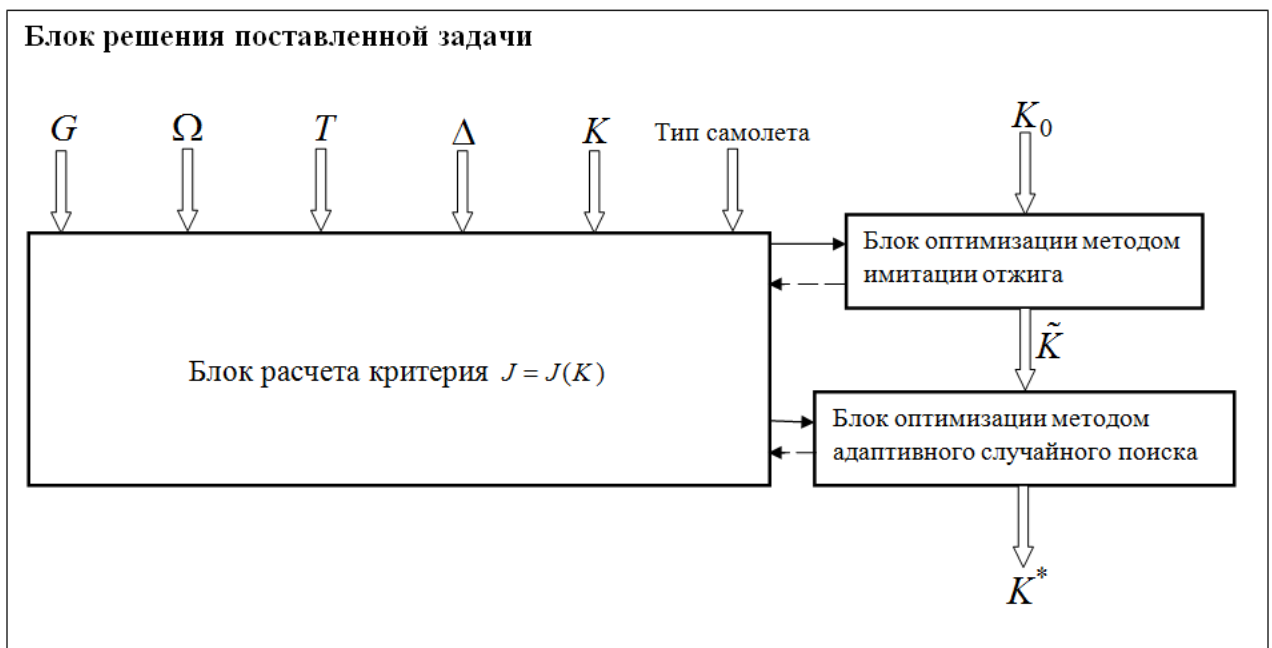


Рис.3. Схема блока решения поставленной задачи

Для вычисления значения критерия до оптимизации и в процессе оптимизации используется блок расчета критерия  $J = J(K)$ , где  $K = (K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$  представляет собой вектор параметров ПИД-регулятора в задаче с учетом второй производной от ошибки управления, а  $K = (K_{np}, K_{D_1}, K_I)$  – вектор параметров ПИД-регулятора в задаче без учета второй производной от ошибки управления. В дальнейшем соответственно  $K_0$  представляет собой вектор начальных значений параметров ПИД-регулятора,  $\tilde{K}$  – вектор параметров ПИД-регулятора, полученных в результате оптимизации методом имитации отжига, а  $K^*$  – уточненный вектор параметров ПИД-регулятора, полученных в результате оптимизации методом адаптивного случайного поиска. Блок расчета критерия соответствует шагу 3 порядка решения и имеет сложную структуру, представленную на рис. 4.

