

Научная статья

УДК 620.22– 419.8:539.4:629.7

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>

## РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ НЕСУЩИХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

Юрий Иванович Бадрухин<sup>1</sup>, Елена Сергеевна Терехова<sup>2</sup> ✉

<sup>1, 2</sup> Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина,  
Новосибирск, Россия

<sup>1</sup> nio2@sibnia.ru

<sup>2</sup> terekhovae@sibnia.ru ✉

**Аннотация.** Разработан алгоритм выбора рациональных параметров тонкостенных несущих панелей из слоистого композита, имеющих минимальную массу, при выполнении условий прочности, устойчивости и с учетом некоторых технологических ограничений. Получены аналитические выражения для определения критической нагрузки потери устойчивости неподкрепленной и дискретно подкрепленной стрингерами композитной панели при комбинированном нагружении. На примерах показаны результаты работы алгоритма.

**Ключевые слова:** слоистые композиты, прочность композитов, устойчивость композитных панелей, укладка слоев, рациональное проектирование

**Для цитирования:** Бадрухин Ю.И., Терехова Е.С. Рациональное проектирование тонкостенных несущих панелей из слоистого композита при комбинированном нагружении // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 130–139. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>

Original article

## RATIONAL DESIGN OF THIN-WALLED LOAD-BEARING LAMINATED COMPOSITE PANELS UNDER COMBINED LOADING

Yurii I. Badrukhin<sup>1</sup>, Elena S. Terekhova<sup>2</sup> ✉

<sup>1, 2</sup> S.A. Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation,  
Novosibirsk, Russia

<sup>1</sup> nio2@sibnia.ru

<sup>2</sup> terekhovae@sibnia.ru ✉

### Abstract

The article recounts basic provisions of rational parameters selection algorithm (RPSA) for minimum weight composite panels loaded by longitudinal, transversal and shear streams at both strength and stability limitations.

Several methods for the panels from composite materials optimization are described for the start, and activities oriented on the panel weight minimization and rational layers orientation in the stack are considered.

Further, analytical expressions for strain intensity and buckling factor determininn are presented. The pack strength criterion consists in the current strain intensity limiting by the set maximum level of the strain intensity. The energy principle was applied to obtain analytical expressions of the buckling factor. These analytical expressions

account for the discrete location of the stringers at the panel and compatibly of bending strain and torsion strain of stringers and panel.

The RPSA steps description is presented thereafter. The first PRSA steps include selection of the rational layup thickness, as well as the number and height of stringers, ensuring minimum weight of the panel at meeting both strength and buckling conditions. At the last step of the algorithm the current thickness is being divided by the monolayer thickness, and the obtained result is being rounded up to the even number of layers. Thus, the buckling factor is increased. This effect is employed to reduce the strain intensity by changing position of the monolayers with different fiber angles ( $\pm 45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ) in the current layup. Strain intensity is the target function at this step. Thus, this offers a possibility to the panel stiffness increasing by the strain intensity minimization with constant mass and buckling factor ensuring.

Analytical solutions verification was performed by the critical buckling loads comparing with the results of finite element analysis. Satisfactory results were obtained. The RPSA results are in good agreement with certain solutions from Russian and foreign sources as well.

Rational parameters of the unstiffened and stringer panel from the ACM102 prepreg were obtained as the example of the RPSA operation for the stiffened and stringer panels with regard to the deformation intensity minimizing and without it. The article demonstrates deformation intensity may be reduced more than twice on the weight and stability retention by correcting positions of layers with various reinforcing angles ( $\pm 45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ). The first buckling modes and eigenvalues obtained by the finite element method are presented as an example.

**Keywords:** laminated composite, composite strength, composite panel buckling, layers stacking, rational design

**For citation:** Badrukhin Yu.I., Terekhova E.S. Rational Design of Thin-Walled Load-Bearing Laminated Composite Panels under Combined Loads. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 4, pp. 130-139. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177614>

---

---

## Введение

В самолетостроении наиболее актуальной проблемой является уменьшение массы конструкции, так как от этого зависит скорость самолета, дальность его полета, расход топлива, что в конечном итоге влияет на стоимость летного часа [1].

Оптимизации элементов авиационных конструкций посвящено множество работ, различающихся постановкой задач и используемыми методами. Например, в задаче оптимизации оболочек используются методы наискорейшего спуска, метод перебора, методы случайного поиска, методы сканирования, метод множителей Лагранжа и т. д. Находит широкое применение параметрическая оптимизация с использованием метода конечных элементов (МКЭ) [2, 3].

В работах О.В. Митрофанова рассматриваются проблемы оптимизации панелей после потери устойчивости [4, 5].

В книге [6] рассмотрена задача оптимального проектирования слоистых пластин минимальной массы при выполнении условий прочности для заданного набора внешних нагрузок с использованием алгоритма оптимизации, основанного на методе проектируемых градиентов и на методе координатного спуска.

Созданию оптимизационных алгоритмов для отыскания рациональных параметров авиационных конструкций также посвящены работы А.В. Болдырева, В.А. Комарова, предложивших

методы топологической оптимизации конструкций с использованием математической модели твердого тела переменной плотности [7].

А.А. Дудченко и Р.Р.А. Канчая в статье [8] описали методику рационального проектирования конструкций из композиционных материалов (КМ) при ограничениях по прочности, жесткости и устойчивости с учетом конструктивно-технологических ограничений. Здесь для получения рациональных параметров в первом приближении используются ограничения по прочности и жесткости, и уже на втором этапе – условия устойчивости.

