

Научная статья
УДК 629.7.05
DOI: 10.34759/vst-2021-4-92-105

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ ТРАКТОВ ПРИ НАГРЕВЕ С ПОМОЩЬЮ РАССТАНОВКИ ОПОР

Илья Владимирович Кудрявцев

Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
ikudryavcev@sfu-kras.ru

Аннотация. Волноводные тракты являются неотъемлемыми узлами СВЧ-устройств в космической технике и, помимо заданных радиотехнических параметров, требуют обеспечения их динамического состояния с учетом нагрева. Одними из важнейших параметров, определяющих динамическое поведение протяженной конструкции волновода при совместном воздействии вынужденных колебаний и нагреве, являются значения первой собственной частоты колебаний и критическая температура потери устойчивости. В данной статье рассмотрены вопросы управления первой собственной частотой колебаний и критической температурой применительно к прямолинейным волноводным трактам космических аппаратов с помощью разработанной методики обоснованного выбора расстановки опор. Предложены методики решения прямой и обратной задачи, позволяющие как определять первую собственную частоту колебаний и критическую температуру при заданных закреплениях, так и выбирать схему расстановки опор, которые обеспечат эти параметры динамического состояния волновода. По разработанным методикам выполнен расчет прямолинейного волноводного тракта и сделаны сравнительные численные расчеты в пакете прикладных программ (ППП) Ansys для стержневой и оболочечной моделей, которые показали хорошую сходимость результатов. Разработанные методики имеют общий характер и могут быть использованы как при проверочном расчете, так и при проектировании любых прямолинейных стержневых конструкций для управления их динамическим состоянием посредством расстановки опор.

Ключевые слова: волноводные тракты КА, собственные колебания и устойчивость волновода при нагреве, нормирование коэффициентов опор, аналитический выбор способа закрепления волноводов, верификация методом конечных элементов

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта №20-48-242922.

Для цитирования: Кудрявцев И.В. Обеспечение динамического состояния прямолинейных волноводных трактов при нагреве с помощью расстановки опор // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 92-105. DOI: 10.34759/vst-2021-4-92-105

Original article

ENSURING DYNAMIC STATE OF STRAIGHT WAVEGUIDE PATHS AT HEATING BY SUPPORTS ARRANGEMENT

Ilya V. Kudryavtsev

Siberian federal university, Krasnoyarsk, Russia

ikudryavcev@sfu-kras.ru

Abstract

Waveguide ducts are the integral units of microwave devices in space technology, and, besides the specified radio-technical parameters, they require ensuring their dynamic state with account for heating. One of the most important parameters determining the dynamic behavior of the extended waveguide structure under the combined impact of forced vibrations and heating is the values of the first natural vibration frequency and the critical temperature of stability loss. The presented work considers the issues of controlling the first natural vibration frequency and critical temperature as applied to the spacecraft straight waveguide ducts by the developed technique of the supports arrangement substantiated choice. The author suggests the techniques for solving direct and inverse problems, allowing both determining the first natural vibration frequency and critical temperature at the specified fixations, and selecting the structure of the supports arrangement, which will ensure these parameters of the waveguide dynamic state. The example of the straight waveguide duct computation and comparative numerical calculations, which demonstrated good convergence of the results, were performed with Ansys software. The developed techniques are of a general character, and they may be employed at both checking calculation and developing any kind of straight beam structures for controlling their dynamic state by the supports arrangement.

Keywords: spacecraft waveguides, natural vibrations and stability of the waveguide at heating, support coefficients normalizing, analytical selection of waveguide support, verification by finite element method

Funding: the work was supported by the Russian Foundation of Basic Research, the Government of Krasnoyarsk Territory, Krasnoyarsk Territorial Foundation of Science within the framework of the scientific project No 20-48-242922.

For citation: Kudryavtsev I.V. Ensuring dynamic state of straight waveguide paths at heating by supports arrangement. *Aerospace MAI Journal*, 2021, vol. 28, no. 4, pp. 92-105. DOI: 10.34759/vst-2021-4-92-105

Введение

Волноводные тракты в антенно-фидерной системе космических аппаратов (КА) предназначены для передачи СВЧ-сигналов между антеннами и блоками связи бортовой приемо-передающей аппаратуры космического аппарата [1]. В течение длительного срока эксплуатации КА волноводы подвергаются воздействию различных воздействий, среди которых основную роль играют вынужденные колебания и изменение температуры в весьма широком диапазоне ($-150...+150$ °С). Изменение температуры материала конструкции вызывает изменение его геометрических размеров, что при наличии препят-

ствий, например в виде опор, приводит к появлению сжимающих температурных усилий, которые снижают значения собственных частот протяженных конструкций и даже могут вызвать потерю их устойчивости [2–5]. Поэтому при проектировании волноводных трактов важной задачей является обеспечение их динамического состояния, которое во многом характеризуется первой собственной частотой колебаний f_1 и критической температурой ΔT_{cr} , при которой происходит потеря устойчивости. Условиями работоспособности таких конструкций:

$$f_1 \geq [f], \Delta T_{cr} \geq [\Delta T], \quad (1)$$

где допустимые значения частоты $[f]$ и нагрева $[\Delta T]$ берутся с учетом заданных величин коэффициентов запаса.

Теоретические основы для расчета колебаний и потери устойчивости изложены во многих работах, начиная с конца XIX века и по настоящее время [6—27]. В результате, к настоящему времени задачу расчета колебаний и потери устойчивости для различных типов механических конструкций (стержень, пластинка, оболочка, их комбинации и др.), подвергающихся температурным воздействиям, с математической точки зрения можно считать решенной, и она сводится к дифференциальным уравнениям в частных производных с заданными граничными условиями. Проблемой остается решение поставленной задачи, поскольку оно, после ряда математических преобразований, в конечном счете сводится к задаче на собственные значения. Из-за сложности получения аналитического решения такой задачи часто используются различные численные и получисленные методы расчета (численное итерационное решение, бесконечные ряды, специальные функции, комплексные числа и др.). Распространена практика использования для расчета колебаний и устойчивости протяженных конструкций специализированных программ на ЭВМ, которые обычно основаны на методе конечных элементов (Ansys, Nastran и др.), что практически устраняет проблему получения решений [28—30]. Однако численные методы позволяют получать только отдельные частные решения, что затрудняет их использование в инженерной практике при проектных и исследовательских работах для оперативной качественной оценки принимаемых предварительных решений. Остается проблема экстраполяции и интерполяции результатов этих воздействий на статическое и динамическое состояние протяженных конструкций при вариации исходных данных, например в процессе оценки влияния геометрии и материала конструкции, способа расстановки и количества опор на результаты статического, динамического и термоупругого анализа для поиска рациональной схемы конструкции.

Для решения данной проблемы были разработаны различные справочники по динамике конструкций [31, 32], призванные помочь инженеру проводить необходимые расчеты без необходимости составления и решения дифференциальных уравнений. При этом практически вся литература по данной тематике создана в виде

универсальных многозначных таблиц и диаграмм, не поясняющих области применимости предлагаемых решений. Другой проблемой таких справочников является их проверочный подход, т. е. они рассчитаны на использование для оценки динамических параметров уже существующих конструкций с заданными закреплениями, причем условия работоспособности (1) проверяются отдельно. Однако на практике инженерам-проектировщикам часто требуется решать обратную задачу, т. е. для волноводного тракта известной протяженности определять вид и число опор, при которых будут обеспечены оба условия его работоспособности (1). В этих случаях приходится проектировать конструкцию методом последовательных приближений, изменяя вид закреплений и анализируя получаемые результаты, поскольку в существующей литературе отсутствуют методики, которые позволили бы выполнить такую проектную задачу.

