

АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ФРАГМЕНТА РЕЛЬЕФА ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Анатолий Васильевич ШАРОНОВ родился в 1937 г. в городе Москве. Заведующий кафедрой МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области формирования алгоритмов математической обработки информации. Автор более 150 научных работ. E-mail: k308@mai.ru

Anatoly V. SHARONOV D.Sci., was born in 1937, in Moscow. He is the Head of a Department at the MAI. His major research interests are in mathematical methods for information processing. He has published more than 150 technical papers. E-mail: k308@mai.ru

Сергей Викторович НОВОСЕЛОВ родился в 1984 году в городе Свердловске. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области формирования алгоритмов обработки изображений и цифровых моделей рельефа. Автор трех научных работ. E-mail: k308@mai.ru

Sergey V. NOVOSOLOV was born in Sverdlovsk, in 1984. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in methods of image processing and digital relief model generation. He has published 3 technical papers. E-mail: k308@mai.ru

Предлагается алгоритм формирования фрагмента рельефа подстилающей поверхности. Алгоритм основан на применении двумерного вейвлет-преобразования, позволяющего проводить его восстановление с заданной точностью без использования информации обо всем рельефе подстилающей поверхности.

An algorithm is suggested to generate relief fragments for some underlying surface. This algorithm is based on a two-dimensional wavelet transform. It provides us to reconstruct required relief fragment without information about whole underlying surface.

Ключевые слова: геоинформационная система, модель рельефа, подстилающая поверхность, вейвлет-преобразование

Key words: geoinformation system, relief model, underlying surface, wavelet-transform.

Введение

При постановке и решении геоинформационными измерительными системами ряда прикладных задач применяют трехмерную модель не всей подстилающей поверхности, а только некоторого ее фрагмента [1, 2, 3].

Существующие алгоритмы восстановления фрагмента рельефа используют всю информацию о рельефе подстилающей поверхности, содержащуюся в матрице высот [4]. При этом ресурсы геоинформационной системы неэффективно используются.

Постановка задачи

В [5] был предложен алгоритм восстановления всего рельефа подстилающей поверхности, основанный на N -кратном двумерном вейвлет-преобразовании матрицы высот \mathbf{H} , переводящий ее в матрицу \mathbf{H}_{2n} , в верхней левой подматрице которой располагается уменьшенная копия рельефа [6]. Этот же метод может быть использован и для построения алгоритма восстановления фрагмента рельефа без

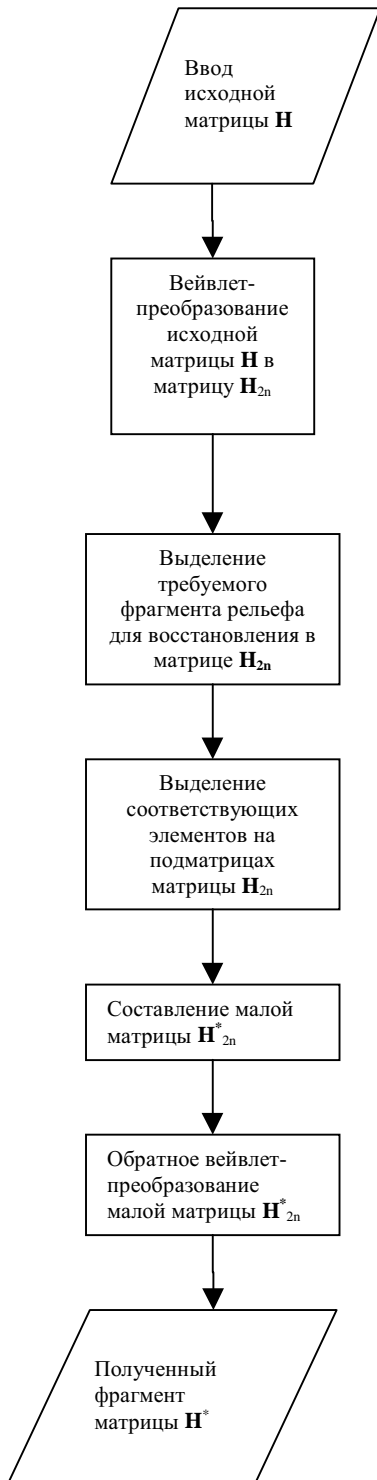


Рис. 1. Блок-схема алгоритма

использования всех сохраненных данных о подстилающей поверхности.