Существуют и такие исследования, как например, статья К.А. Балунова, Ф.З. Ишмуратова, С.А. Туктарова и др. [9], в которой показан алгоритм подбора конструктивно-силовой схемы (КСС) крыла как с точки зрения прочности, так и с точки зрения устойчивости в пакете программ АРГОН, разработанном в ЦАГИ.

В работе [10] с помощью КЭ-пакета NASTRAN исследовано влияние расположения слоев с направлениями  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  четырехслойной оболочки, нагруженной осевой сжимающей нагрузкой, на прочность и устойчивость. Установлено, что четырехслойные обшивки, имеющие схему расположения слоев ( $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ), наиболее прочны и устойчивы.

Авторы [11] также отмечают, что выбор направления слоев является одной из ключевых особенностей проектирования крыла из полимерных

композиционных материалов. В статье выполнен подбор КСС кессона из углепластика с помощью МКЭ. На первом этапе с помощью модулей ANSYS Composite PrePost и Response Surface Optimization найдены оптимальные толщины элементов кессона для разной укладки. Укладка и толщина элементов КСС были выбраны с помощью итерационного расчета. Выбор укладки и толщины оценивается с помощью значения прогиба, коэффициента запаса прочности по напряжениям, деформациям и критерию Цая-Ву. Недостатком этой работы является отсутствие анализа устойчивости конструкции, хотя некоторые элементы довольно тонкие (верхняя панель – 2 мм, стрингеры – 2,2 мм и т. д.). Также не указан порядок расположения слоев, хотя одним из критериев выбора оптимальной КСС назван прогиб, который может сильно зависеть от расположения слоев в пакете.

В работе [12] предложена методика выбора рациональной конструктивной схемы композитных шпангоутов хвостовой части фюзеляжа легкого самолета, в которой сначала с помощью метода параметрической оптимизации выбирают расположение шпангоутов и их ширину, а после этого с помощью топологической оптимизации и с учетом конструктивных ограничений определяют формы всех шпангоутов. Затем оптимизируется укладка слоев композитных силовых элементов [12]. Геометрические параметры шпангоутов определены с помощью ANSYS Response Surface Optimization с ограничениями по напряжениям. Анализ укладки проведен для семи вариантов набора слоев (взяты типовые направления  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$  и  $90^\circ$ ) в элементах шпангоутов. Была выбрана укладка, при которой значение напряжений минимальное. В работе [12] не проведен анализ устойчивости, однако стоит отметить, что в подобных конструкциях не так много элементов, подверженных потере устойчивости. В целом, применение параметрической и топологической оптимизации оказывается довольно удобным.

В статье [13] представлен алгоритм, определяющий толщину пакета и, соответственно, необходимое количество слоев  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$  и  $90^\circ$  по критерию прочности слоя Мизеса–Хилла. Этот алгоритм для каждого возможного варианта перебирает все возможные комбинации слоев и рассчитывает коэффициент перегруженности по критерию Мизеса–Хилла, затем выбирает решения с наиболее приемлемым коэффициентом перегруженности и из этих решений выбирает одно – с наименьшим числом слоев.

Выбором рациональной укладки занимались и авторы работы [14]. Здесь различные форматы укладки рассматривались в регулярной зоне

изделия авиационной техники из полимерного композиционного материала. Для анализа прочности и устойчивости в [14] были использованы стандартные решатели MSC.PATRAN/MSC.NASTRAN. Определены максимальные напряжения в ламинатах при различных форматах укладки, а также индексы разрушения и запасы прочности для исследуемых вариантов. Оценены значения максимальных деформаций, которые не превышают предельно допустимые значения.

Наиболее подробно выбор оптимальной укладки представлен в работе [15], в которой представлена методика выбора оптимальной по толщине панели с рациональным расположением слоев с ограничениями по прочности, жесткости и устойчивости при нагружении продольными, поперечными и сдвиговыми усилиями. В качестве целевой функции выбрана толщина пакета, зависящая от угла ориентации слоя и его толщины. Ограничением по прочности служит критерий разрушения слоя. В качестве ограничения по жесткости принято превышение порогового значения деформации панели, а по устойчивости – превышение критического значения нагрузки. При комбинированном нагружении (продольное, поперечное сжатие и сдвиг) для записи ограничения по устойчивости используется аппроксимация критической поверхности, что не всегда дает верный результат. Задача оптимизации решается организованным перебором на сетке с уточнением решения методом сопряженных направлений [15].

Стоит отметить также работу В.А. Киреева, И.А. Комарова [16], в которой рассматривается вопрос о выборе оптимальной укладки слоев в подкрепленной панели путем послойного наращивания материала. В качестве допущения в [16] подкрепленная панель приводится к гладкой с эквивалентной жесткостью.

Все эти алгоритмы имеют недостатки: в одних алгоритмах не учитывается устойчивость панели, в других работах внимание акцентировано на прочности слоя без учета прочности всего пакета или алгоритмы дают только процентное содержание слоев и необходимую толщину, тогда как изменение положения слоя в укладке может привести к изменению изгибных жесткостных характеристик в несколько раз, что решающим образом влияет на несущую способность по устойчивости. Также в аналитических решениях для подкрепленных панелей часто используется эффективная жесткость, что некорректно отражает работу стрингеров, поскольку не учитывает их работу при изгибе из их плоскости при совместном деформировании с панелью. В задачах рационального проектирования это обстоятельство фактически исключает воз-

возможность корректного определения оптимальной высоты стрингерного набора.

Опыт авторов в проектировании композитных панелей показал, что, например, несущая способность крыльевых панелей летательных аппаратов «малой» авиации определяется не столько прочностью материала, сколько устойчивостью (высокая прочность композиционного материала позволяет применять меньшие толщины, устойчивость же обеспечивается изгибной жесткостью элементов, которая, помимо жесткости материала, в еще большей степени (в два раза) зависит от толщины. В результате при проектировании тонкостенных элементов конструкций обеспечение устойчивости становится определяющим и обычно приводит к «избытку» прочности.

