УДК 527:519.8

О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем

Вавилова Н.Б.*, Васинёва И.А., Парусников Н.А.**

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Ленинские горы д. 1, стр. 52, Москва, 119899, Россия

**e-mail: nb-vavilova@yandex.ru*

***e-mail: vasineva.irina@gmail.com*

Аннотация

Рассматривается задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС). Под калибровкой понимается определение параметров инструментальных погрешностей чувствительных элементов при помощи проведения экспериментов на специализированных стендах. Методика калибровки, позволяющая оценивать параметры инструментальных погрешностей инерциальных датчиков только при помощи показаний этих датчиков, переносится на калибровку на точных стендах. Показано, что дополнительная информация, доставляемая датчиками точного стенда, заметно улучшает точность калибровки.

Ключевые слова: бескарданная инерциальная навигационная система, калибровка, испытательный стенд, инструментальные погрешности, фильтр Калмана.

Введение

Основой приборного комплекса, решающего задачу навигации самолетов, служат в настоящее время инерциальные навигационные системы (ИНС). Получили распространение два типа таких систем: системы с горизонтируемой платформой и бескарданные инерциальные навигационные системы (БИНС). В настоящее время используются, как правило, системы второго типа.

Калибровка чувствительных элементов – необходимый этап технологического производства навигационных систем, предшествующий основным режимам эксплуатации ИНС – режимам начальной выставки и навигации. Калибровка состоит в определении параметров математической модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков с целью последующей компенсации этих погрешностей в режиме навигации. Математическая модель погрешностей задается априорно.

Традиционные способы калибровки, осуществляемые на специализированных стендах, состоят в сложной последовательности поворотов БИНС. При этом обычно навигационная система последовательно устанавливается в различных положениях. Такой эксперимент сложно организуется, потому что требуется обратная связь от стенда, обработка данных проходит в процессе эксперимента и необходимо изменение плана в зависимости от результатов промежуточных вычислений. Кроме того, в некоторых известных методиках калибровочными сигналами для датчиков угловых скоростей (ДУС) служит угловая скорость Земли, что не обеспечивает хорошую обусловленность задачи оценки. Иногда также калибровка осуществляется по отдельности для ньютонометров (акселерометров) и ДУС, и тогда возникает задача согласования координатных трехгранников, связанных с разными типами датчиков.

В лаборатории управления и навигации МГУ имени М.В.Ломоносова разработаны методы калибровки, лишенные указанных недостатков. Применительно к грубым стендам они описаны в [1], [2]. Под условным термином “грубые” принимаются стенды, в которых не используется угловая информация платформы стенда относительно корпуса стенда. Ниже эти методы распространяются на методы калибровки на точных стендах, в которых такая информация используется. Но в этом случае приходится учитывать погрешности измерения углов и погрешности синхронизации информационных потоков во времени. При математическом описании задачи используются обозначения, системы координат и представления, изложенные в [3].

Математическое описание задачи

Прежде чем рассматривать конкретные варианты решения задачи калибровки, выведем из [3] общие соотношения решения такой задачи. Первичную инерциальную информацию доставляют три ньютонометра и три датчика угловой скорости (ДУС). Предполагается, что их оси чувствительности близки к осям трехгранника $Mz_1z_2z_3$, называемого приборным. M – местоположение чувствительной массы приведенного трехосного ньютонометра. В проекциях на оси приборного трехгранника измеряется внешняя сила f_Z и его угловая скорость ω_Z:

$$f'_Z = f_Z + \Delta f_Z, \qquad \omega'_Z = \omega_Z - \nu_Z,$$

где $\Delta f_Z = (\Delta f_{z_1}, \Delta f_{z_2}, \Delta f_{z_3})^T$ – вектор погрешности измерений ньютонометров, $\nu_Z = (\nu_{z_1}, \nu_{z_2}, \nu_{z_3})^T$ – вектор погрешности измерений ДУС.

