

Моделирование поверхности горения твердого топлива с учетом теплопроводящих элементов

Беляков А.Ю.

Машиностроительное конструкторское бюро «Искра» имени Ивана Ивановича Картукова, АО «МКБ «Искра», Ленинградский проспект, 28, Москва, 125284, Россия

e-mail: oir@iskramkb.ru

Статья поступила 04.12.2019

Аннотация

В данной статье представлена математическая модель горения заряда ракетного топлива с учетом температурного поля самого заряда. Описана программа в пакете MATLAB по моделированию поверхности горения заряда ракетного топлива. Представлены результаты работы программы в виде таблицы с цветным выделением зоны, твердого, газообразного и переходного состояния топлива. Было произведено качественное сравнение полученных результатов (поверхности горения заряда на заданный момент времени после начала горения заряда) с результатами экспериментов по данной тематике.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение теплопроводности, метод конечных разностей, твердое топливо, пастообразное топливо, численное моделирование.

Введение

В последнее время перспективным направлением в двигателестроении является использование теплопроводящих элементов для изменения скорости горения твердого или пастообразного топлива в нем.

Ускоряющие элементы представляют собой тонкостенные цилиндры с размером стенки порядка 50 – 100 мкм либо пористую матрицу, вставленные в заряд топлива. В качестве материалов для них используются: медь, сталь, латунь, титан, алюминий.

Как известно, скорость горения топлива зависит от температуры топлива и давления в камере сгорания. Так как теплопроводность ускоряющих элементов на 1 – 2 порядка выше, чем у топлива, топливо, в местах соприкосновения с ними сильнее нагревается, чем в остальном объеме, из-за чего происходит локальное увеличение скорости горения. Неравномерное распределение скоростей горения приведет к деформации поверхности горения, из-за чего увеличится ее площадь, а, следовательно, заряд сгорит быстрее.

В рамках работ, проводимых «АО «МКБ Искра» установлено, что увеличение скорости горения топлива по сравнению с зарядом без ускоряющих элементов доходит до 10 раз.

Для упрощения проектирования двигателей с ускоряющими элементами в системе MATLAB была создана программа моделирования горения топлива с учетом теплопроводности самого топлива и вставленных в него

теплопроводящих ускоряющих. Ее основой является решение дифференциального уравнения теплопроводности. В качестве метода решения поставленной задачи используется метод конечных разностей.

Метод состоит в замене исходной непрерывной области конечным множеством точек (сеткой). Разность значений одного элемента Δx , Δy , Δz называется шагами сетки. Они могут быть постоянными и переменными. Дифференциальное уравнение заменяется на сетке уравнением в конечных разностях. После этого получается система алгебраических уравнений в конечных разностях с числом неизвестных равным числу уравнений и числу узлов сетки.

Применение метода конечных разностей для решения нестационарных задач теплопроводности заключается в том, чтобы найти распределение температуры по объему рассматриваемого тела по времени при заданном его начальном распределении температур.

Для решения поставленной задачи исходное тело нужно разделить на конечное число элементов. Для каждого узла полученной сетки необходимо записать уравнение теплопроводности в конечных разностях. Выводится оно из дифференциального уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1),$$

где α – коэффициент теплопроводности, τ – время, T – температура.

Первую производную по τ можно представить в конечных разностях:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \approx \frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{T'_0 - T_0}{\Delta \tau} \quad (2)$$

где T_0 – температура в некоторой точке тела (узле) в момент времени τ , T'_0 – температура в этой же точке, в момент времени $\tau + \Delta\tau$.

Вторые производные для некоторой точки, $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ и $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_{x,y,z} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2},y,z} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2},y,z} \right] = \frac{1}{(\Delta x)^2} (T_1 + T_3 - 2T_0)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_{x,y,z} \cong \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x,y+\frac{\Delta y}{2},z} - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x,y-\frac{\Delta y}{2},z} \right] = \frac{1}{(\Delta y)^2} (T_2 + T_4 - 2T_0) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Big|_{x,y,z} \cong \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{x,y,z+\frac{\Delta z}{2}} - \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{x,y,z-\frac{\Delta z}{2}} \right] = \frac{1}{(\Delta z)^2} (T_5 + T_6 - 2T_0)$$