Использование однонаправленных слоистых препрегов ставит задачу не только о выборе конструктивно-силовой схемы панели, но и о возможности рационального сочетания типовых направлений и раскладки слоев по толщине для обеспечения необходимой несущей способности при меньшей массе. Для корректного решения этой задачи необходим соответствующий удобный в повседневной работе инструмент. Задачи оптимизации, как известно, достаточно трудоемки, поэтому становится актуальной разработка экономичного и быстрого численно-аналитического алгоритма оптимального выбора геометрических параметров панели, количества стрингеров и их геометрических параметров, укладки слоев в панели и стрингерах, обеспечивающего прочность и общую и местную устойчивость.

Разработаны алгоритмы выбора рационального расположения слоев неподкрепленной и стрингерной композитной панелей минимальной массы, нагруженных продольным, поперечным и сдвиговым потоками при ограничениях по прочности и устойчивости. В отличие от алгоритмов, предлагающих только определение необходимого процентного соотношения слоев, созданные алгоритмы дают возможность получить полную последовательность слоев в пакете.

Для ускорения работы алгоритмов авторами получены аналитические решения задачи устойчивости неподкрепленной и стрингерной композитных панелей при граничных условиях опирания и защем-

ления. Существенной особенностью полученных решений для подкрепленных панелей, в отличие от рассмотренных ранее, является учет дискретности расположения стрингеров при соблюдении их сопряжения с обшивкой по прогибам и углам поворота в плоскости сечений стрингеров, что позволяет учитывать их изгибно-крутильную потерю устойчивости совместно с упругим основанием. Такая потеря устойчивости реализуется при избыточном увеличении высоты стрингерного набора.

На примерах показаны результаты работы алгоритма.

## 1. Аналитические выражения для определения рациональных параметров композитной панели

Прочность пакета ограничивается принятым предельным уровнем интенсивности деформации.

Действующая интенсивность деформации определяется из известных соотношений теории упругости для ортотропной задачи [17]:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \frac{3\gamma_{xy}^2}{2}}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_2 \cdot \frac{\sigma_y}{E_y}; \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_1 \cdot \frac{\sigma_x}{E_x}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \varepsilon_z = -\nu_3 \left( \frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} \right); \quad \nu_1 = \frac{E_x \nu_2}{E_y}. \end{aligned} \quad (2)$$

Получим

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3h} \sqrt{F_i}, \quad (3)$$

где  $F_i$  определяется согласно (4).

Здесь  $\varepsilon$  – линейные деформации,  $\gamma$  – сдвиговая деформация,  $\sigma$  – нормальные напряжения,  $\tau$  – касательные напряжения,  $E$  – модули упругости,  $G$  – модуль сдвига,  $q$  – потоки. Индексом  $x$  обозначено направление по длине панели,  $y$  – по ширине панели,  $z$  – по толщине панели,  $xy$  – в плоскости панели. Толщина пакета  $h$ , необходимая для обеспечения прочности, определяется из равенства интенсивности деформации (3) предельному значению  $\varepsilon_{ib}$ .

Для аналитического определения критических потоков потери устойчивости использован энергетический принцип [18]:

$$\begin{aligned} F_i &= \left( \frac{q_x}{E_x} \right)^2 \cdot \left[ (1 + \nu_1)^2 + (\nu_3 - \nu_1)^2 + (1 + \nu_3)^2 \right] + \left( \frac{q_y}{E_y} \right)^2 \cdot \left[ (1 + \nu_2)^2 + (1 + \nu_3)^2 + (\nu_3 - \nu_2)^2 \right] + \\ &+ 2 \cdot \frac{q_x}{E_x} \cdot \frac{q_y}{E_y} \cdot \left[ 2 \cdot \nu_3^2 + 2 \cdot \nu_3 - (\nu_1 + \nu_2) \cdot (\nu_3 + 2) - 1 \right] + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{q_{xy}}{G} \right)^2. \end{aligned} \quad (4)$$



$$\Pi = U - \lambda A = 0, \tag{5}$$

где  $U$  – потенциальная энергия деформации изгиба панели,  $A$  – работа внешних сил,  $\lambda$  – фактор критической нагрузки потери устойчивости.

В общем виде выражение для определения фактора критической нагрузки потери устойчивости принимает вид

$$\lambda = \frac{U_o + U_{str}}{\frac{q_x \alpha_2 kn}{1 + \frac{h_s n_s}{B}} \left[ 1 + \frac{h_s}{B} \left( \Sigma c + \frac{h_s^2}{3} \Sigma s \right) \right] + q_y \beta_2 km + q_{xy} Rk}, \tag{6}$$

где  $U_o$  и  $U_{str}$  равны соответственно (\*) и (\*\*).

Здесь  $U_o$  – энергия деформации изгиба обшивки, определяемая по (\*);  $U_{str}$  – энергия деформации изгиба стрингеров, определяемая по (\*\*);  $\alpha_2, \alpha_4, \beta_2, \beta_4, a_o, a_s$  и др. – параметры, зависящие от жесткости, размеров и условий закрепления панели (рассмотрены случаи опирания и защемления по контуру). Выражения для них не приведены ввиду их громоздкости.

Энергия деформации обшивки  $U_o$  используется в предположении, что изгиб происходит в рамках гипотезы плоских сечений с постоянным сдвигом по толщине [18].