Построение алгоритма восстановления фрагмента рельефа подстилающей поверхности на основе вейвлет-преобразования

Блок-схема предлагаемого алгоритма восстановления требуемого фрагмента рельефа представлена на рис. 1.

Этот алгоритм работает следующим образом:

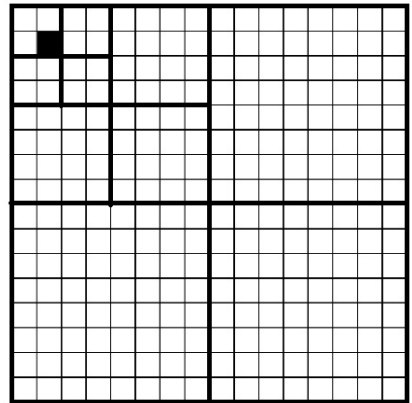
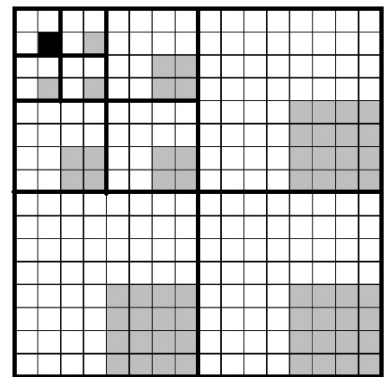
1. В преобразованной матрице \mathbf{H}_{2n} выделяется восстанавливаемый фрагмент, требуемый для восстановления, так, как это показано на рис. 2. Он выделен черным цветом.

2. Во всех остальных подматрицах матрицы \mathbf{H}_{2n} выделяются аналогичные фрагменты в соответствующем масштабе, как это показано на рис. 3 серым цветом.

3. Из выделенных фрагментов составляется матрица, показанная на рис. 4

Применение обратного вейвлет-преобразования к матрице \mathbf{H}_{2n} позволяет восстановить исходную матрицу высот \mathbf{H} .

В результате получается фрагмент рельефа, который в исходной матрице находится на том мес-

Рис. 2. Выделенный требуемый фрагмент рельефа для восстановления на матрице \mathbf{H}_{2n} Рис. 3. Выделенные требуемые фрагменты рельефа на всех подматрицах матрицы \mathbf{H}_{2n}

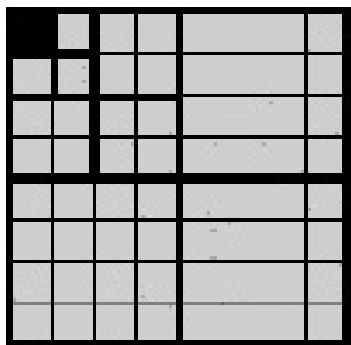


Рис. 4. Матрица H_{2n}^* , составленная из выделенных фрагментов матрицы H_{2n}

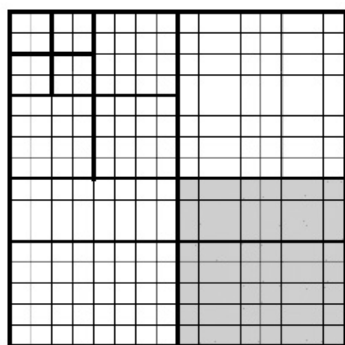


Рис. 5. Исходная матрица H с выделенным восстановленным фрагментом

те, которое было выделено в уменьшенной копии, в соответствующем масштабе. На рис. 5 он обозначен серым цветом.

Пример работы алгоритма и результаты

Для иллюстрации работы сформированного алгоритма рассматривается модельный пример выделения из матрицы высот H требуемого фрагмента рельефа, представленного на рис. 6. Фрагмент выделен в матрице H жирным шрифтом

$$H = \begin{pmatrix} 16 & 14 & 15 & 13 & 14 & 15 & 16 & 13 \\ 14 & 22 & 20 & 22 & 21 & 20 & 22 & 14 \\ 16 & 20 & 28 & 26 & 27 & 25 & 21 & 15 \\ 16 & 21 & 26 & 36 & 34 & 26 & 20 & 16 \\ 15 & 22 & 25 & 30 & \mathbf{32} & \mathbf{27} & \mathbf{22} & \mathbf{13} \\ 16 & 20 & 28 & 26 & \mathbf{25} & \mathbf{28} & \mathbf{21} & \mathbf{14} \\ 16 & 21 & 22 & 20 & \mathbf{21} & \mathbf{22} & \mathbf{20} & \mathbf{15} \\ 15 & 14 & 13 & 16 & \mathbf{15} & \mathbf{14} & \mathbf{13} & \mathbf{16} \end{pmatrix}$$