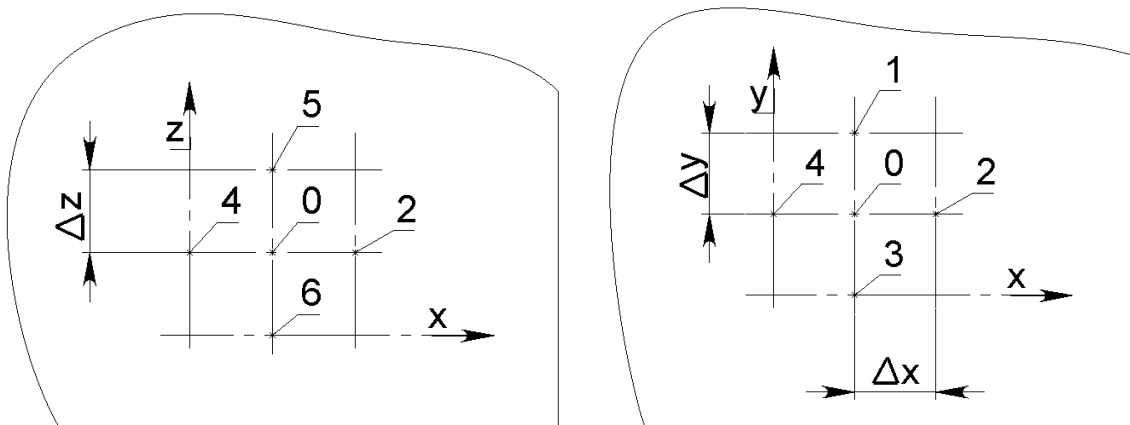


Рис. 1 Изображение сетки конечных разностей

Исходя из выражений 2 и 3, при условии того, что $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$, уравнение 1 примет следующий вид:

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 - 6T_0 = \Delta^2 \frac{1}{\alpha} \frac{T'_0 - T_0}{\Delta\tau} \quad (4),$$

где $(T_0 - T_6)$ – температуры в соответствующих узлах сетки конечных разностей, изображенной на рис. 1

Данное выражение представляет собой простое алгебраическое уравнение, из которого уже определяется искомая температура [1].

Описание работы программы моделирования горения

На основе рассмотренного метода была создана программа решения нестационарной температурной задачи для твердого тела. Состоит она из следующих разделов:

I. Задание геометрии тела, свойств его узловых точек (теплопроводность, начальную температуру), шага по времени ($\Delta\tau$), размера элементов сетки (Δx , Δy , Δz) и времени нагрева тела (τ). Здесь каждому элементу сетки присваивается теплопроводность, начальная температура, число K , соответствующее агрегатному состоянию элемента и число V , соответствующее проценту выгорания элемента.

При этом $K=0$, если это элемент свободного объема камеры сгорания, в котором находятся продукты сгорания, $K=1$, если это элемент объема топлива, $K=2$, если это элемент топлива на границе раздела между топливом и свободным объемом. Если $V=1$, то элемент полностью выгорел и перешел в категорию элементов свободного объема, если $V=0$, то элемент не начинал гореть и находится внутри объема топлива.

Исходные данные:

1. Теплопроводность материала 1 $C_1=10^{-5}$ Вт/(м*К),
2. Теплопроводность материала 2 $C_2=10^{-7}$ Вт/(м*К),
3. Размер сетки, $\Delta=1$ мм,
4. Шаг по времени $\Delta\tau$ 1 мс,

5. Зависимость скорости горения топлива от температуры,

6. Исходное температурное поле (рис. 2).

II. Нахождение температурного поля в зависимости от времени, с использованием выражения 4:

$$dT = \frac{(T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 - 6T_0)\alpha\Delta\tau}{\Delta^2}$$

$$T' = T + dT,$$

где T' – температура элемента сетки в момент времени $\tau + \Delta t$, T – температура элемента сетки в момент времени τ , dT – элементарное приращение температуры по времени.

III. Расчет поверхности горения топлива. При этом происходит вычисление в каждом элементе поверхности горения топлива его выгорания V по времени по следующей формуле:

$$V' = V + u * \frac{dt}{\Delta},$$

где V – выгорание заряда в момент времени t [%], V' – выгорание заряда в момент времени $t + dt$ [%], t – время [с], Δ – размер рассматриваемого элемента сетки [м], u – местная скорость горения топлива [м/с].