Одним из эффективных способов обеспечить оба условия работоспособности (1) для протяженных конструкций является обоснованный выбор типа и способов расстановки опор. В данной статье на базе известных аналитических зависимостей теории колебаний и теории устойчивости предложена методика, позволяющая на основе исходных требований выбирать системы, расстановки опор, которая обеспечивает требуемые значения для первой частоты собственных колебаний и критической температуры для протяженных прямолинейных волноводных трактов как отдельно, так и одновременно.

1. Расчетная схема для прямолинейного волноводного тракта

В общем случае конструкция волноводного тракта состоит из отдельных прямолинейных и криволинейных тонкостенных элементов прямоугольного тонкостенного поперечного сечения, которые соединяются между собой при помощи муфт и фланцев, а также гибкой секции. Протяженность конструкции волноводного тракта и геометрия его срединной линии широко варьируются в зависимости от многих факторов. В данной работе рассматриваются только прямолинейные волноводные тракты, поскольку криволинейные элементы обычно имеют весьма малые радиусы закруглений, которые обеспечивают им значительно более высокую жесткость и соответствующие динамические характеристики.

1.1. Расчетная модель волноводного тракта

Рассмотрим конструкцию прямолинейного волноводного тракта (рис. 1,а), который по краям присоединен к массивным и жестко закрепленным СВЧ-блокам. Жесткость волноводного тракта в целом обеспечивается с помощью системы расстановки промежуточных опор. Конструкция промежуточных опор состоит из стойки и хомутового соединения (рис. 1,а), которое позволя-

ет волноводу скользить вдоль своей продольной оси. Тонкостенное поперечное сечение волновода имеет прямоугольную форму (рис. 1,б).

В качестве расчетной схемы волноводного тракта примем стержневую модель с эквивалентными геометрическими характеристиками (рис. 2,а). Соединительными муфтами пренебрегаем по причине их малого размера и влияния на

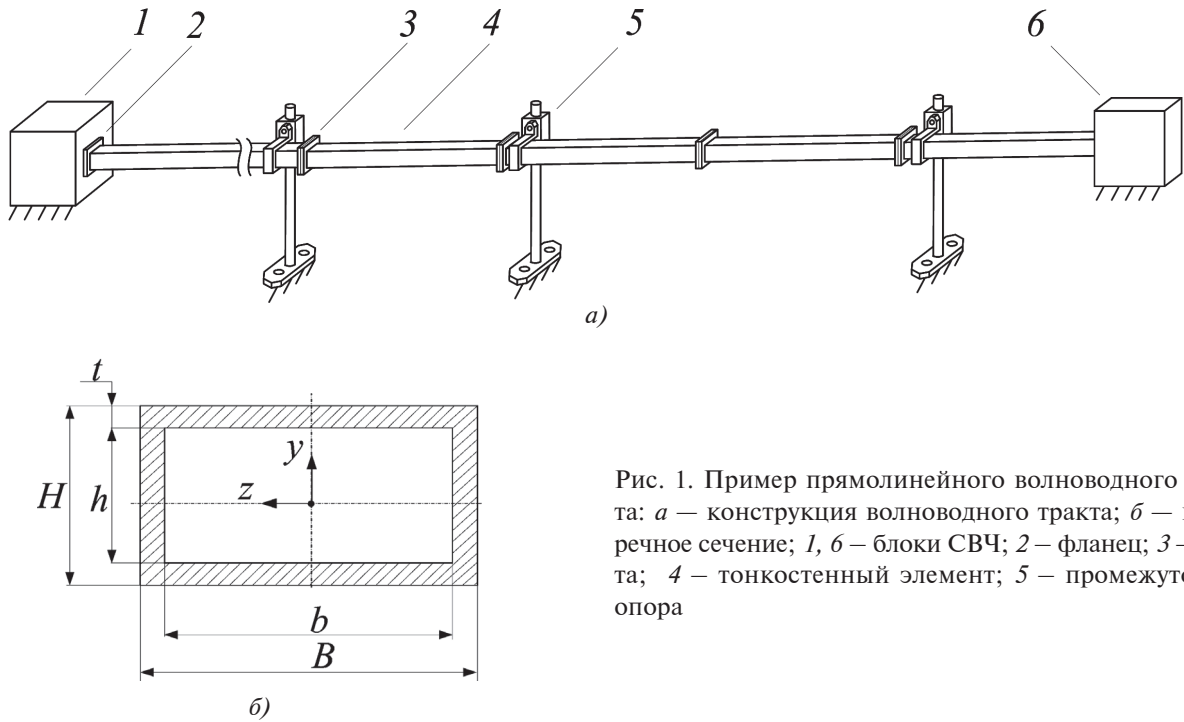


Рис. 1. Пример прямолинейного волноводного тракта: а — конструкция волноводного тракта; б — поперечное сечение; 1, 6 — блоки СВЧ; 2 — фланец; 3 — муфта; 4 — тонкостенный элемент; 5 — промежуточная опора

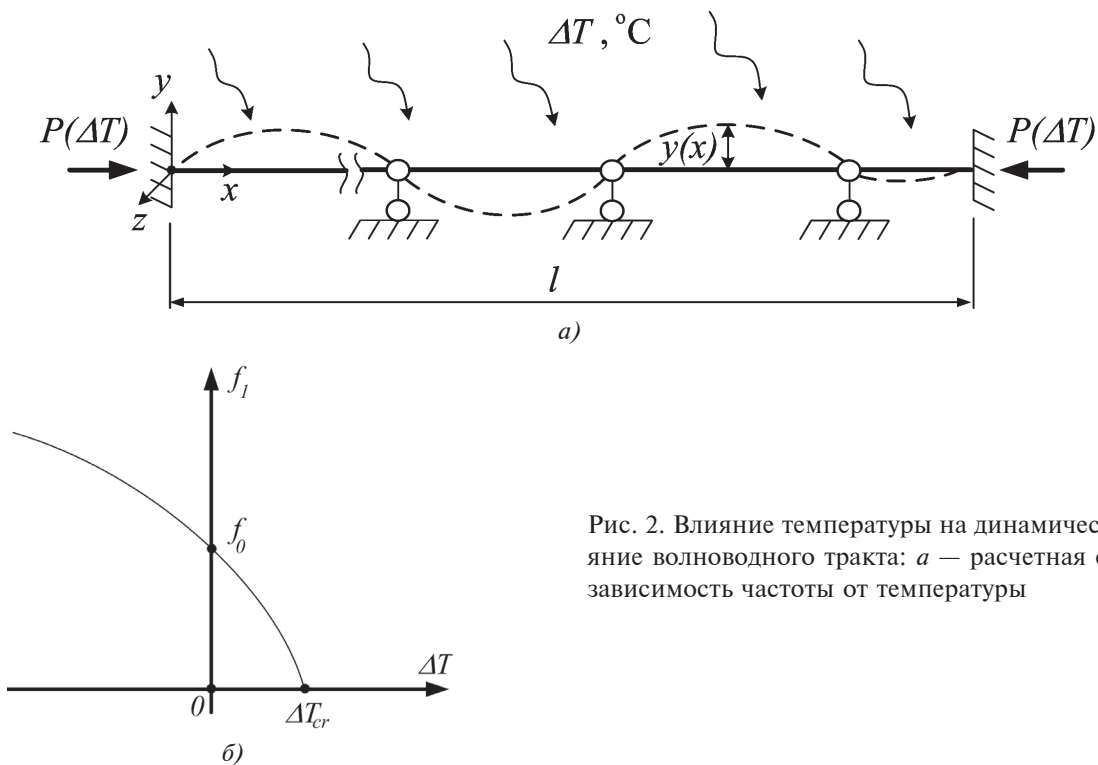


Рис. 2. Влияние температуры на динамическое состояние волноводного тракта: а — расчетная схема; б — зависимость частоты от температуры

геометрию и жесткостные характеристики волноводного тракта в целом.

