

УДК 536.25

Приближенное аналитическое решение задачи о вспухании криогенного топлива при дренаже бака в условиях невесомости

С.Г. Черкасов, А.С. Васютинчев, Л.А. Моисеева, А.О. Городнов

*Исследовательский центр им. М.В. Келдыша (ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша»), Москва, 125438, Россия
e-mail: lida.moiseeva@mail.ru*

DOI: 10.34759/tpt-2021-13-1-2-11

Поступила в редакцию 03.12.2020

После доработки 23.12.2020

Принята к публикации 17.01.2021

Рассмотрена задача о вспухании (увеличении объема топлива вследствие парообразования) криогенного топлива при дренаже топливного бака в условиях невесомости. Получены приближенные аналитические решения для различных видов распределения поля температуры жидкости на момент начала дренажа.

Ключевые слова: криогенное топливо, дренаж, вспухание, невесомость.

Введение

Весьма эффективными с энергетической точки зрения компонентами топлива для жидкостных ракетных двигательных установок космических аппаратов являются некоторые криогенные жидкости (кислород, водород, метан). На борту космического аппарата криогенный компонент должен какое-то время в зависимости от программы полета храниться в баке с закрытым дренажным клапаном (бездренажное хранение). При этом возникает проблема роста давления в баке из-за внешних теплопритоков [1–3]. Особенно быстро в силу специфики теплофизических свойств растет давление в баках с жидким водородом. В настоящее время трудности длительного хранения – один из основных факторов, сдерживающих использование жидкого водорода в качестве горючего для двигательных установок космических аппаратов типа разгонных блоков.

В земных условиях простым и эффективным средством поддержания требуемого давления в баке является дренаж. Однако в условиях невесомости такая процедура порождает ряд проблем. Во-первых, заметим, что на входе в дренажный клапан должен быть именно пар, а не

жидкая фаза топлива, а в невесомости жидкая фаза может оказаться в принципе в любом месте бака. Допустим, что в момент открытия дренажного клапана объемы, занимаемые фазами топлива, не фрагментированы и поверхность раздела фаз расположена достаточно далеко от клапана. Если перед началом дренажа жидкость находилась в состоянии насыщения, то резкое понижение давления при открытии клапана может инициировать объемное вскипание. В земных условиях образующиеся в жидкости пузырьки будут расти и одновременно всплывать к поверхности жидкости. В невесомости же размер и количество пузырьков также будут расти, но всплывать к поверхности жидкости пузырьки не будут. В результате жидкость может превратиться в некоторую пенистую парожидкостную субстанцию, быстро растущую в объеме. Это явление получило название «вспухание топлива». Если даже в момент открытия клапана поверхность жидкости была от него далеко, то в результате вспухания на входе в клапан очень быстро может оказаться парожидкостная смесь, т.е. через клапан будет выбрасываться не только паровая, но и жидкая фаза топлива, что чревато недопустимо большими потерями компонента. Поэтому про-

гнозирование процессов, протекающих при вспухании, является важной для практики задачей. В данной работе предложена некоторая первичная математическая модель, предназначенная для оценок основных характеристик процесса.

**Задача о вспухании в неоднородно прогревом верхнем слое.
Случай линейного профиля**

Рассмотрим сначала следующую вспомогательную задачу. Имеется термодинамическая система, представляющая собой парожидкостную смесь с общей постоянной массой M . Система не обменивается теплом с окружающей средой, но ее объем и температура изменяются во времени из-за изменения давления. Будем считать, что в каждый момент времени система находится в равновесном состоянии и давление связано с температурой уравнением Клапейрона–Клаузиуса [4]:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T} \left(\frac{1}{\rho_V} - \frac{1}{\rho_L} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где p – давление; T – температура; r – теплота фазового перехода; ρ_V – плотность пара; ρ_L – плотность жидкости. Поскольку рассматривается случай, когда давление падает, то из (1) следует, что температура также падает.