Энергия деформации стрингеров  $U_{str}$  используется в предположении, что в своей плоскости стрингеры деформируются как балки высокого профиля с постоянным сдвигом по высоте [18] и помимо этого изгибаются из своей плоскости и закручиваются как удлиненные пластины, сопряженные одной стороной с обшивкой по прогибам и углам поворота. По высоте стрингера угол поворота сечения считается постоянным.

Приравняв нулю высоту или количество стрингеров, можно получить выражение для неподкрепленной панели.

Для верификации аналитических решений критические нагрузки потери устойчивости сравнивались с результатами конечно-элементного анализа. Получены удовлетворительные результаты. Более подробный анализ приведен в [19].

## 2. Алгоритм выбора рациональных параметров панели

Для понимания работы алгоритма следует принять во внимание, что толщина (следовательно, и масса) панели из слоистого композита при заданной комбинации внешних нагрузок может быть найдена из выражений критерия прочности ( $\epsilon_i = \epsilon_{ib}$ ) или устойчивости ( $\lambda = 1$ ), например из (3) и (6).

Далее в рассмотрение вводится некоторый базис, состоящий из набора принятых типичных направлений монослоев, например  $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ .

Алгоритм выбора рациональных параметров панели (АВРП) включает следующие шаги.

### Шаг 1. Формирование пакета минимальной массы по прочности

Принимается пакет из произвольного количества слоев с произвольной укладкой. В двойном цикле по слоям и направлениям базиса каждый слой заменяется направлением из базиса с вычислением толщины с помощью выражения (3). Обычно при этом происходит некоторое изменение толщины пакета. Исследуемому слою присваивается то направление, которое обеспечило наименьшую толщину. После нескольких циклов толщина неизбежно перестает меняться, следовательно, цель достигнута – установлено процентное соотношение направлений слоев, отвечающее комбинации приложенных нагрузок.

При фиксированном количестве монослоев полученное изменение общей толщины приводит к изменению толщины монослоя. Однако на первом шаге не корректируется количество слоев.

Важно отметить, что цель достигнута в результате прямой минимизации веса.

### Шаг 2. Формирование пакета минимальной массы по устойчивости

Укладка и толщина панели, полученные на первом шаге, задаются в качестве начальных для определения фактора потери устойчивости  $\lambda$  по соотношению (6). Если  $\lambda \geq 1$ , это означает, что полученная укладка обеспечивает, помимо прочности, еще и устойчивость, т. е. задача решена. Если  $\lambda < 1$ ,

$$U_i = - \left[ D_{11} \cdot \alpha_4 \cdot kn + D_{22} \cdot \beta_4 \cdot km + 2 \cdot D_3 \cdot \alpha_2 \cdot \beta_2 - \frac{a o_{12}^2 \cdot a o_{33} + a o_{13}^2 \cdot a o_{22} - 2 \cdot a o_{12} \cdot a o_{13} \cdot a o_{23}}{a o_{22} \cdot a o_{33} - a o_{23}^2} \right]; \tag{*}$$

$$U_{str} = \frac{h_s^3 \cdot \alpha_4}{3 \cdot B} \cdot \frac{E_{11} \cdot h \cdot \Sigma c \cdot \Sigma \epsilon}{1 + \frac{E_{11} \cdot \alpha_2 \cdot h_s^2}{G}} + \left( a s_{11} - \frac{a s_{12}^2 \cdot a s_{33} + a s_{13}^2 \cdot a s_{22} - 2 \cdot a s_{12} \cdot a s_{13} \cdot a s_{23}}{a s_{22} \cdot a s_{33} - a s_{23}^2} \right) \cdot \frac{h_s}{B} \cdot \Sigma s. \tag{**}$$

это означает, что комбинация действующих нагрузок превышает критический уровень, толщина панели увеличивается до нового значения, отвечающего равенству  $\lambda = 1$ , с помощью соотношения, следующего из (6):

$$h_{\text{нов.}} = \frac{h}{\sqrt[3]{\lambda}}. \quad (7)$$

где  $h$  и  $\lambda$  – значения, полученные по результатам шага 1, и всегда  $h_{\text{нов.}} \geq h$ .

В дальнейшем в двойном цикле по направлению базиса и по слоям укладки каждый слой последовательно обменивается своим направлением со всеми остальными слоями с одновременным определением толщины по выражению (7) и проверкой по прочности. Из всех опробованных сочетаний направлений выбирается сочетание, соответствующее наименьшей толщине и удовлетворяющее ограничению по прочности. Циклический процесс продолжается до подходящего установления значения толщины.

Как видно, в данном случае осуществляется прямая минимизация массы, но уже с учетом обеспечения устойчивости и прочности.

### Шаг 3. Дискретизация

На данном шаге корректируется количество слоев укладки с учетом реальной толщины монослоя и полученной общей толщины. В результате этой операции за счет округления неизбежно происходит небольшое увеличение общей толщины, что приводит к некоторому небольшому превышению ограничений по прочности и устойчивости. Однако полученное в результате превышение оказывается определяющим, так как позволяет сменить целевую функцию и перейти от минимизации массы к максимизации жесткости при соблюдении ограничений по устойчивости.

### 3. Результаты

Поскольку при первых попытках применения алгоритма иногда получались укладки с неожиданным расположением слоев, для верификации был предпринят поиск работ, хотя бы отчасти близких по теме.