Матрица преобразования M формируется из двух подматриц W и G , задающих фильтры Хаара [8], таких, что

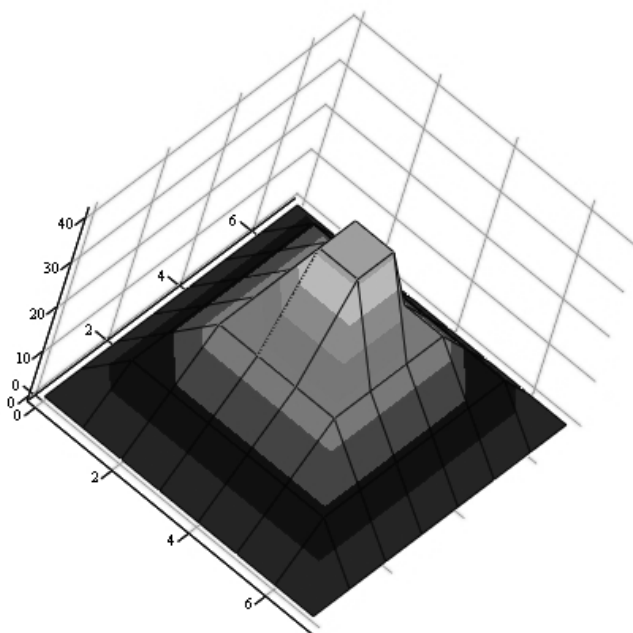


Рис. 6. Поверхность, построенная по матрице высот

$$M = \begin{pmatrix} W \\ G \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix};$$

$$W = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix};$$

$$G = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix}$$

Вейвлет-преобразование матрицы H осуществляется по следующей схеме:

1. Преобразование, задаваемое матрицей M , поочередно преобразует строки и столбцы матрицы H в соответствие с правилом:

$$H_1 = (M \cdot H^T)^T = \left(\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 16 & 14 & 16 & 16 & 15 & 16 & 16 & 15 \\ 14 & 22 & 20 & 21 & 22 & 20 & 21 & 14 \\ 15 & 20 & 28 & 26 & 25 & 28 & 22 & 13 \\ 13 & 22 & 26 & 36 & 30 & 26 & 20 & 16 \\ 14 & 21 & 27 & 34 & 32 & 25 & 21 & 15 \\ 15 & 20 & 25 & 26 & 27 & 28 & 22 & 14 \\ 16 & 22 & 21 & 20 & 22 & 21 & 20 & 13 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \right)^T =$$

$$= \begin{pmatrix} 15 & 14 & 14.5 & 14.5 & 1 & 1 & -0.5 & 1.5 \\ 18 & 21 & 20.5 & 18 & -4 & -1 & 0.5 & 4 \\ 18 & 27 & 26 & 18 & -2 & 1 & 1 & 3 \\ 18.5 & 31 & 30 & 18 & -2.5 & -5 & 4 & 2 \\ 18.5 & 27.5 & 29.5 & 17.5 & -3.5 & -2.5 & 2.5 & 4.5 \\ 18 & 27 & 26.5 & 17.5 & -2 & 1 & -1.5 & 3.5 \\ 18.5 & 21 & 21.5 & 17.5 & -2.5 & 1 & -0.5 & 2.5 \\ 14.5 & 14.5 & 14.5 & 14.5 & 0.5 & -1.5 & 0.5 & -1.5 \end{pmatrix};$$