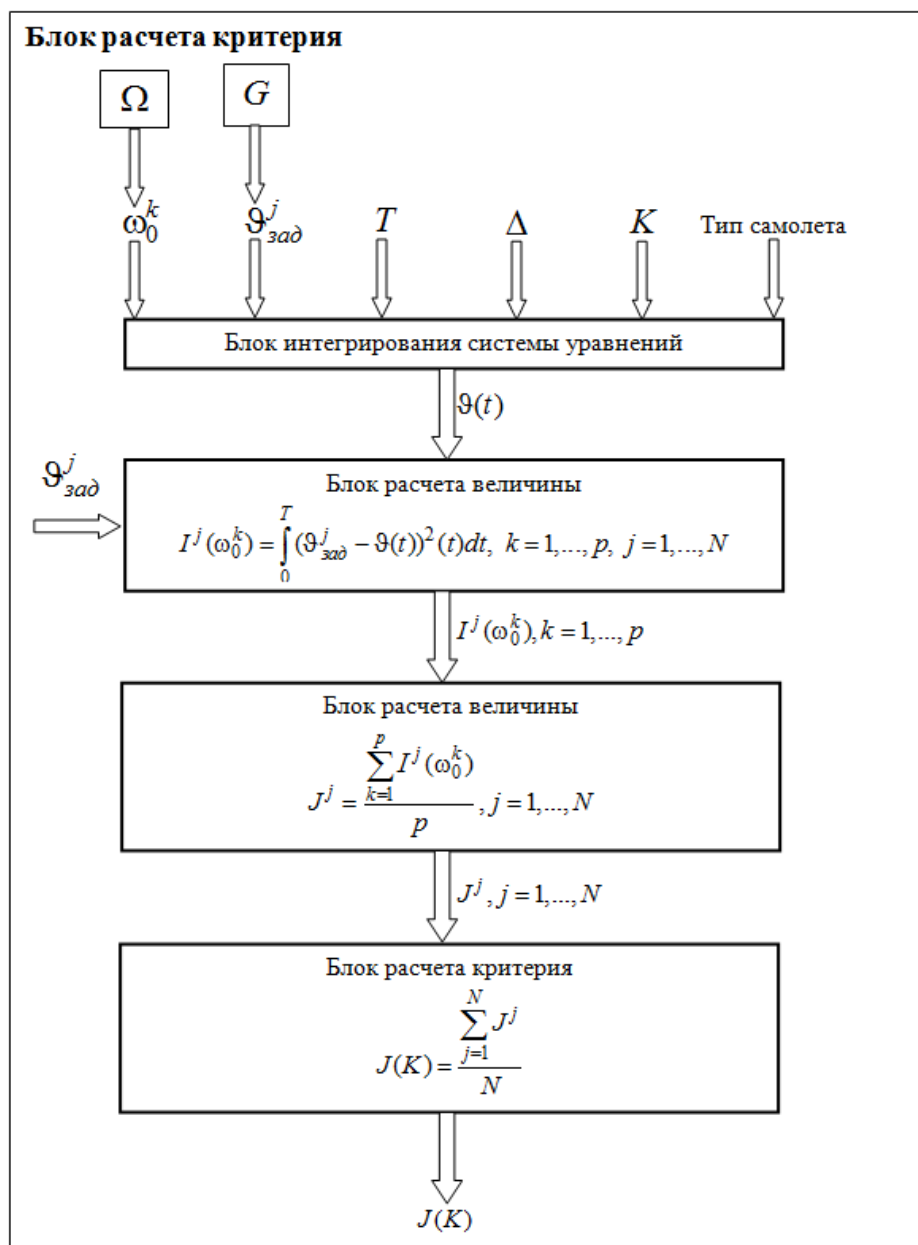


Рис.4. Схема блока расчета критерия

Работа пользователя с программой начинается с формирования постановки задачи. Выбирается тип регулятора (рис. 5).

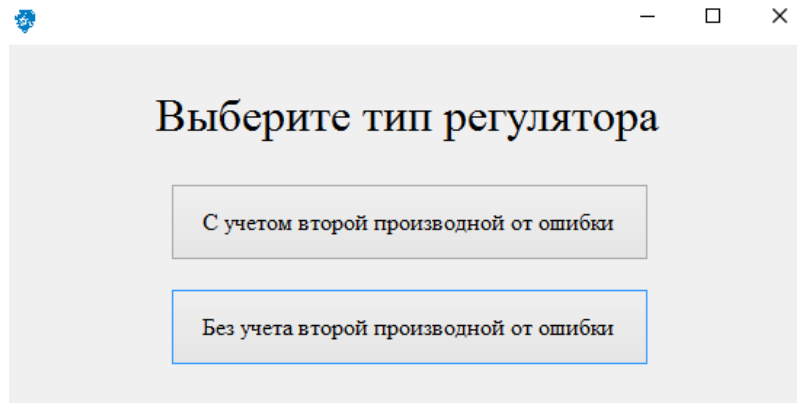


Рис.5. Выбор типа регулятора

Затем следует задать параметры задачи в соответствии с выбранным типом регулятора (рис. 6, 7):

- значения коэффициентов уравнений возмущенного движения (1), описывающих объект управления. Они могут быть либо введены вручную, либо перенесены автоматически из предварительно заполненной таблицы (табл. 1) в соответствии с типом самолета и высотой горизонтального полета  $H$  в ходе ответа на вопрос «Выберите тип самолета»;

Таблица 1. Значения коэффициентов уравнений возмущенного движения

Коэффициенты	Легкий самолет, $H = 15$ км	Тяжелый самолет, $H = 8$ км
$n_0$	0.7	1.17
$n_{22}$	2.5	3
$n_{32}$	16	42
$n_{33}$	2.2	2.5
$n_b$	100	28

- границы параллелепипеда, определяющие множество  $\Omega$  возможных начальных состояний;

- границы множества пробных входных воздействий

$$G = \{g(t) : g(t) = \rho \cdot I(t), 0 \leq \rho \leq 1\};$$

- значение памяти регулятора  $\Delta$ ;
- начальные значения параметров ПИД-регулятора;
- начальное состояние  $\omega_0^k = (\alpha_0^k, \vartheta_0^k, \dot{\vartheta}_0^k)^T$  из множества  $\Omega$ ;
- начальное входное воздействие  $\vartheta_{0зад}^j = g_j^0(t) \in G$ ;
- время окончания процесса управления  $T$ .