Стрежневая модель волноводного тракта справедлива при отношении его максимального поперечного размера к длине

$$\frac{B_{\max}}{l} < 0.1, \quad (2)$$

где l — длина; B_{\max} — максимальный размер поперечного сечения.

Размеры большинства встречающихся на практике волноводов удовлетворяют требованию (2), особенно в диапазоне крайне высоких частот, для которого размеры поперечного сечения волноводов значительно меньше, чем в диапазоне СВЧ.

Изменения температуры вызывает изменение всех размеров волноводного тракта, но особенно критично в продольном направлении, где из-за наличия краевых опор, препятствующих тепловому деформированию, появляется продольная сила $P(\Delta T)$, которые изменяет собственную частоту колебаний волновода. Типичный график данной зависимости показан на рис. 2,б, где f_0 — расчетное значение первой собственно частоты колебаний при $\Delta T = 0$. График на рис. 2,б наглядно показывает, что охлаждение волноводного тракта приводит к повышению его жесткости, поэтому важно оценить только эффекты от повышения температуры. При росте температуры до некоторого значения ΔT_{cr} (рис. 2,б) частота собственных колебаний уменьшится до нуля, при этом сжимающая сила $P(\Delta T)$ достигнет критического значения и приведет к общей потере устойчивости волновода по некоторой кривой $y(x)$ (рис. 2,а).

Нагрев волновода происходит на орбите при облучении космических аппаратов солнечными лучами. Дополнительный нагрев волновода также происходит в процессе передачи внутри волновода СВЧ-сигналов большой мощности вследствие неизбежных потерь в скин-слое [4]. Температурное поле волновода по толщине считаем равномерным, поскольку изменение температуры происходит равномерно в течение продолжительного времени и материал волновода имеет высокую теплопроводность.

В большинстве случаев для протяженных конструкций волноводов самыми критичными динамическими параметрами будут первая собственная частота колебаний и первая критическая нагрузка потери устойчивости, при которых

волновод будет испытывать изгиб в плоскости наименьшей жесткости y, x по некоторой функции $y(x)$ (рис. 2,а).

В данной работе обеспечение условий работоспособности волноводного тракта (1) выполним с помощью установки необходимого числа промежуточных опор. Для этого получим единое уравнение динамического состояния волноводного тракта и далее определим критерий выбора требуемого числа промежуточных опор.

1.2. Разрешающее уравнение динамического состояния волновода

Согласно принятой модели волновода (рис. 2,а), уравнение свободных колебаний с учетом действия продольной силы P имеет вид [6, 7]

$$EJ_{\min} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где $y = y(x, t)$ — функция прогиба; E — модуль Юнга материала; J_{\min} — минимальный момент инерции поперечного сечения в плоскости изгиба; m — удельная масса волновода, $m = \rho S$ (ρ — плотность материала); S — площадь поперечного сечения; P — продольная сила.

Принимая в качестве функции прогиба $y(x)$ для рассматриваемой изгибной формы колебаний на первой собственной частоте синусоиду и задавая четыре граничных условия, отражающие условия закрепления волноводного тракта (рис. 2,а), выражение для первой частоты собственных колебаний волновода запишем в виде

$$f_1(\Delta T) = \frac{\alpha^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}, \quad (4)$$

где α — коэффициент опор, учитывающий способ закрепления волновода при колебаниях.

При действии сжимающей продольной силы P на волноводный тракт, первую собственную частоту колебаний можно определить как [32]

$$f_{1(P \neq 0)} = f_{1(P=0)} \cdot \sqrt{1 - \frac{P}{P_{cr}}}, \quad (5)$$

где $f_{1(P \neq 0)}$ — частота свободных колебаний при действии силы P ; $f_{1(P=0)}$ — частота свободных колебаний при отсутствии силы P ; P_{cr} — критическая сжимающая сила для заданной схемы закрепления.

Критическую нагрузку P_{cr} будем определять для первой формы потери устойчивости по формуле Л. Эйлера, для которой необходимым условием является то, что напряжения не должны превосходить предел пропорциональности. В данной работе везде считается, что напряжения ниже этого предела, тогда выражение для первой критической силы имеет вид [19, 20]

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{\mu^2 \cdot l^2}, \quad (6)$$

где μ — коэффициент приведения длины, определяется способом закрепления.

Значения коэффициентов опор α и μ для наиболее распространенных случаев расстановки опор можно найти во многих справочниках [31, 32]. Поскольку коэффициенты опор определяются только условиями закрепления конструкции, то это дает возможность управлять динамическим поведением волноводного тракта с помощью выбора схемы расстановки опор через данные коэффициенты.

Изменение температуры волноводного тракта учтем, выразив продольную силу P по закону Гука и коэффициент температурного расширения материала волновода [33] как

$$P = \alpha_t \cdot \Delta T \cdot ES, \quad (7)$$

где α_t — коэффициент температурного расширения.

Объединив выражения (4)–(7), получим выражение для первой частоты собственных колебаний волноводного тракта, учитывающее температуру и способ закрепления в следующем виде:

$$f_1(\Delta T) = \left(\frac{\alpha}{\pi l}\right)^2 \sqrt{\frac{E}{4m}(\pi^2 J_{\min} - \mu^2 l^2 \alpha_t \Delta TS)} \geq [f]. \quad (8)$$

Полученная аналитическая зависимость позволяет определять первую собственную частоту колебаний волноводного тракта при заданной температуре и расстановке опор. Согласно динамическому методу исследования устойчивости, потеря устойчивости конструкции соответствует моменту, когда собственная частота колебаний конструкции равна нулю. В выражении (8) это соответствует случаю, когда выражение в скобках под корнем обратится в ноль, что позволяет использовать данную зависимость и для исследования устойчивости.

Таким образом, условие (8) одновременно обеспечивает выполнение обоих условий работоспособности (1): минимально допустимое значение первой собственной частоты колебаний и условие устойчивости конструкции волноводного тракта при изменении температуры. Однако использование этого выражения затруднено наличием двух разнозначных коэффициентов опор (α и μ), которые не позволяют однозначно решить его, и, следовательно, требуется единый критерий для обеспечения обоих условий работоспособности (1).

2. Критерий выбора числа промежуточных опор

В соответствии с расчетной схемой волноводного тракта (см. рис. 2,а) получим единый критерий выбора числа промежуточных опор, которые обеспечат условия работоспособности (1). Для этого дополнительно примем условие, что расстояния между промежуточными опорами равны, это обоснованно, поскольку соответствует равной прочности и жесткости всех пролетов конструкции и широко распространено на практике (рис. 3).

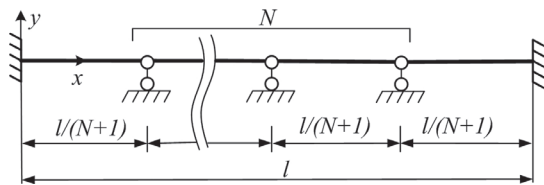


Рис. 3. Схема расстановки опор

В этом случае длина каждого пролета определяется как

$$l_i = \frac{l}{N+1}. \quad (9)$$

При $N=0$ получаем однопролетный волновод как частный случай многопролетной конструкции.