$$H_2 = M \cdot H_1 = \left(\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 & 14 & 14.5 & 14.5 & 1 & 1 & -0.5 & 1.5 \\ 18 & 21 & 20.5 & 18 & -4 & -1 & 0.5 & 4 \\ 18 & 27 & 26 & 18 & -2 & 1 & 1 & 3 \\ 18.5 & 31 & 30 & 18 & -2.5 & -5 & 4 & 2 \\ 18.5 & 27.5 & 29.5 & 17.5 & -3.5 & -2.5 & 2.5 & 4.5 \\ 18 & 27 & 26.5 & 17.5 & -2 & 1 & -1.5 & 3.5 \\ 18.5 & 21 & 21.5 & 17.5 & -2.5 & 1 & -0.5 & 2.5 \\ 14.5 & 14.5 & 14.5 & 14.5 & 0.5 & -1.5 & 0.5 & -1.5 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 16.5 & 17.5 & 17.5 & 16.25 & -1.5 & 0 & 0 & 2.75 \\ 18.25 & 29 & 28 & 18 & -2.25 & -2 & 2.5 & 2.5 \\ 18.25 & 27.25 & 28 & 17.5 & -2.75 & -0.75 & 0.5 & 4 \\ 16.5 & 17.75 & 18 & 16 & -1 & -0.25 & 0 & 0.5 \\ -1.5 & -3.5 & -3 & -1.75 & 2.5 & 1 & -0.5 & -1.25 \\ -0.25 & -2 & -2 & 0 & 0.25 & 3 & -1.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0.25 & 1.5 & 0 & -0.75 & -1.75 & 2 & 0.5 \\ 2 & 3.25 & 3.5 & 1.5 & -1.5 & 1.25 & -0.5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Осуществляется преобразование, задаваемое матрицей M^*

$$M^* = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix};$$

$$W = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix};$$

над верхней левой подматрицей матрицы H_2 , выделенной жирным шрифтом. При этом используются фильтры Хаара W и G меньшей размерности.

С помощью этого преобразования последовательно вычисляются матрицы H_3 и H_4 :

$$\tilde{\mathbf{H}}_3 = (\mathbf{M}^* \cdot \tilde{\mathbf{H}}_2^T)^T = \left(\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 16.5 & 18.25 & 18.25 & 16.25 \\ 17.5 & 29 & 27.25 & 18 \\ 17.5 & 28 & 28 & 17.5 \\ 16.25 & 18 & 17.5 & 16 \end{pmatrix} \right)^T =$$

$$= \begin{pmatrix} 17 & 16.875 & -0.5 & 0.625 \\ 23.625 & 23 & -5.375 & 5 \\ 22.75 & 22.75 & -4.5 & 5.25 \\ 17.12 & 17 & -0.625 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_4 = \mathbf{M}^* \cdot \tilde{\mathbf{H}}_3 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 17 & 16.875 & -0.5 & 0.625 \\ 23.625 & 23 & -5.375 & 5 \\ 22.75 & 22.75 & -4.5 & 5.25 \\ 17.12 & 17 & -0.625 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8.438 & 8.438 & -2.938 & 2.813 \\ 8.438 & 8.438 & -2.563 & 3.125 \\ -3.313 & -3.063 & 2.438 & -2.188 \\ 2.813 & 2.875 & -1.938 & 2.125 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, двукратное вейвлет-преобразование матрицы \mathbf{H} приводит ее к матрице

$$\mathbf{H}_4 = \begin{pmatrix} \mathbf{8.438} & \mathbf{8.438} & -2.938 & 2.813 & -1.5 & 0 & 0 & 2.75 \\ \mathbf{8.438} & \mathbf{8.438} & -2.563 & 3.125 & -2.25 & -2 & 2.5 & 2.5 \\ -3.313 & -3.063 & 2.438 & -2.188 & -2.75 & -0.75 & 0.5 & 4 \\ 2.813 & 2.875 & -1.938 & 2.125 & -1 & -0.25 & 0 & 0.5 \\ -1.5 & -3.5 & -3 & -1.75 & 2.5 & 1 & -0.5 & -1.25 \\ -0.25 & -2 & -2 & 0 & 0.25 & 3 & -1.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0.25 & 1.5 & 0 & -0.75 & -1.75 & 2 & 0.5 \\ 2 & 3.25 & 3.5 & 1.5 & -1.5 & 1.25 & -0.5 & 2 \end{pmatrix}.$$

В верхнем левом углу матрицы \mathbf{H}_4 расположена подматрица, выделенная жирным шрифтом, являющаяся уменьшенной копией рельефа, задаваемого матрицей \mathbf{H} .

На рис. 7 изображена поверхность, соответствующая матрице высот \mathbf{H}_4 .