Оси приборного трехгранника определяются следующим образом. Ось Mz_1 выберем так, чтобы она совпадала с направлением оси чувствительности ньютонометра, который назван первым. Ось Mz_2 выберем в плоскости, образованной осями чувствительности первого и второго ньютонометров, так чтобы ось Mz_2 была ортогональна Mz_1. Ось Mz_3 составляет с осями Mz_1, Mz_2 правый ортогональный трехгранник. Угол между осью чувствительности второго ньютонометра и осью Mz_2 и угол между осью чувствительности третьего ньютонометра и осью Mz_3 предполагаются малыми. Собственные инструментальные погрешности каждого из ньютонометров включают в себя ошибку нулевого сигнала (ошибку нуля), погрешности масштабов, перекосы и высокочастотную составляющую, которая считается белым шумом. С учетом сказанного, вектор инструментальных погрешностей $\Delta f_Z = f'_Z - f_Z = (\Delta f_{z_1}, \Delta f_{z_2}, \Delta f_{z_3})^T$ имеет следующий вид:

$\Delta f_Z = \Delta f_Z^0 + \Gamma f_Z + \Delta f_Z^s$, где $\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix}$, $\Delta f_Z^s = (\Delta f_{z_1}^s, \Delta f_{z_2}^s, \Delta f_{z_3}^s)^T$ —

высокочастотные погрешности типа белого шума. Для погрешностей ДУС принимается аналогичная модель: $\nu_z = \nu_z^0 + \Theta\omega_z + \nu_z^s$, где $\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{pmatrix}$.

Введем исходную инерциальную систему отсчета $O\xi_1\xi_2\xi_3$. O - геометрический центр Земли. $O\xi_3$ - ось вращения Земли, направленная на северный полюс. $O\xi_1\xi_2$ - плоскость Земного экватора. Ось $O\xi_1$ направлена на точку весеннего равноденствия. A_z - матрица ориентации приборного трехгранника относительно инерциального. Информацией об ориентации приборного трехгранника служит матрица A_y. Ориентация трехгранника M_y, называемого модельным, определяется кинематическим соотношением: $\dot{A}_y = \hat{\omega}'_z A_y$, где $\hat{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ориентацию приборного трехгранника относительно модельного определим вектором малого поворота $\beta_y = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$. Уравнение имеет вид: $\dot{\beta}_y = \hat{\omega}'_z \beta_y + \nu_z$. Проще и удобнее уравнение, описывающее поведение вектора $\bar{\beta}$ представлять в проекциях на оси опорного трехгранника, жестко связанного с географической вертикалью. Ось Mx_1 касается проходящей через точку M параллели и направлена на восток, ось Mx_2 лежит в меридиальной плоскости и направлена на север, ось Mx_3 противоположна по направлению вектору силы тяжести. Вектор угловой скорости трехгранника Mx обозначим u_x. Обозначим через L_y матрицу ориентации модельного трехгранника, являющегося числовым образом трехгранника Mz, относительно Mx:

$\dot{L}_y = \hat{\omega}'_z L_y - L_y \hat{u}_x$, $L_y(t_0) = L_0$, (*) тогда $\beta_x = L_y{}^T \beta_y$, $\dot{\beta}_x = \hat{u}_x \beta_x + \nu_x$, $\nu_x = L_y{}^T \nu_z$. Информация, доставляемая ньютонометрами, позволяет нам образовать вектор

$$W_x = f'_x - (0,0,g)^T = \hat{\beta}_x (0,0,g)^T + L_y{}^T \Delta f_z .$$

БИНС устанавливается на платформу стенда и может совершать некоторое программное угловое движение. Задача определения инструментальных погрешностей сводится к решению задачи оценивания, при этом используется алгоритм калмановской фильтрации. Возможность определения инструментальных параметров зависит от программных значений ω_z. И в такой постановке задача калибровки решена в [2]. Для максимально возможной обусловленности решения задачи предложена процедура калибровки, включающая в себя три цикла. БИНС последовательно устанавливается на платформе стенда в трех различных положениях. Каждая из приборных осей последовательно совмещается с осью вращения стенда. Рассматривается только вариант, когда ось вращения стенда лежит в горизонтальной плоскости. Заранее ясно, что результаты калибровки при вращении вокруг вертикальной оси будут иметь существенно меньшую точность. Причина в том, что измеряемая в осях приборного трехгранника сила $\bar{f}$ с точностью до инструментальных погрешностей неподвижна относительно приборного трехгранника, в то время как в случае горизонтальной оси вращения эта сила совершает относительно этого трехгранника значительные эволюции. Предполагается для определенности, что ось вращения близка к направлению оси Mx_1. Тогда на каждом из циклов с осью Mx_1 совмещаются Mz_1, Mz_2, Mz_3. Также предполагается, что установка осуществлена в соответствии с видом начальной матрицы L_y, приведенным ниже.