2.1. Нормирование коэффициентов опор

Для выбранной расчетной схемы и заданного числа промежуточных опор (рис. 3) в справочниках [31, 32] можно найти соответствующие значения коэффициентов α и μ , которые приведены в табл. 1. Максимальное число промежуточных опор в данной работе примем равным 10, при необходимости можно получить значения для любого числа и вида промежуточных опор.

Из табл. 1 следует, что исходные значения коэффициентов опор α и μ существенно различаются.

Таблица 1

Значения коэффициентов опор в зависимости от N

Коэф- фициент	Число промежуточных опор N										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	4,730	3,927	3,557	3,393	3,310	3,260	3,230	3,210	3,196	3,186	3,180
μ	0,5	0,699	0,814	0,879	0,917	0,939	0,954	0,964	0,971	0,977	0,978
Нормированные значения коэффициентов											
α'	2,267	6,251	11,54	18,66	27,75	38,77	51,80	66,82	83,83	102,8	124,0
μ'	4	8,187	13,58	20,71	29,73	40,83	53,84	68,87	85,91	104,8	126,5

ся и не имеют какой-либо корреляции. С целью получения единого критерия выбора схемы расстановки опор преобразуем исходные значения коэффициентов α и μ так, чтобы их значения стали сопоставимыми. Для этого с учетом (9) нормируем исходные коэффициенты опор по отношению к коэффициентам опор абсолютно свободной балки по зависимостям

$$\alpha' = \left(\frac{\alpha \cdot (N + 1)}{\pi} \right)^2; \mu' = \left(\frac{N + 1}{\mu} \right)^2 \quad (10)$$

и пересчитанные значения коэффициентов опор α' и μ' также приведем в табл. 1.

Новые значения коэффициентов опор α' и μ' преобразуют выражения для первой собственной частоты, критической силы и критической температуры к виду:

$$f_1(\Delta T) = \frac{\alpha'}{2l^2} \sqrt{\frac{E}{m} \left(\pi^2 J_{\min} - \frac{1}{\mu'} l^2 \alpha' \Delta T S \right)} \leq [f]; \quad (11)$$

$$P_{cr} = \left(\pi^2 J_{\min} - \frac{4l^4 [f]^2 m}{\alpha'^2 E} \right) \frac{\mu' E}{l^2} \leq [P]; \quad (12)$$

$$\Delta T_{cr} = \frac{\mu'}{l^2 \cdot \alpha' \cdot S} \left(\pi^2 J_{\min} - \frac{4l^4 [f]^2 m}{\alpha'^2 E} \right) \leq [\Delta T]. \quad (13)$$

Новые определяющие выражения динамического состояния конструкции (11)–(13) учитывают оба условия работоспособности (1) для расчетной схемы согласно рис. 3. Например, выражение (12) определяет первую критическую силу, при которой, помимо обеспечения условия устойчивости, будет обеспечено требуемое значе-

ние первой собственной частоты колебаний конструкции.

2.2. Критерий условия работоспособности

Из табл. 1 следует, что после нормирования новые значения коэффициентов опор α' и μ' оказываются близки друг к другу для каждого варианта числа опор и их различие быстро уменьшается при росте числа промежуточных опор N . Это происходит за счет того, что исходные коэффициенты α и μ (табл. 1) быстро сходятся к характерным константам:

$$\alpha = \pi, \mu = 1 \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (14)$$

Тогда, принимая условие

$$\alpha_{\min} = \alpha' = \mu' \quad (15)$$

за единый критерий работоспособности, из (11) получаем квадратное уравнение относительно искомого коэффициента α_{\min} в виде

$$-\alpha_{\min}^2 \pi^2 EJ_{\min} + \alpha_{\min} l^2 \alpha' \Delta T E S + 4l^4 m [f]^2 = 0. \quad (16)$$

Решение уравнения (16) с учетом знаков имеет вид

$$\alpha_{\min} = C_{\Delta T} + \sqrt{C_{\Delta T}^2 + \frac{4m [f_1]^2 l^4}{\pi^2 EJ_{\min}}}, \quad (17)$$

где $C_{\Delta T}$ – коэффициент учета влияния температуры,

$$C_{\Delta T} = \frac{\alpha' \cdot \Delta T \cdot S l^2}{2\pi^2 J_{\min}}. \quad (18)$$

В результате, для выполнения обоих условий работоспособности (1) из табл. 1 оказывается

необходимо выбрать такое число промежуточных опор N , для которого значения коэффициентов α' и μ' будут не меньше, чем критерий, рассчитанный по выражению (17):

$$\min(\alpha', \mu') \geq \alpha_{\min}. \quad (19)$$

Выбранное согласно условию (19) число промежуточных опор будет одновременно обеспечивать выполнение обоих условий работоспособности (1), в чем можно убедиться, проверив раздельно условия (11) и (12) с выбранными значениями коэффициентов α' и μ' .

Таким образом, разработанная методика позволяет решать прямую и обратную задачу динамического состояния прямолинейного волноводного тракта:

1) проверочный расчет прямолинейного волноводного тракта с заданными закреплениями проводится по зависимостям (12)–(14);

2) проектный расчет заключается в расчете минимального значения коэффициента опор (17) и выборе, согласно полученному значению, необходимого числа промежуточных опор N по табл. 1.

Согласно разработанной методике, выполним расчет прямолинейного волноводного тракта для обеспечения заданных условий работоспособности (1).

3. Пример расчета

Имеется прямолинейный волновод со следующими характеристиками: длина $l = 1,5$ м, типо-

размер тонкостенного прямоугольного поперечного сечения $15 \times 35 \times 1,2$ мм; $S = 1,258 \cdot 10^{-4}$ м²; $J_{\min} = 6,575 \cdot 10^{-9}$ м⁴; материал: алюминиевый сплав $E = 7,1 \cdot 10^5$ МПа, плотностью $\rho = 2770$ кг/м³. Исходное закрепление волновода выполнено в виде жесткой заделки на обоих краях, промежуточных опор нет.

Необходимо определить требуемое число промежуточных опор, при котором обеспечивается значение первой собственной частоты колебаний $[f_1] = 200$ Гц и критическая температура $\Delta T = 65$ °С. Выполним решение по разработанной методике, а полученные результаты расчетов верифицируем в ППП Ansys.

3.1. Решение по разработанной методике

Проверим динамические параметры заданного волновода при исходном закреплении. Согласно зависимости (11), для исходной схемы закрепления ($N = 0$) получим зависимость первой собственной частоты колебаний заданного волновода от температуры и построим для наглядности график $f(\Delta T)$ (рис. 4). Потеря устойчивости будет происходить при нагреве всего на $T_{cr1} = 7,34$ °С, что не позволяет использовать такое закрепление не только для требуемых условий ($[f_1] = 200$ Гц при $\Delta T = 65$ °С), но и при $\Delta T = 0$ °С, поскольку даже в этом случае первая собственная частота колебаний составляет всего $f_1 = 57,94$ Гц (рис. 4).