3. В левой верхней подматрице выбираются элементы, соответствующие тому фрагменту рельефа, который требуется восстановить (они выделены жирным шрифтом):

$$\mathbf{H}_4 = \begin{pmatrix} 20.313 & 19.938 & -2.938 & 2.813 & -1.5 & 0 & 0 & 2.75 \\ 19.938 & \mathbf{19.975} & -2.563 & 3.125 & -2.25 & -2 & 2.5 & 2.5 \\ -3.313 & -3.063 & 2.438 & -2.188 & -2.75 & -0.75 & 0.5 & 4 \\ 2.813 & 2.875 & -1.938 & 2.125 & -1 & -0.25 & 0 & 0.5 \\ -1.5 & -3.5 & -3 & -1.75 & 2.5 & 1 & -0.5 & -1.25 \\ -0.25 & -2 & -2 & 0 & 0.25 & 3 & -1.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0.25 & 1.5 & 0 & -0.75 & -1.75 & 2 & 0.5 \\ 2 & 3.25 & 3.5 & 1.5 & -1.5 & 1.25 & -0.5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. В остальных подматрицах определяются элементы, соответствующие требуемому фрагменту рельефа в соответствующих масштабах (эти элементы выделены жирным шрифтом)

$$\mathbf{H}_4 = \begin{pmatrix} 20.313 & 19.938 & -2.938 & 2.813 & -1.5 & 0 & 0 & 2.75 \\ 19.938 & \mathbf{19.975} & -2.563 & \mathbf{3.125} & -2.25 & -2 & 2.5 & 2.5 \\ -3.313 & -3.063 & 2.438 & -2.188 & -2.75 & -0.75 & \mathbf{0.5} & \mathbf{4} \\ 2.813 & \mathbf{2.875} & -1.938 & \mathbf{2.125} & -1 & -0.25 & \mathbf{0} & \mathbf{0.5} \\ -1.5 & -3.5 & -3 & -1.75 & 2.5 & 1 & -0.5 & -1.25 \\ -0.25 & -2 & -2 & 0 & 0.25 & 3 & -1.5 & 0.5 \\ 0.25 & 0.25 & \mathbf{1.5} & 0 & -0.75 & -1.75 & \mathbf{2} & \mathbf{0.5} \\ 2 & 3.25 & \mathbf{3.5} & 1.5 & -1.5 & 1.25 & \mathbf{-0.5} & \mathbf{2} \end{pmatrix}.$$

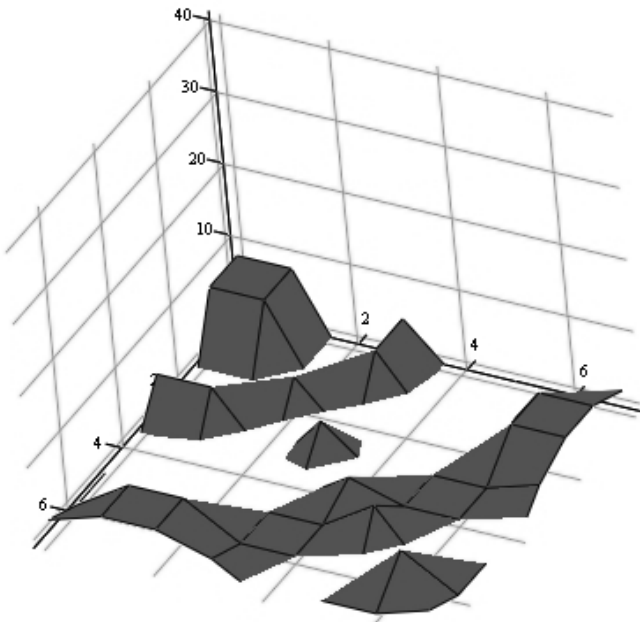


Рис. 7. Поверхность, соответствующая преобразованной матрице высот

5. Из выделенных элементов формируется матрица

$$\tilde{\mathbf{H}}_4^* = \begin{pmatrix} \mathbf{19.975} & \mathbf{3.125} & 0.5 & 4 \\ \mathbf{2.875} & \mathbf{2.125} & 0 & 0.5 \\ 1.5 & 0 & 2 & 0.5 \\ 3.5 & 1.5 & -0.5 & 2 \end{pmatrix},$$

по которой будет восстановлен требуемый фрагмент.