Задайте границы множества возможных начальных состояний

Угол атаки [ -0.2 ; 0.2 ]

Угол тангажа [ -0.1 ; 0.1 ]

Скорость изменения угла тангажа [ -0.1 ; 0.1 ]

Задайте границы множества входных воздействий [ 0 ; 1 ]

Задайте значение  $\Delta$  0.1

Выберите тип самолета Легкий, Н = 15

Задайте начальные параметры управления

$K_{np} =$  -1

$K_{D1} =$  1

$K_{D2} =$  -1

$K_I =$  -1

Задайте начальное состояние из множества возможных начальных состояний

Задайте значение угла атаки 0.1

Задайте значение угла тангажа 0.05

Задайте значение скорости изменения угла тангажа 0.05

Задайте значение входного воздействия 1

Время окончания процесса управления 4

Проинтегрировать систему уравнений при заданном начальном состоянии и вычислить критерий

Рис.6. Задание начальных параметров задачи (с учетом второй производной от

Задание начальных параметров задачи (с учетом второй производной от ошибки)

Задайте границы множества возможных начальных состояний

Угол атаки [ -0.2 ; 0.2 ]

Угол тангажа [ -0.1 ; 0.1 ]

Скорость изменения угла тангажа [ -0.1 ; 0.1 ]

Задайте границы множества входных воздействий [ 0 ; 1 ]

Задайте значение  $\Delta$  [ 0.1 ]

Выберите тип самолета [ Легкий, Н = 15 ]

Задайте начальные параметры управления

$K_{np} =$  [ -1 ]

$K_{D1} =$  [ 1 ]

$K_I =$  [ -1 ]

Задайте начальное состояние из множества возможных начальных состояний

Задайте значение угла атаки [ 0.1 ]

Задайте значение угла тангажа [ 0.05 ]

Задайте значение скорости изменения угла тангажа [ 0.05 ]

Задайте значение входного воздействия [ 1 ]

Время окончания переходного процесса [ 4 ]

Принтертировать систему уравнений при заданном начальном состоянии и вычислить критерий

Рис.7. Задание начальных параметров задачи (без учета второй производной от ошибки)

Начальные значения коэффициентов  $K_{np}^0, K_{D1}^0, K_{D2}^0, K_I^0$  задаются на основании предварительных испытаний замкнутой системы «самолет – ПИД-регулятор» на устойчивость, которые можно провести, реализуя интегрирование уравнений задачи замкнутой системы (1), (2).

Интегрирование уравнений (1), (2) осуществляется методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом  $h$ . Для этого система (1), (2) записывается в виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -n_{22}x_1 + x_3, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = (n_0n_{22} - n_{32})x_1 - (n_0 + n_{33})x_3 - n_b\delta_b \end{cases} \quad (4)$$



где  $x_1 = \alpha$ ,  $x_2 = \vartheta$ ,  $x_3 = \dot{\vartheta}$ . Тогда отклонение руля высоты  $\delta_b(t)$  имеет вид

$$\delta_b(t) = K_{np}(x_{23ad}^j - x_2(t)) + K_{D_1}x_3(t) + K_{D_2}\dot{x}_3(t) + K_I \int_{t-\Delta(t)}^t (x_{23ad}^j - x_2(\tau))d\tau, \quad (5)$$

где  $x_{23ad}^j = \vartheta_{3ad}^j = g_j(t)$ ,  $j = 1 \dots N$ .

При интегрировании системы (4), (5) при  $K_{D_2} \neq 0$  в правой части третьего уравнения системы (4) производная вычисляется на двухточечном шаблоне по формуле

$$\dot{x}_3^{(t_k)} \cong \frac{(x_{3k} - x_{3k-1})}{h},$$

а интеграл  $\int_{t_k-\Delta(t)}^{t_k} \varepsilon(\tau)d\tau$ , где  $\varepsilon(\tau) = x_{23ad}^j - x_2(\tau)$  вычисляется при  $\Delta = lh$ ,  $l = 1, 2, \dots$  по

формуле трапеций

$$\int_{t_k-lh}^{t_k} \varepsilon(\tau)d\tau \cong \frac{h}{2} [\varepsilon_k + 2\varepsilon_{k-1} + 2\varepsilon_{k-2} + \dots + 2\varepsilon_{k-l+1} + \varepsilon_{k-l}].$$

Уравнения (4), (5) для заданных значений  $K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I$  интегрируются многократно для всех заданных на множестве  $\Omega$  возможных начальных состояний  $\omega_0^k$  и входных воздействий  $\vartheta_{3ad}^j = g_j(t) \in G$ . При этом осуществляется вычисление критериев  $I^j, J^j, J$ . На рис. 8, 9 представлена информация о значении критерия  $J$  и переходной процесс по углу тангажа  $\vartheta$ , углу атаки  $\alpha$  и скорости изменения угла тангажа  $\dot{\vartheta}$ , полученных для начальных значений параметров регулятора, начального входного воздействия и начального состояния.