Результаты, полученные с помощью АВРП, сравнивались с результатами, полученными в работе [15] для случая одноосного сжатия шарнир-

но опертой неподкрепленной панели с отношением длины к ширине 2/1. В [15] оптимальной пластиной является трехслойная панель, у которой крайние слои имеют угол  $45,68^\circ$  при толщине слоя  $0,76 \cdot h$ , а срединный слой –  $3,57^\circ$  при толщине слоя  $0,24 \cdot h$  ( $h$  – толщина пакета). По-видимому, имеется в виду укладка, симметричная не только по толщине, но и в плане. Для панели  $500 \times 250$  мм при сжимающем продольном потоке – 150 кгс/мм укладка, полученная в результате работы АВРП, имеет 46 слоев  $\pm 45^\circ$  с краю, два слоя  $90^\circ$  и 10 слоев  $0^\circ$  у срединной поверхности, что дает  $0,80 \cdot h$  для  $\pm 45^\circ$ ,  $0,03 \cdot h$  для  $90^\circ$  и  $0,17 \cdot h$  для  $0^\circ$ , т. е. результаты схожи с [15].

В [20] авторы рассматривают задачу минимизации массы композитного ламината, нагруженного сжимающей нагрузкой с ограничениями по устойчивости и конструктивными ограничениями. В данной работе процесс оптимизации разделен на две стадии: на первой стадии оцениваются общая толщина и жесткостные параметры ламината, на второй стадии определяется последовательность слоев с направлением  $0, 90^\circ, \pm 45^\circ$ . Для оценки параметров ламината на первой стадии используется программное обеспечение VICONOPT со встроенным модулем оптимизации на основе генетического алгоритма (ГА). Полученная толщина округляется до значения, кратного толщине слоя. На второй стадии последовательность слоев в ламинате определяется на основе рационального подхода и генетического алгоритма. Укладка, полученная в [20] для панели с размерами  $150 \times 100$  мм, нагруженной сжимающей нагрузкой 1 Н, представлена в табл. 1 и имеет общую толщину 3,5 мм.

АВРП дал аналогичную толщину и, соответственно, аналогичную массу. Полученная укладка, а также результаты конечно-элементного анализа для двух упаковок представлены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что коэффициент потери устойчивости  $\lambda$  и интенсивность деформаций  $\epsilon_i$  для двух разных упаковок практически одинаковы. По-видимому, задача имеет пологий минимум и в пределах толщины монослоя существует множество решений. Для других направлений нагрузки данные не приведены.

Также задача поиска оптимальной укладки с помощью многокритериальной оптимизации при конструктивных ограничениях, ограничениях по прочности и устойчивости решается в [21].

Таблица 1

Результаты работы алгоритмов и конечно-элементного анализа

Алгоритм	$t$ , мм	Укладка	$\lambda$	$\epsilon_i$ , %
ГА	3,5	$[(\pm 45)2/\mp 45/-45/(0)2/(90)4]s$	0,90	0,56
АВРРС	3,5	$[(\pm 45)5/(0)4]s$	0,91	0,54

На первом этапе данного подхода определяются минимальная потребная толщина и содержание слоев  $\pm 45^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $0^\circ$  панели для обеспечения устойчивости и прочности. Затем толщина округляется до получения требуемого количества слоев. Далее с помощью генетического алгоритма определяется оптимальная последовательность слоев с направлениями  $\pm 45^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $0^\circ$ . В результате работы алгоритма, описанного в [21], и работы АВРП получены схожие результаты.

Для демонстрации работы алгоритма были получены рациональные параметры неподкрепленной и стрингерной панелей из препрега АСМ102 с механическими характеристиками, представленными в табл. 2.

Таблица 2

**Механические характеристики материала АСМ102**

$E_1$ , ГПа	$E_2$ , ГПа	$E_{12}$ , ГПа	$\mu$	$t_c$ , мм	$\gamma$ , кг/м <sup>3</sup>
126,3	10,4	4,9	0,34	0,13	$1,55 \cdot 10^3$

*Примечание.*  $E_1$  — модуль упругости монослоя в направлении нулевого слоя,  $E_2$  — модуль упругости монослоя в поперечном,  $E_{12}$  — модуль сдвига монослоя,  $\mu$  — коэффициент Пуассона,  $t_c$  — толщина монослоя,  $\gamma$  — плотность

На рис. 1 и 2 приведены результаты работы алгоритма для неподкрепленной панели в случае опирания и защемления, а также укладки, полученные без минимизации интенсивности деформаций и с учетом минимизации. Также проведено сравнение факторов потери устойчивости  $\lambda$ , полученных в результате работы алгоритма, с результатами расчета на устойчивость методом конечных элементов  $\lambda_{МКЭ}$ . На рисунках  $\delta$  — разница между  $\lambda_{МКЭ}$  и  $\lambda$ .

Для стрингерных панелей результаты работы АВРП приведены на рис. 3 и 4.

Из рис. 1–4 видно, что полученные параметры панелей удовлетворяют условиям прочности и

$L \times B$ , м	$q_x, q_y$ , Н/м	$h$ , мм	$\lambda$	$\lambda_{МКЭ}$	$\delta$ , %	$\epsilon$ , %
С учётом минимизации интенсивности деформации						
0,7×0,5	-0,7; 0	9,1	1,01	0,96	-5,2	0,142
[(±45) <sub>2</sub> /90/0/45/0/-45/45/90/-45/±45/45/0/-45/(±45)/(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	-0,7; -0,1	9,88	1,00	0,95	-5,2	0,113
[(±45) <sub>2</sub> /0/(±45) <sub>2</sub> /90/0/±45/0/±45/45/0/-45/0/(90) <sub>2</sub> /0/90/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	0; -0,2	7,54	1,01	1,00	-1,0	0,018
[(90) <sub>2</sub> /0/(90) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
Без учёта минимизации интенсивности деформации						
0,7×0,5	-0,7; 0	9,1	1,07	1,01	-5,9	0,461
[(±45) <sub>17</sub> /45] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	-0,7; -0,1	9,88	1,01	1,01	0,0	0,381
[(±45) <sub>19</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	0; -0,2	7,54	1,08	1,04	-3,8	0,159
[(±45) <sub>14</sub> /45] <sub>1</sub>						

*Примечание.*  $L$  — длина панели,  $B$  — ширина панели,  $h$  — толщина панели,  $\lambda$  — фактор потери устойчивости в аналитическом решении,  $\lambda_{МКЭ}$  — фактор потери устойчивости, полученный с помощью МКЭ,  $\epsilon$  — интенсивность деформации.