Если V превышает 1, то элемент считается выгоревшим и его число состояния меняется с 2 на 0. Элементу, стоящему следом за ним, меняется число K с 1 на 2. Местная скорость горения топлива задается в зависимости от температуры топлива

IV. Вывод результатов в виде таблицы.

Выводы

В результате расчета с использованием программы получена поверхность заряда топлива в заданный момент времени (1 с) после начала горения, изображенная на рис. 3. В данной таблице записаны значения числа К. Красным цветом отмечена граница заряда топлива и свободного объема ($K=2$), желтым – элементы внутри объема топлива ($K=1$), без выделения – элементы свободного объема ($K=0$).

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Рис. 2 Начальная поверхность топливного заряда (в момент времени $t = 0$)

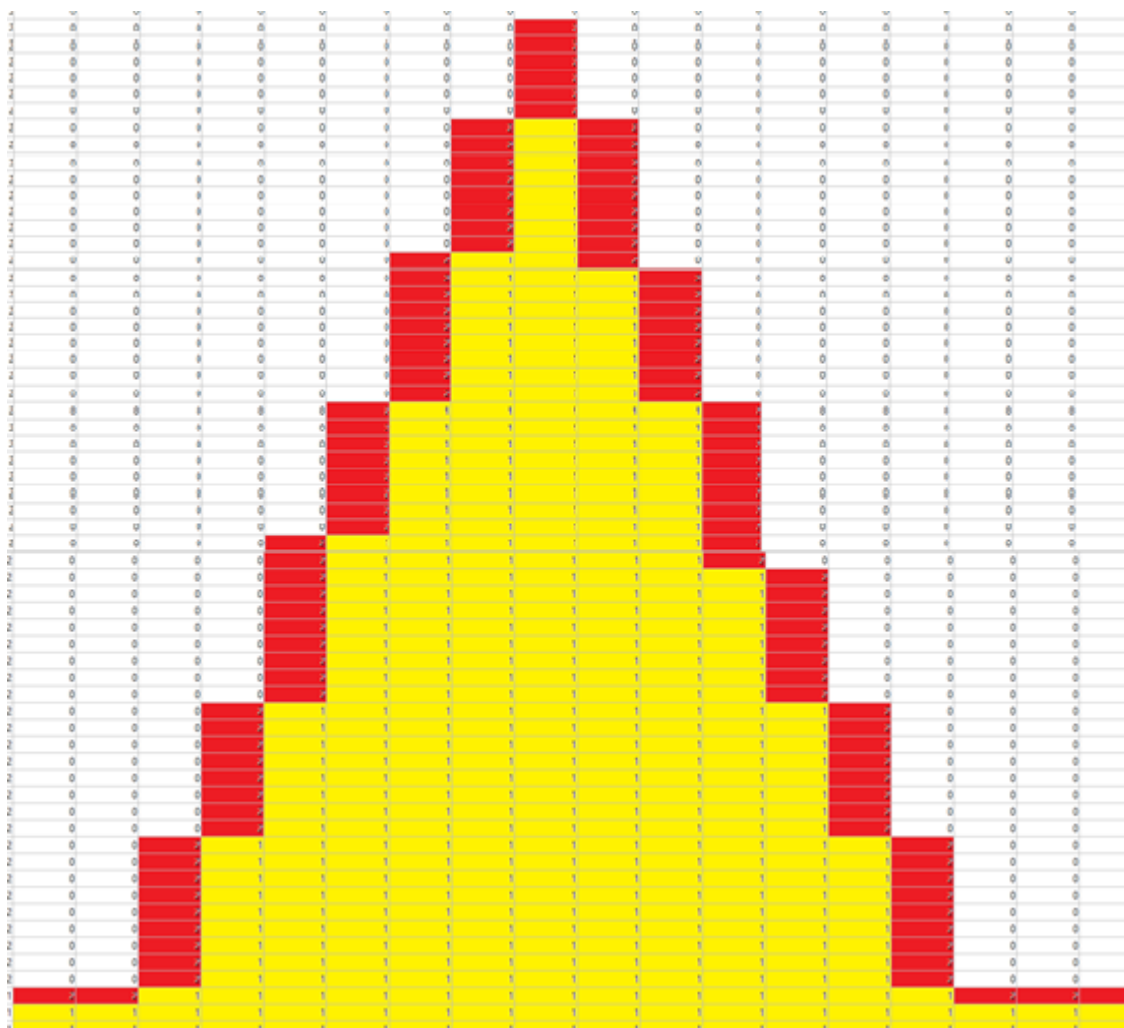


Рис. 3. Поверхность топливного заряда в момент времени $t = 1$ с

Программа выводит поверхность горения заряда топлива на заданный момент времени после начала нагрева. Получившаяся коническая поверхность горения качественно схожа с той, что приведена в источнике [2].