Пусть в некоторый момент времени масса жидкой фазы равна m_L , масса паровой фазы – m_V , давление и температура – соответственно p и T , объем системы – V , общая масса топлива – M . Обозначим удельные энтальпии жидкости и пара через i_L и i_V , а полную энтальпию термодинамической системы – через I . Тогда первое начало термодинамики запишется в виде:

$$dI - Vdp = 0, \quad I = m_L i_L + m_V i_V. \quad (2)$$

Из закона сохранения массы следуют соотношения

$$m_V = M - m_L, \quad dm_V = -dm_L. \quad (3)$$

Далее будем считать жидкость несжимаемой, а пар – совершенным газом. Тогда

$$di_L = cdT, \quad di_V = c_p dT. \quad (4)$$

С учетом (3), (4) можно записать:

$$\begin{aligned} dI &= d(m_L i_L + m_V i_V) = \\ &= m_L cdT + m_V c_p dT - dm_L (i_V - i_L) = \\ &= m_L (c - c_p) dT + M c_p dT - r dm_L, \end{aligned} \quad (5)$$

где $r = i_V - i_L$ – теплота фазового перехода. Для объема системы имеем:

$$V = \frac{m_L}{\rho_L} + \frac{m_V}{\rho_V} = \frac{M}{\rho_V} + m_L \left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V} \right). \quad (6)$$

Используя (1) и (6), получим

$$V dp = \frac{rdT}{T} \left(M \left(1 - \frac{\rho_V}{\rho_L} \right)^{-1} - m_L \right). \quad (7)$$

Подставляя теперь (5) и (7) в (2), получим уравнение:

$$T \frac{dm_L}{dT} + am_L = Mb, \quad (8)$$

$$a = \frac{c_p T}{r} \left(1 - \frac{c}{c_p} \right) - 1, \quad b = \frac{c_p T}{r} - \left(1 - \frac{\rho_V}{\rho_L} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Пусть за время процесса температура системы понизилась от T_0 до T_1 , и пусть это изменение достаточно мало, чтобы существенно повлиять на величину коэффициентов a и b . Тогда переменные T и ρ_V в формулах (9) можно заменить на некоторые постоянные значения T^* и ρ_{V^*} , и вместо уравнения (8) рассматривать в дальнейшем уравнение с постоянными коэффициентами α и β :

$$T \frac{dm_L}{dT} + am_L = M\beta, \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{c_p T^*}{r} \left(1 - \frac{c}{c_p} \right) - 1, \quad \beta = \frac{c_p T^*}{r} - \left(1 - \frac{\rho_{V^*}}{\rho_L} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Уравнение (10) имеет следующее аналитическое решение:

$$m_L = (m_{L0} - M\gamma) \left(\frac{T_0}{T} \right)^\alpha + M\gamma, \quad \gamma = \frac{\beta}{\alpha}, \quad (12)$$

где m_{L0} – масса жидкой фазы при начальной температуре T_0 . Обозначим через $\psi = m_L / M$ и $\phi = 1 - \psi$ соответственно массовые доли жидкой и паровой фаз в рассматриваемой системе. Тогда из уравнения (12) легко получить:

$$\psi = (\psi_0 - \gamma) \left(\frac{T_0}{T} \right)^\alpha + \gamma, \quad \psi_0 = \frac{m_{L0}}{M}, \quad (13)$$

$$\phi = 1 - (1 - \phi_0 - \gamma) \left(\frac{T_0}{T} \right)^\alpha - \gamma, \quad \phi_0 = 1 - \psi_0. \quad (14)$$

Используя полученные результаты, перейдем к рассмотрению процесса вспухания в криогенном баке космического аппарата. Здесь

необходимо отметить, что даже в условиях свободного полета на борту космического аппарата вместо идеальной невесомости реализуются условия так называемой практической невесомости, когда действуют малые ускорения, например вызванные медленным вращением относительно центра масс. По отношению к различным физическим эффектам эти микроускорения могут играть как несущественную, так и существенную роль. Например, естественная конвекция в жидкой фазе криогенного компонента топлива является интенсивной даже при перегрузках, на несколько порядков меньших, чем в земных условиях [2, 5]. Что касается формы поверхности раздела фаз, то она может быть как искривленной, так и практически плоской [6]. Поскольку целью данной работы является исследование процесса вспухания в первом приближении, будем в дальнейшем рассматривать наиболее простой случай частично заполненного цилиндрического бака с плоской поверхностью раздела фаз, ортогональной оси симметрии бака (рис. 1).