Рис. 1. Результаты работы АВРП для случая шарнирного опирания

$L \times B$ , м	$q_x, q_y$ , Н/м	$h$ , мм	$\lambda$	$\lambda_{МКЭ}$	$\delta$ , %	$\epsilon$ , %
С учётом минимизации интенсивности деформации						
0,7×0,5	-0,7; 0	7,54	1,04	0,98	-6,1	0,064
[(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	-0,7; -0,1	7,80	1,05	0,99	-6,1	0,068
[(0) <sub>2</sub> /(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> /90/(0) <sub>2</sub> /90/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	0; -0,2	4,94	1,08	1,09	-0,9	0,028
[(90) <sub>2</sub> /0] <sub>1</sub>						
Без учёта минимизации интенсивности деформации						
0,7×0,5	-0,7; 0	7,54	1,07	1,01	-5,9	0,072
[45/90/0/90/(0) <sub>2</sub> /-45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	-0,7; -0,1	7,80	1,06	1,02	-3,9	0,068
[45/0/(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> /90/(0) <sub>2</sub> /90/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>						
0,7×0,5	0; -0,2	4,94	1,08	1,09	-0,9	0,028
[(90) <sub>2</sub> /0] <sub>1</sub>						

Рис. 2. Результаты работы АВРП для случая защемления

$L \times B$ , м	$q_x, q_y$ , Н/м	$h$ , мм	$h_s$ , мм	$n_s$	$\lambda$	$\lambda_{МКЭ}$	$\delta$ , %	$\epsilon$ , %
С учётом минимизации интенсивности деформации								
0,7×0,5	-0,7; 0	6,24	24	5	1,00	1,05	4,8	0,069
[±45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	-0,7; -0,1	6,24	25	7	1,00	1,11	9,9	0,076
[45/90/(0) <sub>2</sub> /-45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	0; -0,2	9,10	25	1	1,00	0,97	-3,1	0,062
[(±45) <sub>2</sub> /(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> /90] <sub>1</sub>								
Без учёта минимизации интенсивности деформации								
0,7×0,5	-0,7; 0	6,24	24	5	1,00	1,05	4,8	0,069
[±45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	-0,7; -0,1	6,24	25	7	1,01	1,11	9,0	0,080
[45/90/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	0; -0,2	6,24	25	1	1,03	0,99	-4,0	0,079
[(±45) <sub>2</sub> /(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								

*Примечание.*  $L$  — длина панели,  $B$  — ширина панели,  $h$  — толщина панели,  $h_s$  — высота стрингера,  $n_s$  — количество стрингеров,  $\lambda$  — фактор потери устойчивости в аналитическом решении,  $\lambda_{МКЭ}$  — фактор потери устойчивости, полученный с помощью МКЭ,  $\epsilon$  — интенсивность деформации.

Рис. 3. Результаты работы АВРП для случая шарнирного опирания

$L \times B$ , м	$q_x, q_y$ , Н/м	$h$ , мм	$h_s$ , мм	$n_s$	$\lambda$	$\lambda_{МКЭ}$	$\delta$ , %	$\epsilon$ , %
С учётом минимизации интенсивности деформации								
0,7×0,5	-0,7; 0	2,08	25	8	1,02	0,98	-4,1	0,234
[±45/90/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	-0,7; -0,1	2,86	25	8	1,02	1,06	3,8	0,142
[(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	0; -0,2	3,90	16	4	1,01	1,04	2,8	0,050
[(90) <sub>2</sub> /(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
Без учёта минимизации интенсивности деформации								
0,7×0,5	-0,7; 0	2,08	25	8	1,05	0,99	-6,1	0,273
[±45/45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	-0,7; -0,1	2,86	25	8	1,06	1,13	6,2	0,150
[(90) <sub>2</sub> /45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								
0,7×0,5	0; -0,2	3,90	16	4	1,03	1,04	1,0	0,062
[(90) <sub>2</sub> /±45/(0) <sub>2</sub> ] <sub>1</sub>								

Рис. 4. Результаты работы АВРП для случая защемления

устойчивости. Сравнивая интенсивности деформаций, можно отметить, что в большинстве случаев за счет корректировки слоев можно понизить интенсивность деформаций больше чем в два раза при сохранении массы и устойчивости.

Отличие факторов, полученных в аналитическом решении, от факторов, полученных с помощью МКЭ, составило не более 10%.



На рис. 5 и 6 приведены полученные с помощью МКЭ первые формы потери устойчивости и соответствующие им собственные числа для панели с размерами  $0,7 \times 0,5$  м, нагруженной продольным потоком  $-0,7$  Н/м и поперечным потоком  $-0,1$  Н/м, при различных граничных условиях (см. рис. 1–4).

### Выводы

Получены приближенные аналитические решения задач устойчивости неподкрепленной и стрингерной слоистых композитных панелей при граничных условиях опирания и защемления и комбинированном нагружении. Эти выражения учитывают дискретность расположения стрингеров при их совместной работе с панелью на изгиб и кручение, что позволяет корректно учитывать влияние высоты стрингеров на устойчивость.

Проведено сравнение собственных форм и собственных факторов потери устойчивости с результатами конечно-элементного анализа. Как для неподкрепленных, так и для стрингерных панелей получено хорошее совпадение.