Первый цикл.

Платформа таким образом вращается вокруг оси M_{z_1} приборного трехгранника, что матрица L_y имеет вид:

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \\ 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \end{pmatrix}.$$

Здесь $\Psi(\mathrm{t})$ - угол, на который поворачивается платформа стенда против часовой стрелки.

Второй цикл.

С осью Mx_1 совпадает с точностью до погрешности установки ось Mz_2.

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \end{pmatrix}.$$

Третий цикл.

С осью Mx_1 совпадает с точностью до погрешности установки ось Mz_3.

$$L_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \\ 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Угловая скорость выбирается в виде кусочно-постоянной функции, так что на каждом интервале постоянства можно написать $\Psi(\mathrm{t}) = \Omega t$. В соответствии с принятой программой вращения имеют место соотношения: на первом цикле $\omega_z' = (\Omega, 0, 0)^T$, на втором цикле $\omega_z' = (0, \Omega, 0)^T$, на третьем цикле $\omega_z' = (0, 0, \Omega)^T$, где $\Omega = const$.

Заметим во избежание недоразумений, что приведенные выражения для L_y используются здесь только для анализа возможностей калибровки. В реальности при калибровке эти матрицы доставляются решением уравнений Пуассона (*).

Для точных стендов существует возможность расширить вектор коррекции за счет дополнительной информации об углах ориентации платформы стенда относительно корпуса стенда. Выведем соответствующие соотношения, используя некоторые дополнительные трехгранники. Базовый трехгранник Mp, жестко связанный с корпусом стенда. Обычно стенд устанавливается на фундамент и ориентируется в географической координатной сетке, то есть в идеале совпадает с трехгранником Mx^0. Ориентацию трехгранника Mp относительно Mx^0 определим постоянным вектором малого поворота $\gamma_p = (\gamma_{p_1}, \gamma_{p_2}, \gamma_{p_3})^T$. Для некоторых высокоточных стендов величина γ_p оказывается настолько малой, что ей можно пренебречь. Трехгранник Mz^*, жестко связанный с платформой стенда. При установке корпуса БИНС на платформе приборный трехгранник Mz, с точностью до погрешности установки, совмещается с трехгранником Mz^*. Ориентация приборного трехгранника Mz относительно трехгранника Mz^* определяется постоянным вектором малого поворота $\delta_z = (\delta_{z1}, \delta_{z2}, \delta_{z3})^T$. Матрица ориентации платформенного трехгранника стенда Mz^* относительного базового трехгранника стенда Mp - L_{z^*}. В свою очередь матрица L_{z^*} может быть определена величинами $\kappa_1^*, \kappa_2^*, \kappa_3^*$ - углами последовательных трех поворотов, эквивалентных углам курса ψ, тангажа θ и крена γ в авиации. Имеют место соотношения $L_{z^*} = L_3 L_2 L_1$, где

$$L_1 = \begin{pmatrix} \cos\kappa_1^* & \sin\kappa_1^* & 0 \\ -\sin\kappa_1^* & \cos\kappa_1^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\kappa_2^* & \sin\kappa_2^* \\ 0 & -\sin\kappa_2^* & \cos\kappa_2^* \end{pmatrix}, \; L_3 = \begin{pmatrix} \cos\kappa_3^* & 0 & -\sin\kappa_3^* \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\kappa_3^* & 0 & \cos\kappa_3^* \end{pmatrix}.$$