Многочисленные расчетно-теоретические и экспериментальные исследования прогрева криогенного топлива в условиях бездренажного хранения [1, 2, 5, 7–15] показывают, что при интенсивной естественной конвекции жидкая фаза топлива в криогенном баке прогревается практически однородно по горизонтали, но неоднородно по вертикали. При этом самый быстрый рост температуры наблюдается на поверхности раздела фаз и в сравнительно тонком слое около нее. В этом слое температура растет значительно быстрее, чем среднemasсовая температура жидкости – эффект температурного

расслоения. Поскольку давление в баке отслеживает температуру на поверхности раздела фаз по кривой насыщения, то температурное расслоение ускоряет скорость нарастания давления.

Схематизируем поле температуры в жидкой фазе топлива перед началом дренажа следующим образом (см. рис. 1, а). Как отмечалось выше, основное изменение температурного поля при бездренажном хранении состоит в появлении верхнего прогретого слоя. Будем считать, что температура меняется только по вертикали и весь объем жидкости состоит из верхнего неоднородно прогретого слоя толщиной δ и однородно прогретой до температуры T_B жидкости ниже прогретого слоя. Кроме того будем считать, что вертикальный профиль температуры в прогретом слое перед началом дренажа является линейным:

$$\frac{dT}{dx} = A = \text{const}, \quad A = \frac{T_{S0} - T_B}{\delta}. \quad (15)$$

Здесь T_{S0} – температура на поверхности раздела фаз перед началом дренажа, соответствующая по кривой насыщения давлению p_0 . В процессе дренажа давление в баке начнет падать и жидкость в какой-то части верхнего прогретого слоя окажется перегретой. При этом в перегретой жидкости (возможность метастабильного состояния жидкости не учитываем) начнется объемное кипение, и температура здесь будет понижаться.

Сделаем три дополнительных предположения. Во-первых, будем считать, что процесс проходит в условиях невесомости и достаточно быстро, так что пузырьки не всплывают, а оста-

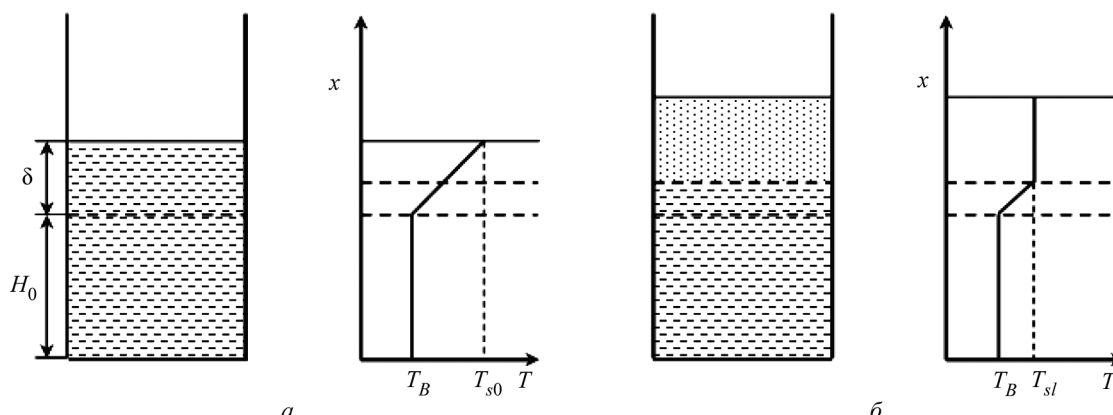


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи о вспухании топлива: а – профиль температуры до начала дренажа; б – профиль температуры в некоторый момент во время дренажа

ются внутри жидкой фазы. При этом, поскольку плотность пара ниже плотности жидкости, то первичная межфазная поверхность по мере увеличения паросодержания будет подниматься. Во-вторых, будем предполагать, что процесс проходит равновесно, и в той части верхнего слоя, где происходит объемное кипение, температура в обеих фазах равна температуре насыщения при давлении в баке на данный момент времени. И, наконец, будем считать, что процесс происходит настолько быстро, что профиль температуры в жидкости под вскипающим слоем не успевает отклониться от начального профиля температуры. Пусть дренаж прекращается, когда давление падает до величины p_1 , которой соответствует температура межфазной поверхности T_{S1} . Тогда профиль температуры на момент окончания дренажа, в соответствии со сделанными выше предположениями, будет выглядеть так, как показано на рис. 1, б.