Разработан алгоритм выбора параметров неподкрепленной и подкрепленной стрингерами слоистых композитных панелей (укладка и количество слоев препрега, количество и высота стрингеров), обеспечивающих минимальную массу и максимальную жесткость панелей и удовлетворяющих условиям прочности и устойчивости при комбинированных нагрузках для случаев шарнирного

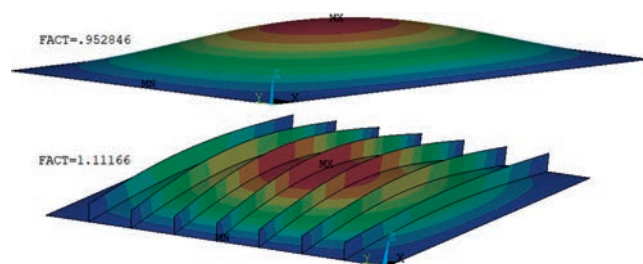


Рис. 5. Первая форма потери устойчивости опертой панели

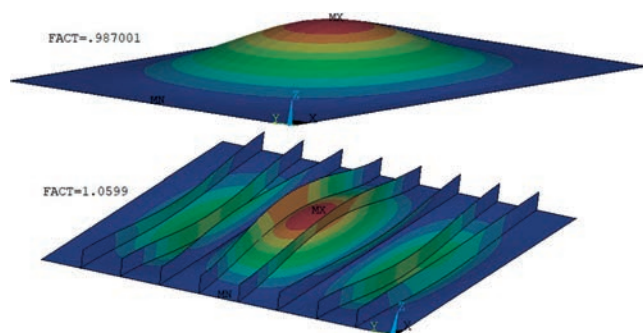


Рис. 6. Первая форма потери устойчивости защемленной панели

опирания и защемления по контуру, который дает возможность конструктору получить параметры композитной панели, включая укладку.

На примерах показаны результаты работы алгоритма и проведено сравнение с данными из российских и зарубежных источников, получено хорошее совпадение.

Результаты исследования создают объективные основания для рационального проектирования несущих тонкостенных конструкций из слоистого композита.

### Список источников

1. Егер С.М. Проектирование пассажирских реактивных самолетов. – М.: Машиностроение, 1964. – 452 с.
2. Дубовиков Е.А. Многоуровневый алгоритм оценки перспективных конструктивно-силовых схем композитных авиаконструкций : Дисс. ... канд. техн. наук. – Жуковский: ЦАГИ, 2017. – 130 с.
3. Ведерников В.В., Шаныгин А.Н. Анализ прочности перспективных конструкций крыла регионального самолета на основе параметрических моделей // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 2. С. 61–76. DOI: 10.34759/vst-2022-2-61-76
4. Митрофанов О.В. Проектирование панелей крыла минимальной массы из композитных материалов с учетом закритического поведения обшивки // Вестник Московского авиационного института. 2002. Т. 9. № 1. С. 35–42.
5. Митрофанов О.В., Мазен О. Проектирование гладких металлических панелей при обеспечении устойчивости и прочности при закритическом поведении // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 1. С. 36–47. DOI: 10.34759/vst-2022-1-36-47
6. Максименко В.Н., Олегин И.П., Пустовой Н.В. Методы расчета на прочность и жесткость элементов конструкций из композитов: Учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – 424 с.
7. Болдырев А.В., Комаров В.А. Проектирование силовой схемы фюзеляжа самолета в зоне большого выреза // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. 2016. № 8–9. С. 21–26.
8. Дудченко А.А., Канчая Р.Р.А. Рациональное проектирование конструкции отсека фюзеляжа из композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. 2011. № 2. С. 21–34.
9. Балунов К.А., Ишмурастов Ф.З., Туктаров С.А. и др. Многодисциплинарные аспекты в исследованиях синтеза и оптимизации конструктивно-силовых схем летательных аппаратов // Прочность конструкций летательных аппаратов: Сборник статей Научно-технической конференции (08–09 декабря 2016; Жуковский). Жуковский: Изд-во ЦАГИ, 2017. Т. 2764. С. 29–36.
10. Морозов Н.А., Власов Ю.Л., Гаврилов А.А. Оптимизация параметров композитных обшивок сухих отсеков лета-



- тельных аппаратов с помощью NASTRAN // Вестник Оренбургского государственного университета. 2015. № 9(184). С. 164–169.
11. Михайловский К.В., Барановски С.В. Методика проектирования крыла из полимерных композиционных материалов на основе параметрического моделирования. Часть 3. Выбор и обоснование оптимальных схем армирования силовых элементов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2018. № 5(698). С. 75–84. DOI: 10.18698/0536-1044-2018-5-75-84
  12. Тун Л.Х., Просунцов П.В. Оптимизация формы шпангоутов и углов укладки полимерного композиционного материала силового набора хвостовой части легкого самолета // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 9(738). С. 97–107. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-9-97-107
  13. Грищенко С.В. Феноменологическая методика подбора рациональных параметров укладки слоев при проектировании панелей авиационных конструкций из слоистых полимерных композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. 2019. № 4(156). С. 45–49.
  14. Янг Н.М., Аунг Ч.Т., Мартиросов М.И., Рабинский Л.Н. Выбор рациональных конструктивных решений при проектировании элементов конструкций из полимерных композитов // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (24–31 мая 2017; Алушта). М.: Изд-во МАИ-Принт, 2017. С. 349–350.
  15. Хазиев А.Р. Оптимальное проектирование композитных элементов конструкций по условиям прочности, жесткости и устойчивости: Дисс. ... канд. техн. наук. – М., МАТИ, 2009. – 210 с.
  16. Куреев В.А., Казаков И.А. Выбор рациональных параметров композитных панелей крыла // Ученые записки ЦАГИ. 2023. Т. LIV. № 3. С. 89–100.
  17. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: Учебник. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
  18. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек: Избр. работы под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Наука, 1971. – 808 с.
  19. Бадрухин Ю.И., Терехова Е.С. О формировании пакетов из слоистого композита в несущих тонкостенных конструкциях // Краевые задачи и математическое моделирование: Тематический сборник научных статей. Новокузнецк: КГПИ КемГУ, 2023. С. 8–15.
  20. Liu X., Featherston C.A., Kennedy D. Two-level layup optimization of composite laminate using lamination parameters // Composite Structures. 2019. Vol. 211, pp. 337–350. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.12.054
  21. Irisarri F.-X., Bassir D.H., Carrere N., Maire J.-F. Multiobjective stacking sequence optimization for laminated composite structures // Composite Science and Technology. 2009. Vol. 69. Nos. 7–8, pp. 983–990. DOI: 10.1016/j.compscitech.2009.01.011