Необходимо выбрать другую схему закрепления, которая бы обеспечила требуемые условия

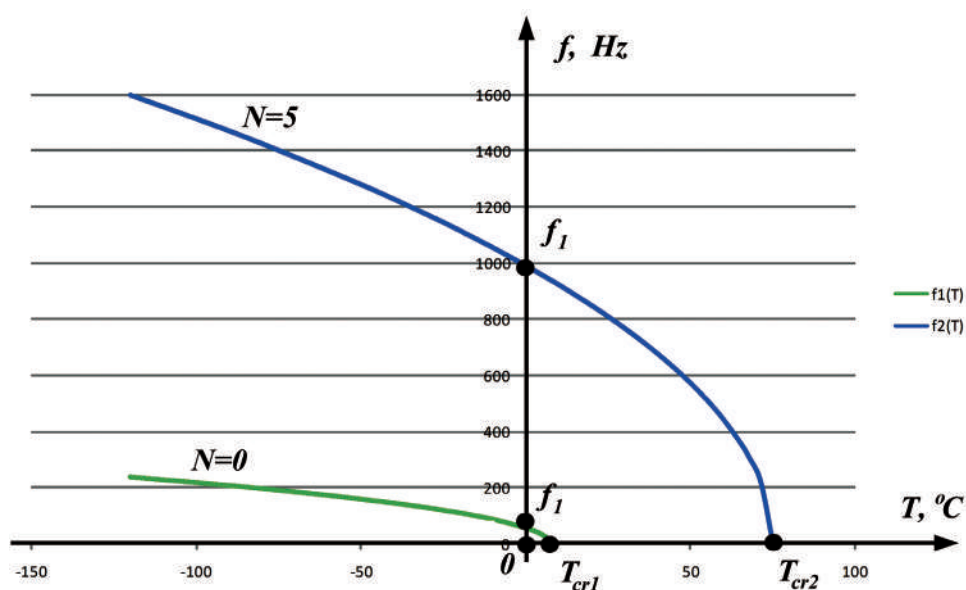


Рис. 4. Зависимость первой собственной частоты колебаний волновода от температуры при отсутствии промежуточных опор ($N = 0$) и с 5 промежуточными опорами ($N = 5$)

работоспособности. Для этого подставим исходные данные волновода в выражение (17) и получим минимальное значение коэффициентов опор:

$$\alpha_{\min} = 37,08. \quad (20)$$

Из табл. 1 выбираем число промежуточных опор, у которой $\min(\alpha', \mu') > 37,08$, например $N=5$, для которого коэффициенты опор

$$\alpha' = 38,77; \mu' = 40,83. \quad (21)$$

Проверяем фактические значения первой собственной частоты колебаний волновода по формуле (11) и критической температуры по выражению (13):

$$f_{1_\phi} = 686,6 \text{ Гц}, \Delta T_{cr_\phi} = 119,7 \text{ }^\circ\text{C}, \quad (22)$$

что с запасом обеспечивает заданные требования, особенно по частоте.

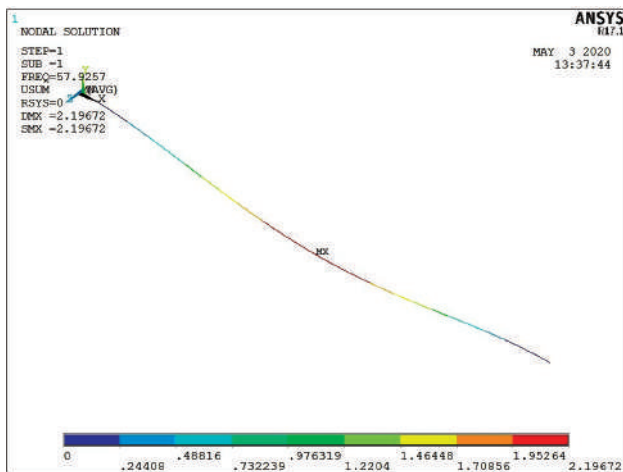
Для наглядности эффекта от выбранных числа промежуточных опор и соответствующих им значений коэффициентов опор (21) на рис. 4 построим вторую кривую $f(T)$ для $N=5$.

3.2. Численное решение

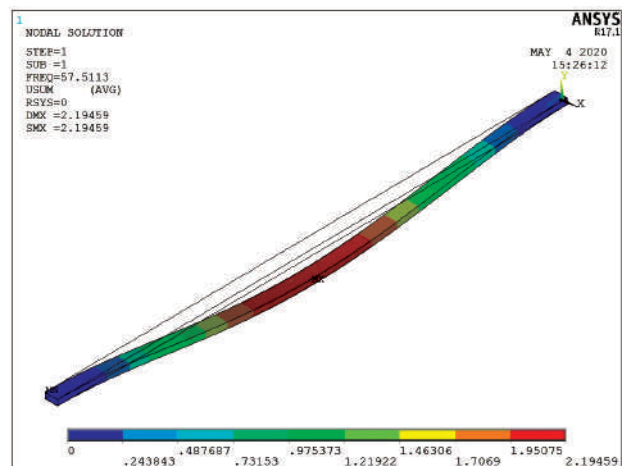
Проведем верификацию полученных результатов численным методом конечных элементов в ППП Ansys. Для этого была создана стержневая и оболочечная модели волновода и рассчитаны их динамические параметры при исходной схеме закрепления и после введения 5 промежуточных опор (рис. 5—7). Стержневая модель содержит 1 500 конечных элементов типа Beam189, а оболочечная модель имеет 13 360 конечных элементов типа Shell281.

Основные численные результаты расчетов сведем в табл. 2 и определим их сходимость.

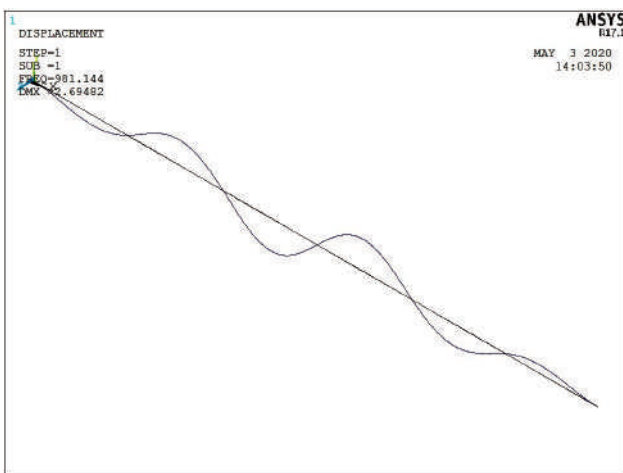
Результаты сравнения показывают хорошую сходимость, отклонение не превышает 2,5% для



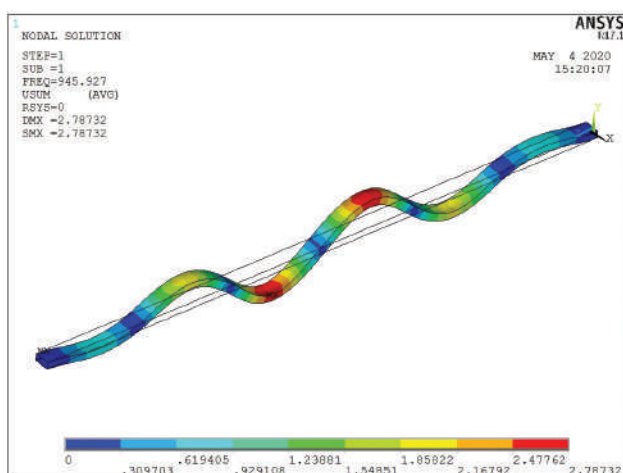
а)



б)



в)



г)

Рис. 5. Первая собственная мода колебаний волновода: а — стержневая модель при $N=0$; б — оболочечная модель при $N=0$; в — стержневая модель при $N=5$; г — оболочечная модель при $N=5$