Для упрощения дальнейших выкладок введем вертикальные координаты z (для момента начала дренажа, рис. 2, а) и y (для момента окончания дренажа, рис. 2, б). Начальные координаты $z = 0$ и $y = 0$ поместим в том горизонтальном сечении бака, где температура перед началом дренажа равна температуре T_{S1} , а координаты поверхности жидкости в начале и конце дренажа обозначим через h_0 и h_1 . Тогда процессом парообразования при дренаже будут затронуты только области $0 < z \leq h_0$ (рис. 2, а) и $0 < y \leq h_1$ (рис. 2, б). Рассмотрим теперь тонкий слой жидкости с массой dM , расположенный перед началом дренажа между плоскостями z и $z + dz$ (рис. 2, а). В момент окончания дренажа данная масса будет собой представлять уже двухфазную смесь, расположенную где-то между плоскостями y и $y + dy$ (рис. 2, б). Поскольку рассматривается фиксированная масса ве-

щества, то для нее на момент окончания дренажа будет справедлива формула (14), если в ней положить $\varphi_0 = 0$ и $T = T_{S1}$, что приводит к выражению

$$\varphi = (1 - \gamma) \left(1 - \left(\frac{T_0}{T_{S1}} \right)^\alpha \right). \quad (16)$$

Формула (16) справедлива для любого тонкого слоя жидкости в любом сечении z с той только разницей, что для разных слоев начальная температура T_0 будет различной и равной температуре данного слоя перед началом дренажа:

$$T_0(z) = T_{S1} + Az, \quad A = \frac{T_{S0} - T_{S1}}{h_0}. \quad (17)$$

В дальнейшем будем обозначать тильдой соответствующие массы, отнесенные к площади поверхности раздела фаз S :

$$\tilde{m}_V = \frac{m_V}{S}, \quad \tilde{m}_L = \frac{m_L}{S}, \quad \tilde{M} = \frac{M}{S}. \quad (18)$$

Тогда общая удельная масса пара на момент окончания дренажа составит

$$\tilde{m}_V = \int \varphi d\tilde{M} = \int_0^{h_0} \varphi \rho_L dz. \quad (19)$$

Из формулы (17) следует

$$dz = \frac{dT_0}{A}. \quad (20)$$

Подставляя теперь формулы (16) и (20) в (19), получим:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_V &= \frac{\rho_L (1 - \gamma)}{A} \int_{T_0=T_{S1}}^{T_0=T_{S0}} \left[1 - \left(\frac{T_0}{T_{S1}} \right)^\alpha \right] dT_0 = \\ &= \frac{\rho_L (1 - \gamma)}{A} \left[T_{S0} - T_{S1} - \frac{T_{S1}}{\alpha + 1} \left[\left(\frac{T_{S0}}{T_{S1}} \right)^{\alpha + 1} - 1 \right] \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

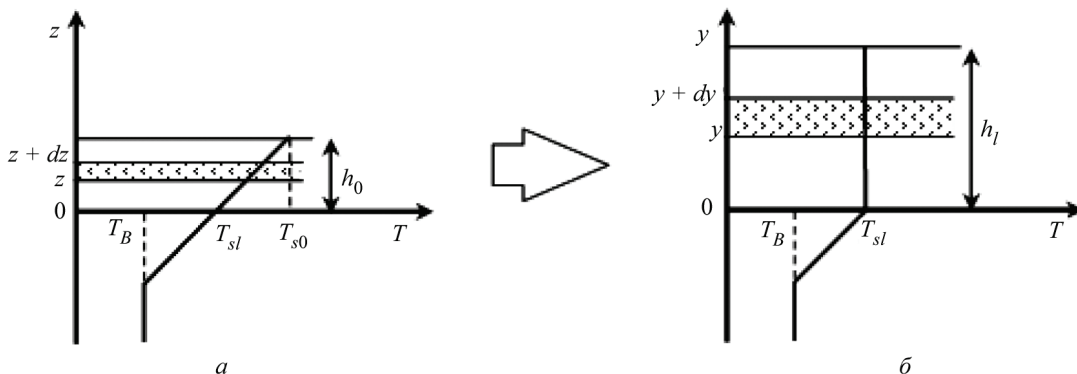


Рис. 2. Координаты поверхности дренируемого объема: а – момент начала дренажа; б – некоторый момент во время дренажа