Данные наработки можно использовать в дальнейшем, для написания программы расчета внутрибаллистических характеристик ракетного двигателя.

Библиографический список

1. Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика. Теплопередача. – М.: Высшая школа, 1988. - 479 с.

2. Сорокин В.А., Яновский Л.С. Ракетно-прямоточные двигатели на твердых и пастообразных топливах. – М.: Физматлит, 2010. - 138 с.
3. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. - М.: ДМК пресс, 2012. – 770 с.
4. Шишков А.А. Рабочие процессы в ракетных двигателях твердого топлива. – М.: Машиностроение, 1989. - 239 с.
5. Милёхин Ю.М., Ключников А.Н. Энергетика ракетных двигателей на твердом топливе. – М.: Наука, 2013. - 207 с.
6. Сорокин В.А. Яновский Л.С. Проектирование и отработка ракетно-прямоточных двигателей на твердом топливе. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 317 с.
7. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф. Теория ракетных двигателей. - М.: Машиностроение, 1989. - 464 с.
8. Федоров Д.Ю., Валуй П.В., Логинов А.Н. Расчет ракетных двигателей твердого топлива с соплом Лавалья // 9-й Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики»: сборник аннотаций, 2017, С. 68.
9. Панкратов Б.М. Основы теплового проектирования транспортных космических систем. – М.: Машиностроение, 1988. - 304 с.
10. Милёхин Ю.М., Гусев С.А. Теплопроводность неоднородных материалов. - М.: Архитектура-С, 2006. - 184 с.

11. Обносов Б.В., Сорокин В.А. Конструкция и проектирование комбинированных ракетных двигателей на твердом топливе. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. - 280 с.
12. Калинин В.В., Ковалев Ю.Н. Нестационарные процессы и методы проектирования узлов РДТТ. – М.: Машиностроение, 1986. - 110 с.
13. Sutton G.P. Rocket Propulsion Elements, New York, A Wiley-Interscience Publication, 2001, 764 p.
14. Максимов С.Ф., Бобров А.Н., Антонов Ю.В. Исследование эффективности регулирования параметрами реактивных двигателей параметрами реактивных двигательных установок на комбинированных топливах // Наука и образование. 2015. № 11. С. 267 - 275.
15. Валуи П.В., Витязев А.В., Логинов А.Н., Стирин Е.А., Двухрежимный двигатель на пастообразном топливе. Патент № 187256 U1, 12.08.2017.
16. Елисеев В.И., Бондаренко С.Г., Курочкин А.Ф., Майорская Т.А., Устименко А.Б., Суворцев У.Б. Экспериментальное и численное исследование Реологических характеристик пастообразных топливных композиций // Вісник Двигунобудування. 2012. № 1. URL: <http://periodicals.zntu.edu.ua/index.php/1727-0219/article/view/28040>
17. Виноградов В.С., Третьякова О.Н., Хакимов Д.В. Математическое моделирование радиационно-кондукторного теплообмена в плоском слое поглощающей и рассеивающей среды // Труды МАИ. 2008. № 30. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=7522>

18. Стирин Е.А., Логинов А.Н., Тихомиров М.А. Математическое моделирование и расчет характеристик продуктов сгорания газогенератора комбинированного ракетно-прямоточного двигателя // Труды МАИ. 2014. № 74.
<http://trudymai.ru/published.php?ID=49307>
19. Силуянова М.П., Попова Т.В. Разработка методики проектирования и расчета теплообменного аппарата для газотурбинных двигателей // Труды МАИ. 2016. № 85.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=66210>
20. Попова Т.В., Ситников С.А., Ломазов В.С. Технологическое обоснование программы аналитического расчета пластинчатого теплообменного аппарата // Технология металлов. 2015. № 8. С. 9 - 15 с.