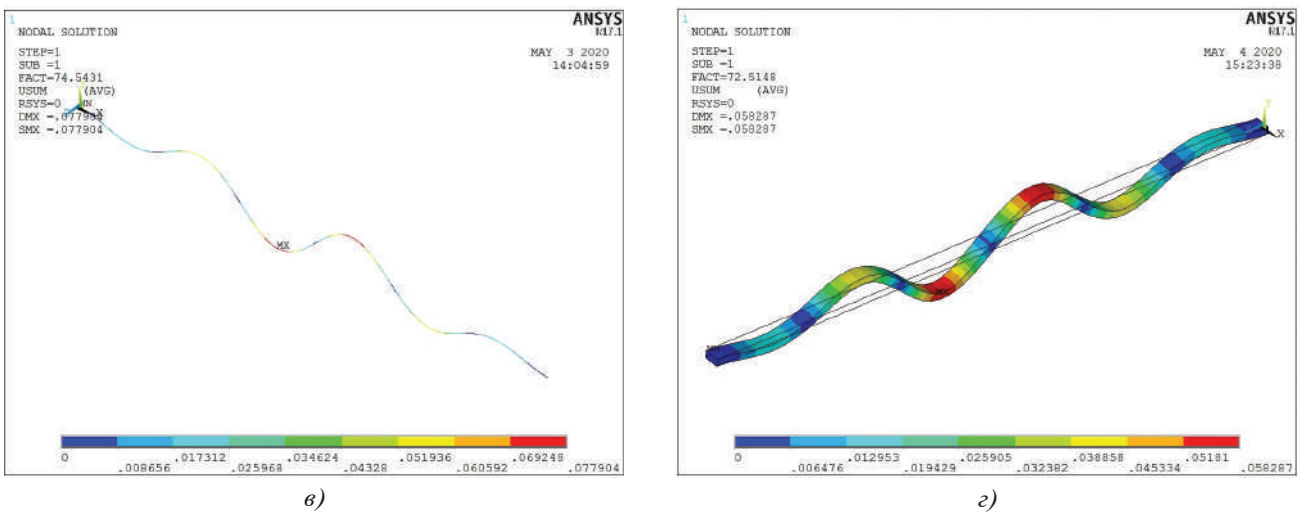
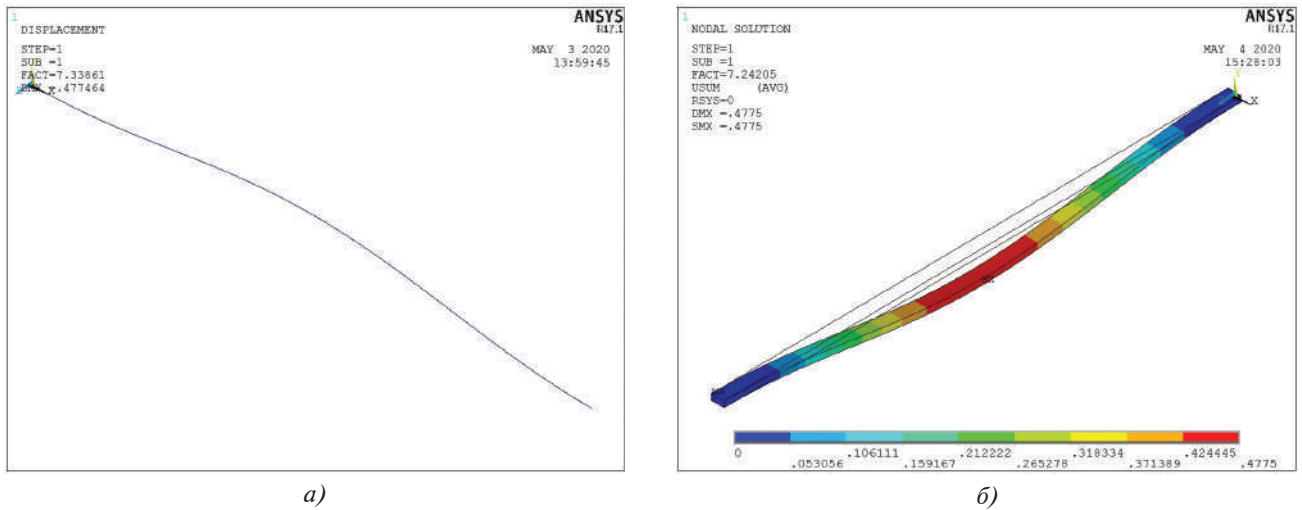


Рис. 6. Первая форма потери устойчивости волновода: *a* — стержневая модель при $N=0$; *б* — оболочечная модель при $N=0$; *в* — стержневая модель при $N=5$; *г* — оболочечная модель при $N=5$

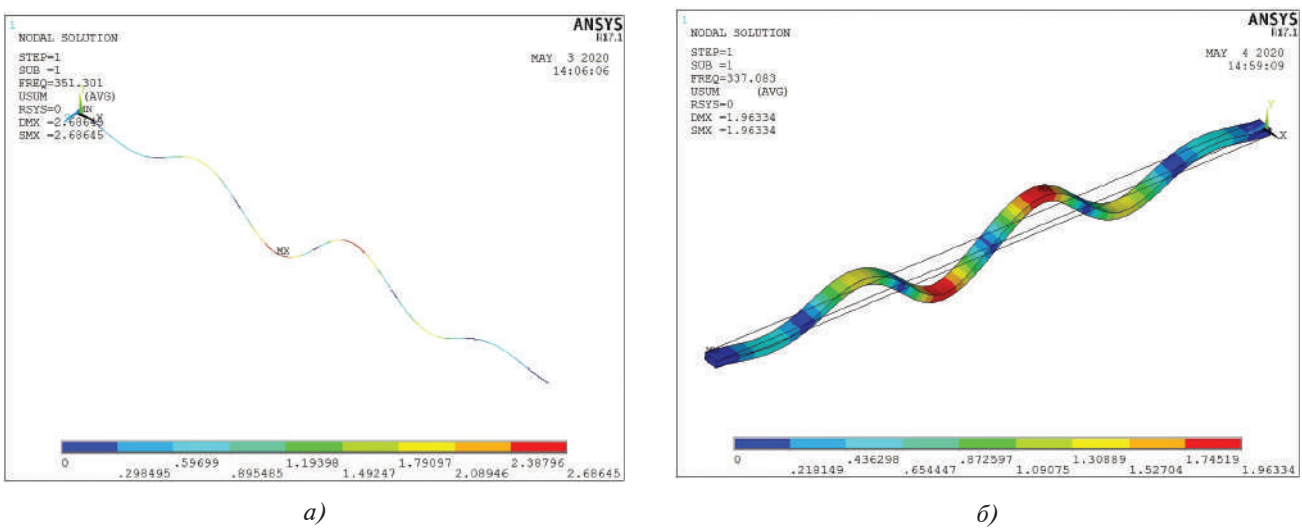


Рис. 7. Первая собственная частота волновода при $N=5$ и нагреве на $65\text{ }^\circ\text{C}$: *a* — стержневая модель; *б* — оболочечная модель

Таблица 2

Сравнение результатов расчета

Параметры	f_1 , Гц при $N=0$ и $T=0^\circ\text{C}$	f_1 , Гц при $N=5$ и $T=0^\circ\text{C}$	f_1 , Гц при $N=5$ и $T=65^\circ\text{C}$	T_{cr} , $^\circ\text{C}$	
				при $N=0$	при $N=5$
Разработанная методика	57,9	990,8	360,3	7,3	74,1
Ansys Beam4	57,9	981,1	351,3	7,3	74,5
Отклонение, %	0,025	0,97	2,5	0,019	0,47
Ansys Shell281	57,5	945,9	337,1	7,24	72,5
Отклонение, %	0,74	4,53	6,39	1,34	3,18

балочной модели и 6,39% для оболочечной модели.