Выходной информацией стендовых угловых датчиков служат величины $\kappa_1^{*\prime} = \kappa_1^* + \rho_1$, $\kappa_2^{*\prime} = \kappa_2^* + \rho_2$, $\kappa_3^{*\prime} = \kappa_3^* + \rho_3$, где ρ_1, ρ_2, ρ_3 - инструментальные погрешности в измерениях этих углов. Величины $\kappa_1^{*\prime}, \kappa_2^{*\prime}, \kappa_3^{*\prime}$, позволяют построить матрицу L'_{z^*} равную $L(\kappa_1^{*\prime}, \kappa_2^{*\prime}, \kappa_3^{*\prime})$ путем замены в матрице L_{z^*} величин κ_j^* (j = 1, 2, 3) на их измеренные значения. Последняя матрица определяет ориентацию трехгранника $Mz^{*\prime}$. Ориентацию трехгранника $Mz^{*\prime}$ определим относительно трехгранника Mz^* вектором малого поворота $\mu_z = (\mu_{z1}, \mu_{z2}, \mu_{z3})^T$. Положим $\Delta L_{z^*} = L'_{z^*} - L_{z^*}$. Тогда $\hat{\mu}_z = \Delta L_{z^*} L_{z^*}^T$ или далее будут использоваться проекции вектора μ на оси трехгранника Mp или Mx^0. Поэтому $\mu_x = L_{z^*}^T \mu_z$ или $\hat{\mu}_x = L_{z^*}^T \hat{\mu}_z L_{z^*}$. Получим выражение для вектора μ_x через ошибки измерения углов

ρ_1, ρ_2, ρ_3, его порождающие. Используя разложение Тейлора с оставлением только линейных слагаемых, получим

$$\hat{\mu}_x = L_{z^*}^T \Delta L_{z^*} = L_1^T L_2^T L_3^T (L_3 L_2 \Delta L_1 + L_3 \Delta L_2 L_1 + \Delta L_3 L_2 L_1) =$$
$$L_1^T \partial L_1 / \partial \kappa_1^* \rho_1 + L_1^T L_2^T \partial L_2 / \partial \kappa_2^* L_1 \rho_2 + L_1^T L_2^T L_3^T \partial L_3 / \partial \kappa_3^* L_2 L_1 \rho_3,$$
$$= G_1 \rho_1 + G_2 \rho_2 + G_3 \rho_3$$

где

$$G_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\kappa_1^* \\ 0 & 0 & \cos\kappa_1^* \\ \sin\kappa_1^* & -\cos\kappa_1^* & 0 \end{pmatrix}, G_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sin\kappa_2^* & -\cos\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \\ -\sin\kappa_2^* & 0 & -\sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \\ \cos\kappa_1^* \cos\kappa_2 & \sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* & 0 \end{pmatrix}.$$

После преобразования получим

$$\mu_1 = -\sin\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \rho_3 + \cos\kappa_1^* \rho_2,$$
$$\mu_2 = \cos\kappa_1^* \cos\kappa_2^* \rho_3 + \sin\kappa_1^* \rho_2, \quad (**)$$
$$\mu_3 = \sin\kappa_2^* \rho_3 + \rho_1.$$

Далее при учете ρ_1, ρ_2, ρ_3 может быть использовано обратное преобразование:

$$\rho_1 = \mu_3 - \sin\kappa_2^* \rho_3,$$
$$\rho_2 = \sin\kappa_1^* \mu_2 + \cos\kappa_1^* \mu_1, \qquad (***)$$
$$\rho_3 \cos\kappa_2^* = \cos\kappa_1^* \mu_2 - \sin\kappa_1^* \mu_1.$$

Кроме того, очень важно учитывать то обстоятельство, что данные, доставляемые стендом, и данные БИНС не являются синхронизированными, каждые имеют свою шкалу времени и разную дискретность. Обозначим запаздывание данных стенда относительно данных БИНС через τ.

Дополнительный вектор измерения, доставляемый при помощи информации стенда, образуем в двух вариантах: при помощи матрицы ориентации или при помощи углов.

Первый способ формирования дополнительных измерений – при помощи матриц ориентации.

Сначала рассмотрим выражение – разность матриц, вычисленных при помощи информации БИНС и при помощи углов от стенда, без учета ошибок синхронизации.

$$L_y - L'_{z*} = L_z + \hat{\beta}_z L_z - L_{z^*} - \hat{\mu}_z L_{z^*}.$$

Распишем входящую в это выражение разность:

$$L_z - L_{z^*} = L_z - L_{zp} + L_{zp} - L_{z^*} = -L_z \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_{z^*}.$$

Здесь L_{zp} - матрица ориентации приборного трехгранника БИНС Mz относительно базового трехгранника стенда Mp.