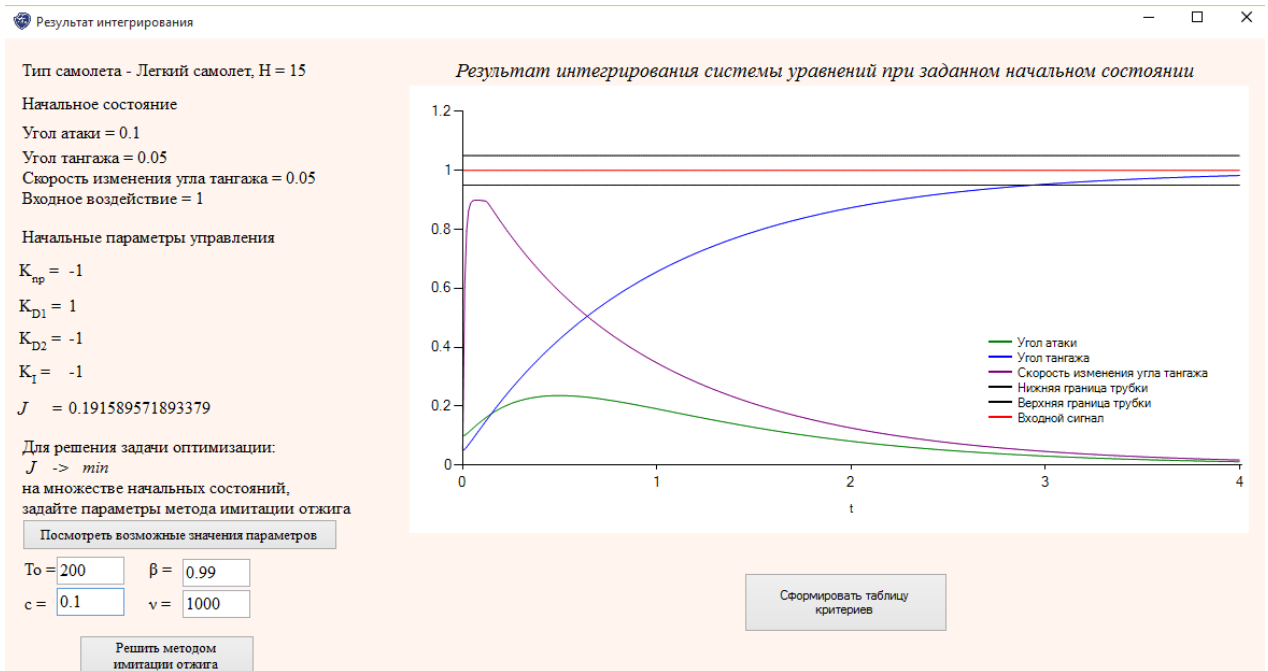


Рис. 8. Результаты интегрирования системы при заданных начальных параметрах с учетом второй производной от ошибки