Введем «глубину захолаживания» θ по формуле:

$$\theta = \frac{T_{S0} - T_{S1}}{T_{S1}}. \quad (22)$$

Используя теперь формулы (17) и (22), представим формулу (21) в виде:

$$\tilde{m}_V = \rho_L h_0 (1 - \gamma) f = \tilde{M} (1 - \gamma) f, \quad (23)$$

$$f = 1 - \frac{(1 + \theta)^{\alpha+1} - 1}{\theta(\alpha + 1)}. \quad (24)$$

Заметим, что \tilde{M} и \tilde{m}_V представляют собой удельную массу вещества во вскипающем слое и удельную массу пара, образовавшегося в этом слое в результате дренажа. Если теперь обозначить через φ_h массовую долю пара во всем вскипающем слое, то формулу (23) можно записать в виде:

$$\varphi_h = \tilde{m}_V / \tilde{M} = (1 - \gamma) f. \quad (25)$$

Если параметр θ мал, то, используя разложение в ряд Тэйлора [16], можно приближенно записать:

$$(1 + \theta)^{\alpha+1} = 1 + (\alpha + 1)\theta + \frac{1}{2}(\alpha + 1)\alpha\theta^2 + \frac{1}{6}(\alpha + 1)\alpha(\alpha - 1)\theta^3. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (24), получим следующее приближенное выражение для функции f :

$$f = -\frac{1}{2}\alpha\theta \left[1 + \frac{1}{3}(\alpha - 1)\theta \right]. \quad (27)$$

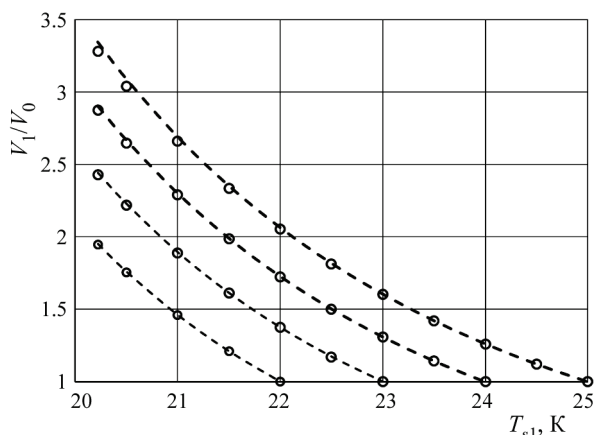


Рис. 3. Зависимость относительного вспухания перегретого слоя топлива в баке с жидким водородом от конечной температуры на верхней границе при различных начальных температурах зеркала: — — — — — расчет по формуле (25); ● — расчет по формуле (28)

При этом формула (25) преобразуется в формулу:

$$\varphi_h = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)\theta \left[1 + \frac{1}{3}(\alpha - 1)\theta \right]. \quad (28)$$

Рассмотрим теперь вопрос об увеличении объема среды после дренажа. Обозначим через $V_1 = Sh_1$ объем вскипевшего слоя на момент окончания дренажа и через $V_0 = Sh_0$ объем этой же массы вещества перед дренажом. Тогда

$$V_1 = \frac{m_V}{\rho_{V1}} + \frac{m_L}{\rho_L} = \frac{m_V}{\rho_{V1}} + \frac{M - m_V}{\rho_L}. \quad (29)$$

Используя полученные выше формулы и формулу (29), можно получить:

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{h_1}{h_0} = 1 + \varphi_h \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right). \quad (30)$$

Для иллюстрации полученных результатов здесь и далее будем рассматривать дренаж бака с жидким водородом. Теплофизические свойства водорода приняты в соответствии с [17]. Примем, что конечная и начальная температуры межфазной поверхности лежат в диапазоне от 20.22 до 25.0 К, что соответствует диапазону давления от 10^5 до $3.28 \cdot 10^5$ Па. В качестве параметров T_* и ρ_{V*} в формулах (11), если не оговорено иное, будем принимать значения при соответствующих температурах T_{S1} . Пример расчетов относительного вспухания прогретого слоя жидкого водорода с линейным профилем температуры при различных значениях конечной температуры верхней границы для различных значений начальной температуры зеркала жидкости по точному и приближенному соотношениям приведены на рис. 3.