Таким образом,

$$L_y - L'_{z*} = \hat{\beta}_z L_z - \hat{\mu}_z L_{z^*} - L_z \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_{z^*}.$$

С точностью до членов второго порядка малости можно представить:

$$L_y - L'_{z*} = \hat{\beta}_z L_y - \hat{\mu}_z L_y - L_y \hat{\gamma}_p + \hat{\delta}_z L_y.$$

Образуем векторы измерений в проекции на оси трехгранника Mz и в проекции на оси трехгранника Mp, эти векторы обозначим через Wz^* и Wp. Положим с учетом запаздывания

$$\hat{W}_z^* = (\mathrm{L}_y(t) - \mathrm{L}'_{z*}(t-\tau))\,\mathrm{L}_y^T(t).$$

Оставляя первый порядок малости по τ и используя для выражения производной матрицы L_y уравнение Пуассона (*), получим:

$$\hat{W}_z^* = \hat{\beta}_z - \mathrm{L}_{z*}\hat{\gamma}_p\,\mathrm{L}_z^T + \hat{\delta}_z - \hat{\mu}_z + \hat{\Omega}_z\tau.$$

Далее имеем $W_p = \mathrm{L}_{z*}^T W_{z*}$ или $\hat{W}_p = \mathrm{L}_{z*}^T \hat{W}_{z*}\mathrm{L}_{z*}$. Из последних соотношений получим: $\hat{W}_p = -\hat{\beta}_x - \hat{\gamma}_p + \mathrm{L}_{z*}^T\hat{\delta}_z\,\mathrm{L}_{z*} - \hat{\mu}_x + \hat{\Omega}_x\tau.$

Итак, векторы измерений имеют вид:

$$W_z^* = \beta_z - \mathrm{L}_{z*}\gamma_p + \delta_z - \mu_z + \Omega_z\tau,$$
$$W_p = \beta_x - \gamma_p + \mathrm{L}_{z*}^T\delta_z - \mu_x + \Omega_x\tau.$$

Здесь $\Omega_x = (\Omega, 0, 0)^T$ на всех трех циклах.

Эквивалентная форма построения вектора измерений. Матрицу L_z можно рассматривать как функцию трех углов $\kappa_1^*, \kappa_2^*, \kappa_3^*$. Модельные значения этой матрицы $L_y(\kappa_1', \kappa_2', \kappa_3')$. Вектор измерения $Wp^* = (W_1^*, W_2^*, W_3^*)^T$ образуем следующим образом:

$$W_1^* = \kappa_1'(t) - \kappa_1^{*\prime}(t-\tau) = \Delta\kappa_1 - \rho_1 + \dot{\kappa}_1'(t)\tau,$$
$$W_2^* = \kappa_2'(t) - \kappa_2^{*\prime}(t-\tau) = \Delta\kappa_2 - \rho_2 + \dot{\kappa}_2'(t)\tau,$$
$$W_3^* = \cos\kappa_2'(t)(\kappa_3'(t) - \kappa_3^{*\prime}(t-\tau)) = \cos\kappa_2'(t)(\Delta\kappa_3 - \rho_3) + \cos\kappa_2'\dot{\kappa}_3'(t)\tau,$$

где $\Delta\kappa_i = \kappa_i' - \kappa_i^*, i - 1,2,3.$.

Здесь множитель $\cos\kappa_2'$ вводится, как это следует из дальнейшего для того, чтобы избежать вырождения при возможных эволюциях платформы стенда, когда угол κ_2' оказывается близким к $90°$.