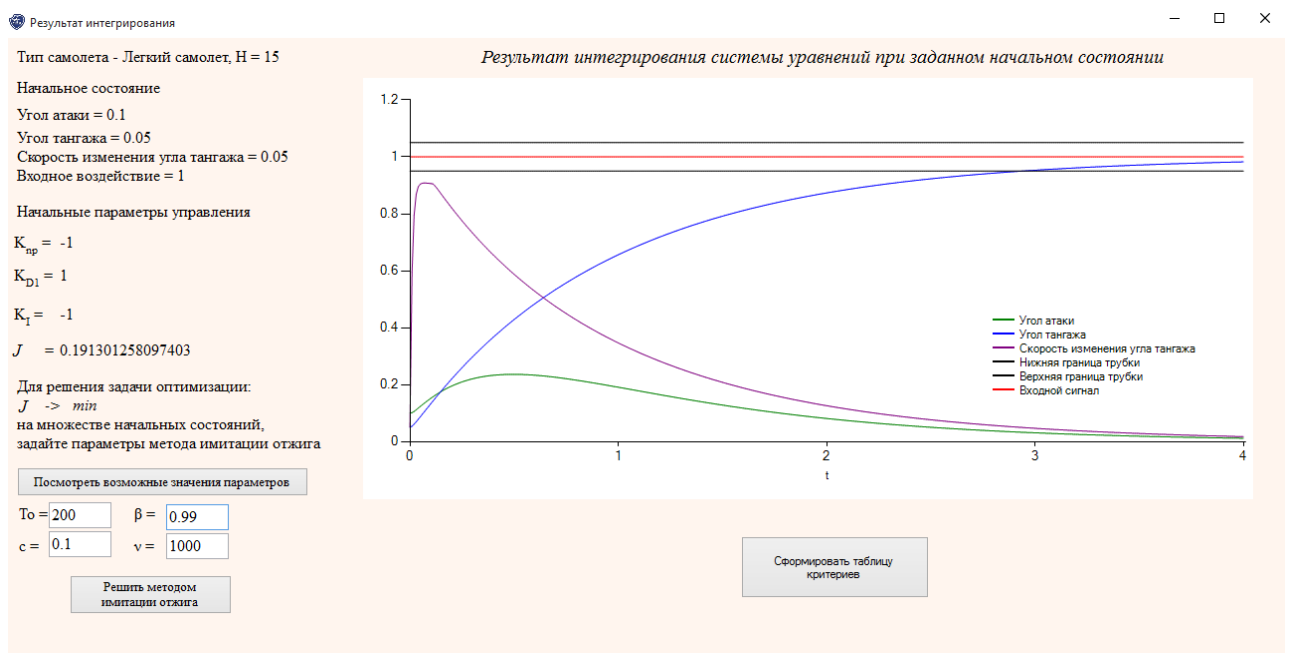


Рис. 9. Результат интегрирования системы при заданных начальных параметрах без учета второй производной от ошибки

Значения критериев  $I^j, J^j, J$  формируются в таблицу и записываются в файл, который располагается в директории с установленной программой. Пример расчета

значений критериев для регулятора с учетом второй производной от ошибки управления можно видеть в табл. 2, где:

1. в первом столбце записываются значения входного воздействия  $\mathfrak{g}_{зад}^j = g_j(t)$  из множества пробных входных воздействий;
2. во втором столбце записываются значения начального состояния  $\omega_0^k = (\alpha_0^k, \mathfrak{g}_0^k, \dot{\mathfrak{g}}_0^k)^T$  из множества возможных начальных состояний;
3. в третьем столбце записываются значения интегральной ошибки  $I^j$  для заданного начального состояния и заданного входного воздействия;
4. в четвертом столбце записываются значения средней интегральной ошибки  $J^j$  на множестве  $\Omega$  возможных начальных состояний при заданном входном воздействии;
5. в конце таблицы записывается значение критерия  $J$ .

Таблица 2. Значения критериев  $I^j, J^j, J$  для легкого самолета,  $H = 15$  км,

$$K_{D_2} \neq 0, \Delta = 0.1, K_{np} = -1, K_{D_1} = 1, K_{D_2} = -1, K_I = -1$$

Входное воздействие $\mathfrak{g}_{зад}^j$	Начальное состояние $\omega_0^k$	Значение критерия $I^j$	Значение критерия $J^j$
$\mathfrak{g}_{зад}^1 = 0$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \mathfrak{g} = 0.05 \\ \dot{\mathfrak{g}} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.001055$	$J^1 = 0.001219$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \mathfrak{g} = -0.05 \\ \dot{\mathfrak{g}} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.001379$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \mathfrak{g} = 0.05 \\ \dot{\mathfrak{g}} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.001428$	

	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.001013$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.001014$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.001428$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.001379$	
	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.001055$	
Входное воздействие $\vartheta_{зад}^j$	Начальное состояние $\omega_0^k$	Значение критерия $I^j$	Значение критерия $J^j$
$\vartheta_{зад}^2 = 0.2$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.011379$	$J^2 = 0.020724$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.031056$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.010275$	
	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.029213$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.011518$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.031286$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.010407$	

	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.029437$	
$\mathfrak{S}_{\text{sad}}^3 = 0.4$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.060408$	$J^3 = 0.08121$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.099436$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.057827$	
	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.096118$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.060726$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.099849$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.058139$	
	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.096523$	

Входное воздействие $\vartheta_{зад}^j$	Начальное состояние $\omega_0^k$	Значение критерия $I^j$	Значение критерия $J^j$
$\vartheta_{зад}^4 = 0.6$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.148141$	$J^4 = 0.185542$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.206522$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.144084$	
	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.201727$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.148639$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.207116$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.144575$	
	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.202313$	
$\vartheta_{зад}^5 = 0.8$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.274579$	$J^5 = 0.334049$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.352312$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.269045$	

	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.346040$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.275257$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.353087$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.269716$	
	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.346809$	