Приведенные на рис. 3 данные иллюстрируют хорошее совпадение результатов расчета с использованием упрощенной формулы (28) с данными более точного расчета с использованием формулы (25) для широкого диапазона температур, характерных для водородного бака. Поэтому упрощенная формула (28) может быть рекомендована для приближенного расчета процесса вспухания при дренаже топливного бака.

Задача о вспухании в неоднородно прогретом верхнем слое. Случай нелинейного профиля

Рассмотрим теперь случай, когда профиль температуры в верхнем прогретом слое не явля-

ется линейным. Введем безразмерную координату $\tilde{z} = z / h_0$ и примем для профиля температуры в области $0 \leq \tilde{z} \leq 1$ степенную зависимость:

$$T(\tilde{z}) = T_0(\tilde{z}) = T_{S1}(1 + \theta \tilde{z}^n). \quad (31)$$

Будем считать, что параметр θ достаточно мал, чтобы можно было использовать следующее разложение в ряд Тэйлора:

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_0}{T_{S1}}\right)^\alpha &= (1 + \theta \tilde{z}^n)^\alpha = \\ &= 1 + \alpha \theta \tilde{z}^n + \frac{1}{2} \alpha(\alpha - 1) \theta^2 \tilde{z}^{2n}. \end{aligned} \quad (32)$$

Подставляя (32) в (16), получим после некоторых преобразований следующее выражение для местного паросодержания:

$$\varphi(\tilde{z}) = (\beta - \alpha) \left(\theta \tilde{z}^n + \frac{1}{2} (\alpha - 1) \theta^2 \tilde{z}^{2n} \right). \quad (33)$$

Общая удельная масса пара определится тогда, в соответствии с формулой (19), выражением:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_V &= \rho_L h_0 \int_0^1 \varphi d\tilde{z} = \\ &= \rho_L h_0 (\beta - \alpha) \theta \left(\frac{1}{n+1} + \frac{(\alpha - 1)}{2(2n+1)} \theta \right). \end{aligned} \quad (34)$$

Из (34) вытекает следующая формула для массовой доли пара во всем вскипающем слое:

$$\begin{aligned} \varphi_n &= (\beta - \alpha) \theta \left(\frac{1}{n+1} + \frac{(\alpha - 1)}{2(2n+1)} \theta \right) = (1 - \gamma) f, \\ f &= -\alpha \theta \left(\frac{1}{n+1} + \frac{(\alpha - 1)}{2(2n+1)} \theta \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Отметим, что в случае линейного профиля температуры ($n=1$) формула (35) совпадает с формулой (28). Сравнение зависимостей относительного вспухания прогретого слоя от формы профиля температуры в неоднородно прогретом слое иллюстрирует рис. 4.

Как видно из проведенных расчетов, при любых конечных температурах поверхности парожидкостной смеси наибольшее вспухание реализуется для меньшего показателя степени в соотношении (31), определяющем форму профиля температуры в перегретом слое жидкости. Относительное вспухание топлива для квадратичного профиля температуры по результатам расчетов оказалось в два раза меньше, чем для профиля с показателем степени 0.5.

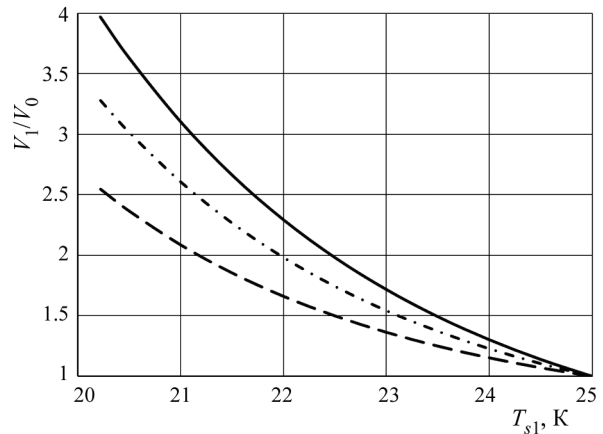


Рис. 4. Зависимость относительного вспухания прогретого слоя топлива от конечной температуры поверхности при различных формах профиля температуры для фиксированной начальной температуры верхнего слоя $T_{S0} = 25$ К: --- $n = 2$; - . - . - $n = 1$; — $n = 0.5$