Для того, чтобы выразить $\Delta\kappa_1, \Delta\kappa_2, \Delta\kappa_3$ через компоненты малых углов $\beta_x, \gamma_p, \delta_z$ можно воспользоваться выводом уравнений (***) Аналогично тому, как было определено преобразование между ошибками измерений углов и компонентами вектора малого поворота, получим:

$$
\begin{aligned}
&W_1^* = -\beta_3 - \gamma_{p3} - \delta_{x3} - \rho_1 - \Omega_{x3}\tau, \\
&W_2^* = -\sin\kappa_1'\beta_2 - \cos\kappa_1'\beta_1 + \sin\kappa_1'\gamma_{p2} + \cos\kappa_1'\gamma_{p1} - \sin\kappa_1'\delta_{x2} - \cos\kappa_1'\delta_{x1} \\
&-\rho_2 - \sin\kappa_1'\Omega_{x2}\tau - \cos\kappa_1'\Omega_{x1}\tau, \\
&W_3^* = -\cos\kappa_1'\beta_2 + \sin\kappa_1'\beta_1 + \cos\kappa_1'\gamma_{p2} - \sin\kappa_1'\gamma_{p1} - \cos\kappa_1'\delta_{x2} + \sin\kappa_1'\delta_{x1} \\
&-\cos\kappa_2'\rho_3 - \cos\kappa_1'\Omega_{x2}\tau + \sin\kappa_1'\Omega_{x1}\tau, \\
&\delta_x = L_y^T\delta_z.
\end{aligned}
$$

Далее предполагаем, что используются высокоточные стенды, типа [4], поэтому параметрами γ, ρ можно пренебречь.

Итак, задача калибровки сводится к оцениванию постоянных величин $\nu_{z_i}^0, \Theta_{ij}, \Delta f_{z_i}^0, \Gamma_{ij}, \delta_{z_i}, \tau, \quad i, j = 1,2,3,$ при помощи измерений Wz и дополнительных измерений, доставляемых точным стендом, например, в форме Wp.

Анализ наблюдаемости

При выборе алгоритма калибровки и анализе точности основной инструмент исследования – ковариационный анализ. Тем более важно, что он позволяет учесть уровень шумов. Строго говоря, ковариационного анализа оказывается для этого и достаточно. Но, следуя традициям, и, может быть, для лучшего понимания задачи предварительно проведем анализ наблюдаемости. При этом мы, конечно, понимаем ограниченность такого анализа для решения задачи.

В начале проведем такой анализ применительно к измерениям Wx, в которых не используются измерения, связанные со стендом. Поскольку калибровочным сигналом является угловая скорость вращения стенда, которая на несколько порядков больше угловой скорости вращения Земли, то величиной u_x можно пренебречь. Поэтому имеем:

$$\dot{\beta}_x = L_y{}^T (\nu_z^0 + \Theta\omega_z') .$$

При анализе наблюдаемости будем использовать то обстоятельство, что если наблюдается какая-то переменная, то наблюдается ее производная. Это позволяет исключить величины β из вектора коррекции. Анализ наблюдаемости сводится таким образом к анализу соотношений:

$$\dot{W}x = -\hat{g}_x\,\dot{\beta}_x - L_y{}^T \hat{\Omega}_z' (\Delta f_z{}^0 + \Gamma L_y g_x) + L_y{}^T \Gamma \hat{\Omega}_z' L_y g_x \text{, где } g_x = (0,0,\mathrm{g})^T .$$

Первый цикл:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= -g\cos\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{21}\Omega) + g\sin\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{31}\Omega),\\
\dot{z}_2 &= g(\nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega) - \Omega\sin\Omega t\Delta f_2^0 - \Omega\cos\Omega t\Delta f_3^0 - g\Omega\cos 2\Omega t\Gamma_{33} -\\
&\quad - g\Omega\sin^2\Omega t(\Gamma_{22} + \Gamma_{32}) + g\Omega\sin\Omega t\cos\Omega t(\Gamma_{22} - \Gamma_{32})\\
\dot{z}_3 &= -\Omega\sin\Omega t\Delta f_3^0 + \Omega\cos\Omega t\Delta f_2^0 - \Omega g\cos 2\Omega t\Gamma_{32} + g\Omega\sin 2\Omega t(\Gamma_{22} - \Gamma_{33}).
\end{aligned}$$

Второй цикл:

$$\dot{z}_1 = -g\cos\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{32}\Omega) + g\sin\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{12}\Omega - \Omega\Gamma_{21}),$$

$$\dot{z}_2 = g(\nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega) - \Omega\cos\Omega t\Delta f_1^0 - \Omega\sin\Omega t\Delta f_3^0 + \Omega g\cos 2\Omega t(\Gamma_{33} - \Gamma_{11}) -$$
$$-\Omega g\sin 2\Omega t\Gamma_{31},$$

$$\dot{z}_3 = \Omega\cos\Omega t\Delta f_3^0 - \Omega\sin\Omega t\Delta f_1^0 + \Omega g\sin 2\Omega t(\Gamma_{33} - \Gamma_{11}) + \Omega g\cos 2\Omega t\Gamma_{31}.$$