6. Обратное двукратное вейвлет-преобразование \mathbf{M}^{-1} переводит матрицу $\tilde{\mathbf{H}}_4^*$ в матрицу $\tilde{\mathbf{H}}_3^*$, а последнюю — в матрицу $\tilde{\mathbf{H}}_2^*$ по правилу

$$\tilde{\mathbf{H}}_3^* = \mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}_4^*; \quad \tilde{\mathbf{H}}_2^* = (\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}_3^{*T})^T,$$

где $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{W} & \\ & \mathbf{G} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{W} = (0.5 \ 0.5);$

$$\mathbf{G} = (0.5 \ -0.5); \quad \mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Итак,

$$\tilde{\mathbf{H}}_3^* = \mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}_4^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19.975 & 3.125 \\ 2.875 & 2.125 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22.75 & 5.25 \\ 17 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_2^* = (\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}_3^{*T})^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22.75 & 17 \\ 5.25 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 17.5 \\ 18 & 16 \end{pmatrix}.$$

Дополняя матрицу $\tilde{\mathbf{H}}_2^*$ элементами матрицы \mathbf{H}_4^* , не входящими в верхнюю левую подматрицу, получаем матрицу \mathbf{H}_2^* размерностью (4×4) :

$$\mathbf{H}_2^* = \begin{pmatrix} \mathbf{28} & \mathbf{17.5} & 0.5 & 4 \\ \mathbf{18} & \mathbf{16} & 0 & 0.5 \\ 1.5 & 0 & 2 & 0.5 \\ 3.5 & 1.5 & -0.5 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Обратное вейвлет-преобразование матрицы \mathbf{H}_2^* задается матрицей

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

обратной матрице

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix},$$

и осуществляется по правилу

$$\mathbf{H}_1^* = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}_2^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 28 & 17.5 & 0.5 & 4 \\ 18 & 16 & 0 & 0.5 \\ 1.5 & 0 & 2 & 0.5 \\ 3.5 & 1.5 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29.5 & 17.5 & 2.5 & 4.5 \\ 26.5 & 17.5 & -1.5 & 3.5 \\ 21.5 & 17.5 & -0.5 & 2.5 \\ 14.5 & 14.5 & 0.5 & -1.5 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{H}^* = (\mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}_1^{*T})^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 29.5 & 26.5 & 21.5 & 14.5 \\ 17.5 & 17.5 & 17.5 & 14.5 \\ 2.5 & -1.5 & -0.5 & 0.5 \\ 4.5 & 3.5 & 2.5 & -1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 18 & 9 & 0 \\ 18 & 18 & 9 & 0 \\ 9 & 9 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сопоставление полученной матрицы \mathbf{H}^* с исходной позволяет сделать вывод о том, что восстановлен именно тот фрагмент рельефа, который и требовался.

Поверхность, соответствующая требуемому фрагменту рельефа, изображена на рис. 8.

На рис. 9 представлены затраты на реализацию алгоритмов восстановления фрагмента рельефа использующих всю матрицу высот (пунктирная линия) и ее часть (сплошная линия). По осям абсцисс и ординат отложены соответственно число используемых ячеек для одной операции b и число машинных операций, затраченных для алгоритма.

Затраты при перемножении двух матриц размером $(m \times m)$ вычисляются по формуле

$$K_m(b) = m \cdot m \cdot (qb^2 + rb),$$

где q — число операций умножения; r — число операций сложения (на сложение затрачивается b единиц ресурсов, на умножение — b^2).

Затраты на реализацию алгоритма N -кратного вейвлет-преобразования рассчитываются по формуле

$$K^*(b) = \sum_{i=1}^N 2 \cdot m_i \cdot m_i \cdot (q_i b^2 + r_i b),$$

в которой множитель 2 вводится для учета двукратного перемножения матриц на одном шаге вейвлет-преобразования.

Итак, для рассмотренного примера затраты на реализацию алгоритма, использующего всю матрицу, будут:

$$K_1(b) = 2 \cdot (16 \cdot 4 + 64 \cdot 8) \cdot (b^2 + b),$$

а для алгоритма с обработкой части матрицы:

$$K_2(b) = 2 \cdot (4 \cdot 2 + 16 \cdot 4) \cdot (b^2 + b).$$

Выводы

Анализ результатов решения модельной задачи подтверждает предположение о том, что для восстанавливаемого фрагмента рельефа не требуется