4. Обсуждение и рекомендации

Разработанная методика расчета базируется на известных положениях теории колебаний стержней и теории их устойчивости с учетом действия температуры и хорошо согласуется с их известными разрешающими уравнениями, которые становятся частными случаями предлагаемого подхода. Соответственно, все полученные здесь зависимости используют аналогичные допущения и ограничения при расчетах.

Принятый аналитический подход позволяет преобразовывать разрешающие уравнения практически в любом требуемом направлении. В данной работе исследован обоснованный выбор числа промежуточных опор, но благодаря аналитическим зависимостям легко можно выразить и другие проектные параметры, например требуемое расстояние между опорами, размеры поперечного сечения, свойства материала и др.

Использованный вариант нормирования коэффициентов опор (11) позволил получить новые значения, которые удобны для сравнения параметров динамического состояния волноводного тракта. Например, это позволяет легко устано-

вить, во сколько раз увеличиваются первая собственная частота, критическая температура и первая критическая сила в зависимости от числа промежуточных опор N . Эти данные напрямую соответствуют изменению коэффициентов α' и μ' . Приняв значения коэффициентов α' и μ' для волновода без промежуточных опор ($N=0$) за единицу, оценим их изменение при добавлении промежуточных опор, результаты сведем в табл. 3.

Также практический интерес имеет функция относительного изменения значений коэффициентов α' и μ' при добавлении промежуточных опор, которая показывает, во сколько раз повысятся первая собственная частота, критическая температура и первая критическая сила при добавлении одной промежуточной опоры (табл. 4).

Табл. 3 и 4 показывают, что введение промежуточных опор эффективно влияет и на первую собственную частоту колебаний, критическую температуру и первую критическую силу, существенно повышая их значения. Например, введение только одной промежуточной опоры увеличивает оба параметра в 2—2.76 раза (табл. 3 при $N=1$). Вместе с тем можно заметить, что при

Таблица 3

Абсолютное увеличение значений коэффициентов α' и μ' при добавлении N промежуточных опор

Кэф- фициент	Число промежуточных опор N										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta\alpha'$	1	2,757	5,09	8,233	12,24	17,10	22,85	29,48	36,98	45,37	54,69
$\Delta\mu'$	1	2,047	3,396	5,177	7,433	10,21	13,46	17,22	21,48	26,19	31,63

Таблица 4

Относительное увеличение значений коэффициентов α' и μ' при добавлении промежуточных опор

Коэф- фициент	Число промежуточных опор N										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta\alpha'$	1	2,757	1,846	1,618	1,487	1,397	1,336	1,29	1,255	1,227	1,205
$\Delta\mu'$	1	2,047	1,659	1,525	1,436	1,373	1,319	1,28	1,247	1,219	1,208

числе промежуточных опор более 7 увеличение их количества уже слабо влияет на значения коэффициентов α' и μ' . Например, введение десяти опор вместо девяти повышает первую собственную частоту колебаний и первую критическую силу всего на 21% (табл. 4 при $N=10$).

Проведенный пример расчета в ППП Ansys показал, что для оболочечной модели волноводного тракта собственная частота и критическая сила немного ниже по сравнению со стержневой моделью, что объясняется учетом локальных деформаций тонкостенного поперечного сечения, а также нарушением условия (2) при добавлении промежуточных опор. Однако все полученные результаты остаются в пределах погрешностей используемой теории стержней и вполне достаточны при предварительном проектировании.

Особенностью приведенного примера расчета является то, что при малых требуемых значениях первой собственной частоты колебаний решение (11) оказывается очень чувствительным к значению коэффициента μ' , а при больших значениях частот влияние обоих коэффициентов — α' и μ' — на решение становится равнозначным. Именно поэтому полученное фактическое значение первой собственной частоты (22) оказалось значительно выше, чем исходные требования даже при выборе расчетной схемы, в которой значения коэффициентов опор α' и μ' (21) только немного больше требуемых (20).

В целом, проведенная верификация подтвердила корректность предлагаемой методики и доказала эффективность управления динамическим состоянием волновода посредством изменения системы расположения опор. Использование разработанной методики не ограничивается только схемой закрепления, приведенной на рис. 3, она применима практически для любых схем закреплений, для которых необходимо предварительно определить коэффициенты опор α и μ и далее нормировать их. Такие различные варианты закреплений и соответствующие значения

коэффициентов опор α и μ приводятся во многих справочниках [31, 32] или же могут быть рассчитаны для требуемой схемы расстановки опор и их типа [34].

В данной работе не рассматривались тепловые напряжения, возникающие в волноводе, а также влияние возникающей продольной силы $P(\Delta T)$ на СВЧ-блоки (см. рис. 1,а) и их опорное закрепление, которое в реальных конструкциях не всегда может считаться абсолютно жестким и прочным. Предполагается, что возникающие температурные напряжения и усилия достаточно малы; если же предполагается, что они значительные, то необходима установка гибкой секции для компенсации температурных деформаций.

Выводы

Разработана методика обоснованного выбора схемы закрепления прямолинейных волноводных трактов космических аппаратов, обеспечивающая их работоспособность при заданных требованиях по минимальной частоте собственных колебаний и критической температуре. Методика основана на обобщении известных положений теории колебаний балок и их устойчивости по Эйлеру, что подтверждает корректность полученных аналитических зависимостей.

Методика имеет аналитический вид и общий характер, что позволяет проводить проверочный расчет или проектирование любых протяженных прямолинейных конструкций для обеспечения заданных параметров динамического состояния посредством обоснованного выбора системы расстановки промежуточных опор.

Разработанная методика расчета верифицирована сравнительным расчетом волноводного тракта методом конечных элементов в ППП Ansys для стержневой и оболочечной моделям, который показал хорошую сходимость по всем исследуемым параметрам динамического состояния.