Третий цикл:

$$\dot{z}_1 = -g\cos\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{13}\Omega - \Omega\Gamma_{31}) + g\sin\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{23}\Omega - \Omega\Gamma_{32}),$$

$$\dot{z}_2 = g(\nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega) - \Omega\cos\Omega t\Delta f_2^0 - \Omega\sin\Omega t\Delta f_1^0 + +\Omega g\cos 2\Omega t(\Gamma_{11} - \Gamma_{22}) -$$
$$-\Omega g\sin 2\Omega t\Gamma_{21},$$

$$\dot{z}_3 = \Omega\cos\Omega t\Delta f_1^0 - \Omega\sin\Omega t\Delta f_2^0 + \Omega g\sin 2\Omega t(\Gamma_{11} - \Gamma_{22}) + \Omega g\cos 2\Omega t\Gamma_{21}.$$

Набор функций $1, \sin\Omega t, \cos\Omega t, \sin 2\Omega t, \cos 2\Omega t$ линейно независимый, поэтому наблюдаемыми являются постоянные множители перед этими функциями. Кроме того, в процессе калибровки величина Ω может менять знак. Легко убедиться в том, что наблюдаемы все параметры принятых моделей инструментальных погрешностей. При более тонком анализе следует учитывать порядок коэффициентов перед этими функциями, но как раз такой учет дает ковариационный анализ.

Анализ наблюдаемости с использованием дополнительной информации от стенда. На интервалах, где угловая скорость Ω_z постоянна, продифференцируем измерения. С учетом вышесказанного анализ наблюдаемости с использованием дополнительной информации проводится для соотношений:

$$\dot{W}_p = \dot{\beta}_x - \mathrm{L}_{z*}^T \hat{\omega}' \delta_z$$

На первом цикле:

$$\dot{W}_{p1} = \nu_1^0 + \Theta_{11}\Omega,$$

$$\dot{W}_{p2} = \cos\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{21}\Omega) - \sin\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{31}\Omega) - \Omega\sin\Omega t\delta_2 - \Omega\cos\Omega t\delta_3,$$

$$\dot{W}_{p3} = \sin\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{21}\Omega) + \cos\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{31}\Omega) + \Omega\cos\Omega t\delta_2 - \Omega\sin\Omega t\delta_3.$$

На втором цикле:

$$\dot{W}_{p1} = \nu_2^0 + \Theta_{22}\Omega,$$

$$\dot{W}_{p2} = \cos\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{32}\Omega) - \sin\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{12}\Omega) - \Omega\cos\Omega t\delta_1 - \Omega\sin\Omega t\delta_3,$$

$$\dot{W}_{p3} = \sin\Omega t(\nu_3^0 + \Theta_{32}\Omega) + \cos\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{12}\Omega) - \Omega\sin\Omega t\delta_1 + \Omega\cos\Omega t\delta_3.$$

На третьем цикле:

$$\dot{W}_{p1} = \nu_3^0 + \Theta_{33}\Omega,$$

$$\dot{W}_{p2} = \cos\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{13}\Omega) - \sin\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{23}\Omega) - \Omega\sin\Omega t\delta_1 - \Omega\cos\Omega t\delta_2,$$

$$\dot{W}_{p3} = \sin\Omega t(\nu_1^0 + \Theta_{13}\Omega) + \cos\Omega t(\nu_2^0 + \Theta_{23}\Omega) + \Omega\cos\Omega t\delta_1 - \Omega\sin\Omega t\delta_2.$$

Аналогично рассуждениям, проведенным для анализа наблюдаемости без использования дополнительной информации от стенда, заметим, что параметры погрешностей стенда $\delta_z = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)^T$ являются коэффициентами при независимых функциях. Следовательно, они наблюдаемы.