Входное воздействие $\vartheta_{зад}^j$	Начальное состояние $\omega_0^k$	Значение критерия $I^j$	Значение критерия $J^j$
$\vartheta_{зад}^6 = 1$	$\omega_0^1 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^1 = 0.439721$	$J^6 = 0.526782$
	$\omega_0^2 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^2 = 0.536807$	
	$\omega_0^3 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^3 = 0.432711$	
	$\omega_0^4 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = 0.05 \end{pmatrix}$	$I^4 = 0.529058$	
	$\omega_0^5 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^5 = 0.440579$	
	$\omega_0^6 = \begin{pmatrix} \alpha = 0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^6 = 0.537764$	
	$\omega_0^7 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = 0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^7 = 0.433562$	
	$\omega_0^8 = \begin{pmatrix} \alpha = -0.1 \\ \vartheta = -0.05 \\ \dot{\vartheta} = -0.05 \end{pmatrix}$	$I^8 = 0.530008$	
Итоговое значение критерия $J = 0.191589$			

Для решения задачи оптимизации методом имитации отжига следует задать параметры метода  $T_0 > 0$ ,  $c > 0$ ,  $\beta \in [0.8, 0.99]$  и число итераций  $v$  (рис. 8, 9).

Результатом решения задачи оптимизации

$$J^* = \min_{K_{np}, K_{D1}, K_{D2}, K_I} J$$



методом имитации отжига являются значения параметров регулятора  $\tilde{K} = (\tilde{K}_{np}, \tilde{K}_{D_1}, \tilde{K}_{D_2}, \tilde{K}_I)$  и соответствующее им значение критерия  $J(\tilde{K})$ . Так как метод имитации отжига для получения оптимального решения требует большого числа итераций ( $\nu > 1000$ ), что приводит к значительному увеличению времени расчетов, то результат решения задачи методом имитации отжига при небольшом числе итераций ( $\nu \leq 1000$ ) можно при необходимости уточнить методом адаптивного случайного поиска. Для этого следует задать параметры метода: коэффициент сжатия  $0 < \beta < 1$ , коэффициент растяжения  $\alpha > 1$ ,  $M$  – максимальное число выполненных испытаний на текущей итерации,  $h_0$  – начальную величину шага,  $R$  – минимальную величину шага,  $\nu$  – максимальное число итераций (рис. 10, 11). После ввода параметров метода адаптивного случайного поиска можно перейти к дальнейшему решению задачи.

На рис. 10,11 для 2-х типов регулятора представлена следующая информация:

1. начальное значение критерия, соответствующие ему начальные значения параметров регулятора и переходной процесс по углу тангажа для заданного начального состояния и заданного входного воздействия (зеленая кривая);
2. значение критерия, полученное методом имитации отжига, соответствующие ему значения параметров регулятора и переходной процесс по углу тангажа для заданного начального состояния и заданного входного воздействия (красная кривая);
3. уточненное значение критерия, полученное методом адаптивного случайного поиска, соответствующие ему значения параметров регулятора и

переходной процесс по углу тангажа для заданного начального состояния и заданного входного воздействия (синяя кривая).

Рассчитанные значения параметров регулятора формируются в таблицу и записываются в файл, который располагается в директории с установленной программой (табл. 3, 4).