## References

1. Eger S.M. *Proektirovanie passazhirskikh reaktivnykh samoletov* (Design of passenger jet aircraft), Moscow, Mashinostroenie, 1964, 452 p.
2. Dubovikov E.A. *Mnogourovnevnyi algoritm otsenki perspektivnykh konstruktivno-silovykh skhem kompozitnykh aviakonstruktsii* (Multi-level algorithm for qualification promising structural layouts of composite airframes). Ph.D. thesis. Zhukovskii, TsAGI, 2017, 130 p.
3. Vedernikov D.V., Shanygin A.N. Strength analysis of regional aircraft prospective wing structures based on parametric models. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 2, pp. 61–76. DOI: 10.34759/vst-2022-2-61-76
4. Mitrofanov O.V. Composite material wing panel of minimal mass design considering supercritical skin response. *Aerospace MAI Journal*, 2002, vol. 9, no. 1, pp. 35–42.
5. Mitrofanov O.V., Mazon O. Smooth metallic panels designing while stability and strength ensuring at postbuckling behavior. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 1, pp. 36–47. DOI: 10.34759/vst-2022-1-36-47.
6. Maksimenko V.N., Olegin I.P., Pustovoi N.V. *Metody rascheta na prochnost' i zhestkost' elementov konstruktsii iz kompozitov* (Methods for calculating the strength and stiffness of composite products), Novosibirsk, NGTU, 2015, 424 p.
7. Boldyrev A.V., Komarov V.A. Polet. *Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal*, 2016, no. 8–9, pp. 21–26.
8. Dudchenko A.A., Kanchaya R.R.A. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov*, 2011, no. 2, pp. 21–34.
9. Balunov K.A., Ishmuratov F.Z., Tuktarov S.A. et al. *Materialy Nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Prochnost' konstruktsii letatel'nykh apparatov" (08–09 December 2016; Zhukovskii)*. Zhukovskii, TsAGI, 2017, vol. 2764, pp. 29–36.
10. Morozov N.A., Vlasov Yu.L., Gavrilov A.A. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2015, no. 9(184), pp. 164–169.
11. Mikhailovskii K.V., Baranovskii S.V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2018, no. 5(698), pp. 75–84. DOI: 10.18698/0536-1044-2018-5-75-84
12. Tun L.Kh., Prosuntsov P.V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2021, no. 9(738), pp. 97–107. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-9-97-107
13. Grishchenko S.V. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov*, 2019, no. 4(156), pp. 45–49.
14. Yang N.M., Aung Ch.T., Martirosov M.I., Rabinskii L.N. *Materialy XX Yubileinoi Mezhdunarodnoi konferentsii po vychislitel'noi mekhanike i sovremennym prikladnym sistemam (24–31 May 2017; Alushta)*. Moscow, MAI-Print, 2017, pp. 349–350.
15. Khaziev A.R. *Optimal'noe proektirovanie kompozitnykh elementov konstruktsii po usloviyam prochnosti, zhestkosti i istoichivosti* (Optimal design of composite structure elements by strength, stiffness and buckling conditions),

- Moscow, Ph.D. thesis. Moscow, МАТИ, 2009, 210 p.
16. Kireev V.A., Kazakov I.A. *Uchenye zapiski TsAGI*, 2023, vol. LIV, no. 3, pp. 89-100.
  17. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* (Applied plasticity and creep theory), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 400 p.
  18. Timoshenko S.P. *Ustoichivost' sterzheni, plastin i obolochek. Sbornik statei*. Moscow, Nauka, 1971, 808 p.
  19. Badrukhin Yu.I., Terekhova E.S. *Kraevye zadachi i matematicheskoe modelirovanie. Tematicheskii sbornik nauchnykh statei*. Novokuznetsk, KGPI KemGU, 2023, pp. 8-15.
  20. Liu X., Featherston C.A., Kennedy D. Two-level layup optimization of composite laminate using lamination parameters. *Composite Structures*, 2019, vol. 211, pp. 337-350. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.12.054
  21. Irisarri F.-X., Bassir D.H., Carrere N., Maire J.-F. Multiobjective stacking sequence optimization for laminated composite structures. *Composite Science and Technology*, 2009, vol. 69, nos. 7-8, pp. 983-990. DOI: 10.1016/j.compscitech.2009.01.011

Статья поступила в редакцию 28.09.2023; одобрена после рецензирования 30.10.2023; принята к публикации 31.10.2023.

The article was submitted on 28.09.2023; approved after reviewing on 30.10.2023; accepted for publication on 31.10.2023.