Здесь еще раз надо сказать, что вывод о приемлемости алгоритма доставляет ковариационный анализ.

Ковариационный анализ

При ковариационном анализе были выбраны следующие близкие к реальным априорные характеристики для параметров инструментальных погрешностей в виде их среднеквадратических значений. $\sigma_{\nu^0} =$ 0.5 °/час, $\sigma_{\Delta f_z^0} =$ 0,02 м/с² , $\sigma_{\Gamma ii} = \sigma_{\Theta ii} = 10^{-3}$, $\sigma_{\Gamma ij} = \sigma_{\Theta ij} = 3'$ (i≠j). Предполагается, что между собой они не коррелированы. При моделировании стандартные отклонения белых шумов в ДУС σ_{ν^s} полагаются равными 0.1 °/час на частоте 1 Гц, а стандартные отклонения шумов ньютонометров $\sigma_{\Delta f^s} =$ 0,001 м/с² на частоте 1 Гц. Погрешности информации от стенда: $\sigma_{\delta_i} = 1^\circ, \sigma_\tau = 0.05$ с, $\sigma_{\Delta\kappa_i^s} = 15''$ на частоте 1 Гц. Задаются программные движения стенда (демонстрационный вариант) такие, что продолжительность каждого цикла 15 минут. Выбирается кусочно-постоянная угловая скорость. Период на одном цикле выбирается так, чтобы за половину длительности цикла происходило изменение угла с угловой скоростью 10°/с, далее изменение этого угла со скоростью -10°/с.

Результаты оценивания без использования информации от стенда

	ν_z^0, °/час	Θ_{ii}	Θ_{ij}, $'$	Δf_z^0, м/с²	Γ_{ii}	Γ_{ij}, $'$
σ	0.01	$5.1 \cdot 10^{-7}$	0.1	$9 \cdot 10^{-5}$	$1.36 \cdot 10^{-5}$	0.1

Результаты оценивания с использованием информации от стенда

	ν_z^0, °/час	Θ_{ii}	Θ_{ij}, $'$	Δf_z^0, м/с²	Γ_{ii}	Γ_{ij}, $'$
σ	0.003	$9.7 \cdot 10^{-8}$	0.05	$7.7 \cdot 10^{-5}$	$1.36 \cdot 10^{-5}$	0.05

Для того чтобы провести сравнение между собой результатов калибровки с использованием измерений от точного стенда и результатов без использования таковых, проведено моделирование дисперсионного уравнения ошибок автономной навигации на траектории "змейка". В начальные условия для ковариационной матрицы ошибок БИНС в блоке инструментальных погрешностей подставлялись значения, полученные в результате калибровки, а ошибки выставки также определялись результатами калибровки. Моделировался полет самолета по данной траектории в течение 1 часа. Критерием качества калибровки, также как и в [5], была выбрана величина $\rho = a\sqrt{\sigma^2_{\Delta\lambda\cos\varphi} + \sigma^2_{\Delta\varphi}}$, где a – длина большой полуоси навигационного эллипсоида, $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ – ошибки в определении широты и долготы. После калибровки без использования измерений точного стенда ошибка автономной навигации составила 1890 м, при использовании новых измерений – 1100 м. Таким образом, использование новых измерений позволяет без усложнения плана калибровки и увеличения времени повысить качество калибровки БИНС и улучшить точность автономной навигации в 1.5 раза.

Выводы:

1. Результаты ковариационного анализа предложенных методов калибровки без учета информации от стенда и с ее использованием показывают их высокую эффективность, поэтому эти методы могут быть рекомендованы к реализации.

2. Дополнительная информация, доставляемая стендом, несколько улучшает результат калибровки, и, по возможности, ее необходимо использовать.

Библиографический список

1. Парусников Н.А. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы на стенде // Известия РАН. Механика твердого тела. 2009. № 4. С.3-6.
2. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть II. – М.: МАКС Пресс, 2012. - 170 с.
3. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть I. – М.: МАКС Пресс, 2011. - 132 с.
4. URL: http://www.acutronic.com/
5. Васинёва И.А., Кальченко А.О. Анализ точности калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете в зависимости от некоторых типов эволюций самолета // Вестник Московского университета. Математика. Механика. 2014. № 1. С. 65-68.