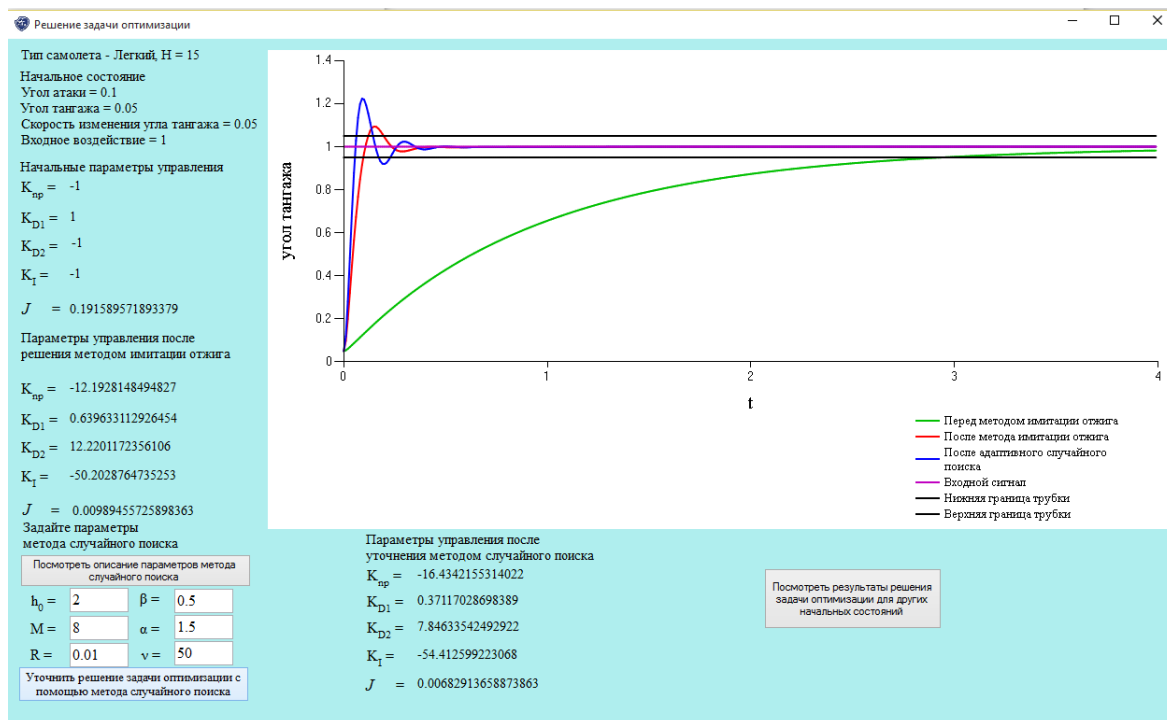


Рис. 10. Результат решения задачи оптимизации с учетом второй производной от ошибки

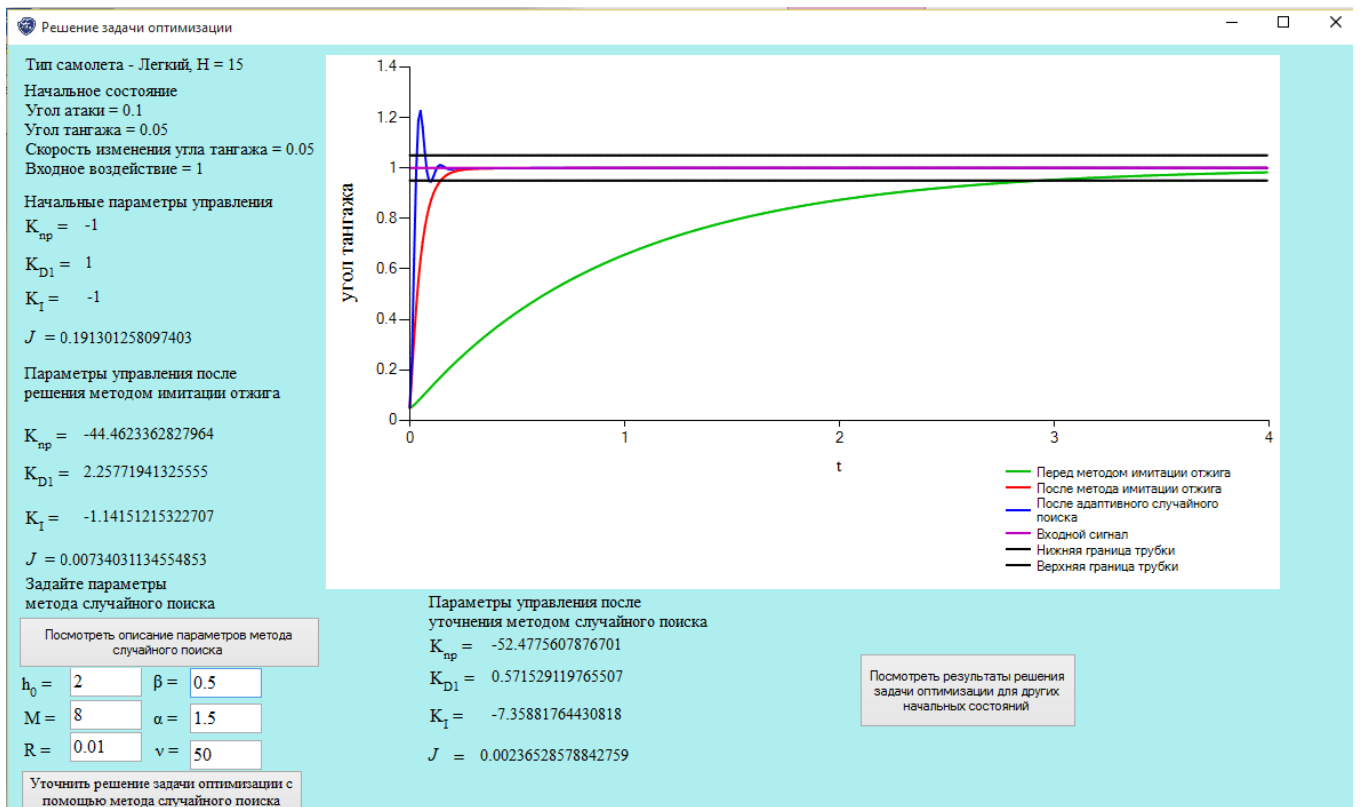


Рис. 11. Результат решения задачи оптимизации без учета второй производной от ошибки

Таблица 3. Расчет оптимальных параметров регулятора для легкого самолета,  $H = 15$  км,  $K_{D2} \neq 0$ ,  $\Delta = 0.1$