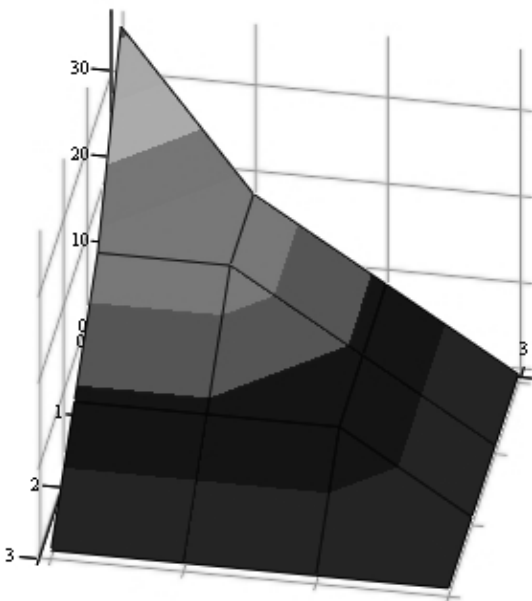


Рис. 8. Поверхность, полученная в результате обратного преобразования требуемого фрагмента

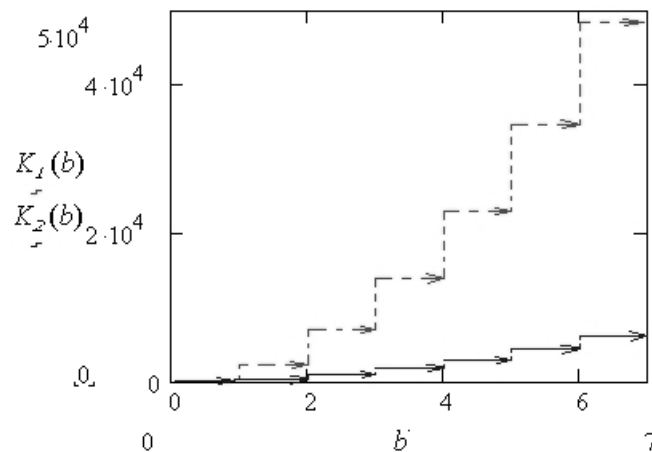


Рис. 9. Изменение общего количества затраченных ресурсов в зависимости от числа ячеек памяти для алгоритмов обработки полной матрицы высот целиком (пунктирная линия) и ее части (сплошная линия)

предъявлять к математической обработке всю исходную матрицу рельефа, а достаточно использовать только часть ее верхней левой подматрицы, содержащую соответствующий фрагмент, и те же фрагменты в остальных подматрицах, взятые в различных масштабах.

При этом вычислительные операции выполняются над матрицами меньших размеров, чем исходная матрица высот рельефа (в задаче N имеет размер 8×8 , а вычисления выполняются с матрицами размера 4×4). Эта особенность важна для организации вычислительных процедур в реальном или близком к реальному масштабах времени.

Библиографический список

1. Шаронов А.В., Новоселов С.В. Применение двумерного вейвлет-преобразования для формирования модели рельефа подстилающей поверхности // Труды XVII Международного научно-технического семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации». Санкт-Петербург, 2008.

2. Новоселов С.В., Шаронов А.В. Применение вейвлет-преобразования для формирования цифровой модели рельефа // Через тернии к звездам / Под. ред. Ю. Ю. Комарова, В. П. Махрова. М: Изд-во МАИ, 2007.

3. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Князь В.А., Ходарев А.Н. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW и IMAQ Vision. ДМК-Пресс, 2008.

4. Красильников Н.Н. Цифровая обработка изображений. — М.: Высш. школа, 2001.

5. Шаронов А.В., Новоселов С.В. Построение алгоритма формирования модели рельефа подстилающей поверхности геоинформационной измерительной системой // Вестник МАИ. 2009. Т.16. №1.

6. Шокуров А.В., Михалёв А.В. Оптимальное использование вейвлет-компонент // Успехи матем. наук. 2007. Т. 62. № 4.

7. Шокуров А.В. Кодирование изображений с последующим возможным оптимальным декодированием. С. 226-230 // Ссылка: <http://mech.math.msu.su/~fpm/ps/k07/k075/k07511.pdf>

8. Гришин М.В., Ожиганов А.А., Тропченко А.Ю. Сжатие изображения на основе выделения локальных однородных областей // Ссылка: http://www.ict.edu.ru/ft/001792/vestnik10_4.pdf

Московский авиационный институт
Статья поступила в редакцию 24.03.2009