Список источников

1. Воскресенский Д.И., Гостюхин В.Л., Максимов В.М., Пономарев Л.И. Устройства СВЧ и антенны. – М.: Радиотехника, 2016. – 560 с.
2. Хайрнатов К.З. Моделирование и тепловой анализ электронных устройств космических аппаратов // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 3. С. 134-138.
3. Воробьев И.Н., Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Нелинейные колебания спутника с упругим тонкостенным стержнем при солнечном нагреве // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 3. С. 160-169.
4. Кудрявцев И.В., Минаков А.В., Митяев А.Е. Влияние передачи сверхвысокочастотных сигналов большой мощности на термоупругое состояние волновода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 4. С. 29-37. DOI: 10.1134/S0235711919040102
5. Сильченко П.Н., Кудрявцев И.В., Михнёв М.М., Халиманович В.И., Наговицин В.Н. Анализ динамического состояния волноводно-распределительных систем от воздействия вибрационных нагрузок на этапе вывода космического аппарата на орбиту // Журнал СФУ. Серия: Техника и технологии. 2012. № 2. С. 205-219.
6. Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. Механика в техническом университете. Т.4. Теория колебаний. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 272 с.
7. Алфутов Н.А., Колесников К.С. Механика в техническом университете. Т.3. Устойчивость. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 256 с.
8. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: РХД, 2009. – 414 с.
9. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Дрофа, 2004. – 591 с.
10. Блехман И.И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
11. Доев В.С. Поперечные колебания балок. – М.: КНОРУС, 2016. – 412 с.
12. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Ленанд, 2017. – 256 с.
13. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. – СПб.: Лань, 2021. – 440 с.
14. Магнус К. Колебания. – М.: Мир, 1982. – 304 с.
15. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
16. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
17. Хазанов Х.С. Механические колебания систем с распределенными параметрами. – Самара: СГАУ, 2002. – 80 с.
18. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – СПб.: Лань, 2003. – 256 с.
19. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
20. Смирнов А.Ф., Александров А.В., Лащеников Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. – М.: Стройиздат, 1984. – 414 с.
21. He J., Fu Z. Modal Analysis. – Delphi: Butterworth-Heinemann, 2001. – 305 p.
22. Beards C.F. Engineering vibration analysis with application to control systems. – London: Edward Arnold, 1995. – 426 p.
23. Barez F. Dynamic systems vibration and control. – San Jose: SJSU, 2018. – 283 p.
24. Benaroya H., Nagurka M., Han S. Mechanical vibration. – London: CRC Press, 2017 – 579 p.
25. Genta G. Vibration dynamics and control. – Torino: Springer, 2009. – 806 p.
26. Magrab E.B. Vibrations of elastic systems. – New York: Springer, 2012. – 489 p.
27. Timoshenko S.P. Vibration problems in engineering. – New York: D.Van Nostrand company, 1937. – 476 p.
28. Moaveni S. Finite element analysis. Theory and application with Ansys. – Croydon: Pearson, 2015. – 928 p.
29. Stolarski T., Nakasone Y., Yoshimoto S. Engineering analysis with Ansys Software, Kidlington: Butterworth-Heinemann, 2018. – 550 p.
30. Lee H.H. Finite element simulations with Ansys Workbench 18. – Taiwan: SDC Publication, 2018. – 610 p.
31. Бургер И.А. Прочность, устойчивость, колебания. Т.3. – М.: Машиностроение, 1988. – 567 с.
32. Blevins R.D. Formulas for dynamics, acoustics and vibration. – Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2016. – 448 p.
33. Феодосьев В.И. Соппротивление материалов. – М.: МГТУ, 1999. – 592 с.
34. Mityaev A.E., Kudryavtsev I.V., Khomutov M.P., Brungardt M.V., Rabetskaya O.I. Mutual influence of the supports stiffness and the first natural frequency at bending vibrations of a spring-hinged beam // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 1155. 012099. 2021. DOI:10.1088/1757-899X/1155/1/012099

References

1. Voskresenskii D.I., Gostyukhin V.L., Maksimov V.M., Ponomarev L.I. *Ustroistva SVCH i anteny*, Moscow, Radiotekhnika, 2016, 560 p.
2. Khayrnasov K.Z. Modeling and thermal analysis of electronic devices on board space vehicles. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 3, pp. 134-138.

3. Vorobiev I.N., Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. The nonlinear vibrations of the satellite with an elastic beam loaded by solar heating. *Aerospace MAI Journal*, 2012, vol. 19, no. 3, pp. 160-169.
4. Kudryavtsev I.V., Minakov A.V., Mityayev A.Ye. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*, 2019, no. 4, pp. 29-37.
5. Sil'chenko P.N., Kudryavtsev I.V., Mikhnev M.M., Khalimanovich V.I., Nagovitsin V.N. *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*, 2012, no 2, pp. 205-219.
6. Il'in M.M., Kolesnikov K.S., Saratov Yu.S. *Mekhanika v tekhnicheskoy universitete. T.4. Teoriya kolebaniy*, Moscow, MGTU im. N.E.H. Bauman, 2001, 272 p.
7. Alfutov N.A., Kolesnikov K.S. *Mekhanika v tekhnicheskoy universitete. T.3. Ustoichivost'*, Moscow, MGTU im. N.E.H. Bauman, 2003, 256 p.
8. Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy*, Moscow, RKHD, 2009, 414 p.
9. Babakov I.M. *Teoriya kolebaniy*, Moscow, Drofa, 2004, 591 p.
10. Blekhman I.I. *Vibratsionnaya mekhanika*, Moscow, Fizmatlit, 1994, 400 p.
11. Doev V.S. *Poperechnye kolebaniya balok*, Moscow, KNORUS, 2016, 412 p.
12. Panovko Ya.G. *Vvedenie v teoriyu mekhanicheskikh kolebaniy*, Moscow, Lenand, 2017, 256 p.
13. Strelkov S.P. *Vvedenie v teoriyu kolebaniy*, St. Petersburg, Lan', 2021, 440 p.
14. Magnus K. *Kolebaniya*, Moscow, Mir, 1982, 304 p.
15. Timoshenko S.P., Yang D.Kh., Uiver U. *Kolebaniya v inzhenernom dele*, Moscow, Mashinostroenie, 1985, 472 p.
16. Timoshenko S.P. *Prochnost' i kolebaniya ehlementov konstruktii*, Moscow, Nauka, 1975, 704 p.
17. Khazanov Kh.S. *Mekhanicheskie kolebaniya sistem s raspredelennymi parametrami*, Samara, SGAU, 2002, 80 p.
18. Yablonskii A.A., Noreiko S.S. *Kurs teorii kolebaniy*, St. Petersburg, Lan', 2003, 256 p.
19. Klaf R., Penzien Dzh. *Dinamika sooruzhenii*, Moscow, Stroiizdat, 1979, 320 p.
20. Smirnov A.F., Aleksandrov A.V., Lashchenikov B.Ya., Shaposhnikov N.N. *Stroitel'naya mekhanika. Dinamika i ustoychivost' sooruzhenii*, Moscow, Stroiizdat, 1984, 414 p.
21. He J., Fu Z. *Modal Analysis*, Delphi, Butterworth-Heinemann, 2001, 305 p.
22. Beards C.F. *Engineering vibration analysis with application to control systems*, London: Edward Arnold, 1995, 426 p.
23. Barez F. *Dynamic systems vibration and control*, San Jose, SJSU, 2018, 283 p.
24. Benaroya H., Nagurka M., Han S. *Mechanical vibration*, London, CRC Press, 2017, 579 p.
25. Genta G. *Vibration dynamics and control*, Torino, Springer, 2009, 806 p.
26. Magrab E.B. *Vibrations of elastic systems*, New York, Springer, 2012, 489 p.
27. Timoshenko S.P. *Vibration problems in engineering*, New York, D.Van Nostrand company, 1937, 476 p.
28. Moaveni S. *Finite element analysis. Theory and application with Ansys*, Croydon, Pearson, 2015, 928 p.
29. Stolarski T., Nakasone Y., Yoshimoto S. *Engineering analysis with Ansys Software*, Kidlington, Butterworth-Heinemann, 2018, 550 p.
30. Lee H.H. *Finite element simulations with Ansys Workbench 18*, Taiwan, SDC Publication, 2018, 610 p.
31. Birger I.A. *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya. T.3*. Moscow, Mashinostroenie, 1988, 567 p.
32. Blevins R.D. *Formulas for dynamics, acoustics and vibration*, Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2016, 448 p.
33. Feodos'ev V.I. *Soprotivlenie materialov*, Moscow, MGTU, 1999, 592 p.
34. Mityaev A.E., Kudryavtsev I.V., Khomutov M.P., Brungardt M.V., Rabetskaya O.I. Mutual influence of the supports stiffness and the first natural frequency at bending vibrations of a spring-hinged beam, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2021, vol. 1155, no. 012099, DOI:10.1088/1757-899X/1155/1/012099.

Статья поступила в редакцию 30.07.2021; одобрена после рецензирования 20.09.2021; принята к публикации 20.09.2021.

The article was submitted on 30.07.2021; approved after reviewing on 20.09.2021; accepted for publication on 20.09.2021.