Название коэффициента	$\alpha_0 = 0.1, \vartheta_0 = 0.05, \dot{\vartheta}_0 = 0.05, \vartheta_{зад} = 1$	
	Значения коэффициентов управления перед методом имитации отжига	Значение критерия $J$ перед методом имитации отжига
$K_{np}$	-1	0.1916
$K_{D1}$	1	
$K_{D2}$	-1	
$K_I$	-1	
	Значения коэффициентов управления после метода имитации отжига	Значения критерия $J$ после метода имитации отжига
$K_{np}$	-12.193	0.0099

$K_{D_1}$	0.639	
$K_{D_2}$	12.220	
$K_I$	-50.203	
	Значения коэффициентов управления после метода случайного поиска	Значения критерия $J$ после метода случайного поиска
$K_{np}$	-16.434	0.0068
$K_{D_1}$	0.371	
$K_{D_2}$	7.846	
$K_I$	-54.412	

Таблица 4. Расчет оптимальных параметров регулятора для легкого самолета,

$H = 15$  км,  $K_{D_2} = 0$ ,  $\Delta = 0.1$

Название коэффициента	$\alpha_0 = 0.1, \vartheta_0 = 0.05, \dot{\vartheta}_0 = 0.05, \vartheta_{зад} = 1$	
	Значения коэффициентов управления перед методом имитации отжига	Значение критерия $J$ перед методом имитации отжига
$K_{np}$	-1	0.1913
$K_{D_1}$	1	
$K_I$	-1	
	Значения коэффициентов управления после метода имитации отжига	Значения критерия $J$ после метода имитации отжига
$K_{np}$	-44.462	0.0073
$K_{D_1}$	2.257	
$K_I$	-1.141	
	Значения коэффициентов	Значения критерия $J$ после метода

	управления после метода случайного поиска	случайного поиска
$K_{np}$	-52.477	0.0023
$K_{D_1}$	0.571	
$K_I$	-7.359	

### Выводы

1. Поставлена задача параметрического синтеза обобщенного ПИД-регулятора в задаче управления самолетом по углу тангажа в режиме горизонтального полета, учитывающего в своей структуре слагаемое со второй производной ошибки управления и память регулятора  $\Delta(t)$  на заданном множестве  $\Omega$  возможных начальных состояний объекта и множестве  $G$  пробных входных воздействий  $g(t)$ .

2. Поставленная задача сформулирована как задача безусловной минимизации функции многих переменных  $J(K_{np}, K_{D_1}, K_{D_2}, K_I)$ .

3. Предложен порядок решения поставленной задачи безусловной минимизации методом имитации отжига с последующим уточнением результата методом адаптивного случайного поиска.

4. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный порядок решения задачи. Разработанное программное обеспечение позволяет:

- решать поставленную задачу в диалоговом режиме;
- оформлять результаты в виде таблиц и графиков, которые могут быть выведены на печать;

- исследовать влияние памяти регулятора  $\Delta(t)$  на качество переходного процесса в замкнутой системе самолет-регулятор;
- благодаря наличию библиотеки правых частей обыкновенных дифференциальных уравнений позволяет использовать данное программное обеспечение для решения аналогичной задачи для объектов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями;
- задавать собственную таблицу коэффициентов уравнений;
- позволяет наблюдать графики переходных процессов для любого начального состояния из множества возможных начальных состояний  $\Omega$  и любого входного воздействия из множества входных воздействий  $G$ .

### **Библиографический список:**

1. Quevedo J., Escobet T. Digital control: past, present and future of PID control // Proceedings of the IFAC Workshop, Eds., Terrassa, Spain, 5-7 Apr. 2000, 618 p.
2. Ядыкин И.Б., Куриленко В.А. Синтез субоптимальных адаптивных регуляторов с заданным расположением полюсов и неявной эталонной моделью // Автоматика и телемеханика. 1993. № 5. С. 131-139.
3. Li Y., Ang K.H., Chong G.C.Y. Patents, software, and hardware for PID control. An overview and analysis of the current art // IEEE Control Systems Magazine. Feb. 2006. P. 41-54.

4. Leva A., Cox C., Ruano A. Hands-on PID autotuning: a guide to better utilization. – IFAC Professional Brief. – [http://www.ifac-control.org/publications/list-of-professional-briefs/pb\\_final\\_levacoxruano.pdf](http://www.ifac-control.org/publications/list-of-professional-briefs/pb_final_levacoxruano.pdf).
5. Fleming P.J., Purhouse R.C. Genetic algorithms in control systems engineering. – IFAC Professional Brief. – [http://www.ifac-control.org/publications/list-of-professional-briefs/pb\\_fleming\\_purhouse.pdf](http://www.ifac-control.org/publications/list-of-professional-briefs/pb_fleming_purhouse.pdf).
6. Pereira D.S., Pinto J.O.P. Genetic algorithm based system identification and PID tuning for optimum adaptive control // IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2005. Proceedings. P. 801-806.
7. Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. – М.: Вузовская книга, 2013. - 244 с.
8. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 2008. - 544 с.
9. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом. – М.: Наука, 1961. - 698 с.