Рассмотрим тонкий слой жидкости с массой dM , занимающий перед дренажом пространство между плоскостями z и $z + dz$. На момент окончания дренажа данная масса вещества, но уже в виде двухфазной смеси будет занимать объем dV_1 между плоскостями y и $y + dy$ (см. рис. 2). Тогда по аналогии с формулой (29) можно записать:

$$dV_1 = S dy = \frac{dm_V}{\rho_{V1}} + \frac{dm_L}{\rho_L} = \frac{dm_V}{\rho_{V1}} + \frac{dM - dm_V}{\rho_L}. \quad (36)$$

Используя теперь соотношения

$$\frac{dm_V}{dM} = \varphi(\tilde{z}), \quad dM = \rho_L S dz, \quad (37)$$

из формулы (36) можно получить

$$dy = \left[1 + \varphi \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right) \right] dz. \quad (38)$$

Интегрируя уравнение (38) с использованием формулы (33), получим:

$$\begin{aligned} \frac{y}{h_0} &= 1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right) (\beta - \alpha) \times \\ &\times \left(\frac{\theta \tilde{z}^{n+1}}{n+1} + \frac{(\alpha - 1)}{2(2n+1)} \theta^2 \tilde{z}^{2n+1} \right). \end{aligned} \quad (39)$$

Поскольку $y = h_1$ при $\tilde{z} = 1$, из (39) вытекает следующее выражение для толщины вскипевшего слоя после дренажа:

$$\begin{aligned} \frac{h_1}{h_0} &= 1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right) (\beta - \alpha) \left(\frac{\theta}{n+1} + \frac{(\alpha - 1)}{2(2n+1)} \theta^2 \right) = \\ &= 1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right) (1 - \gamma) f. \end{aligned} \quad (40)$$

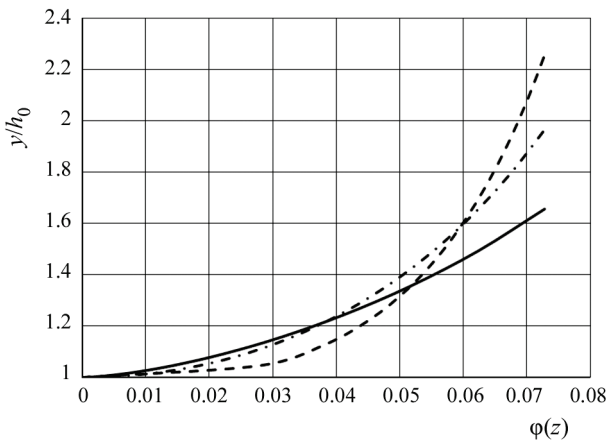


Рис. 5. Распределение паросодержания по относительной высоте прогреваемого слоя при различных формах профиля температуры: — $n = 2$; - - - $n = 1$; - . . - $n = 0.5$

Здесь f вычисляется по формуле (35). Отметим, что в случае линейного профиля температуры ($n = 1$) выражение (40) совпадает с полученной выше формулой (30), если в ней используется выражение (28).

Формула (39) выражает y как функцию \tilde{z} . С другой стороны, формула (33) выражает местное паросодержание ϕ как функцию \tilde{z} . Поэтому в комплексе данные формулы дают параметрическое представление зависимости $\phi(y)$. Пример расчета распределения паросодержания по высоте при различных профилях температуры в прогреваемом слое и фиксированной конечной температуре поверхности парожидкостной смеси $T_{S1} = 20.22$ К приведен на рис. 5. Как видно из проведенных расчетов, паросодержание существенно уменьшается по мере отдаления от поверхности дренируемого объема и повышения показателя степени в соотношении (31), определяющем форму профиля температуры в неоднородно прогреваемом слое.

Задача о вспухании во всем объеме бака

До сих пор неявно предполагалось, что в процессе дренажа температура межфазной поверхности понижается до температуры T_{S1} , которая больше температуры основной массы жидкости T_B . В этом случае процесс парообразования происходит только в верхнем неоднородно прогреваемом слое и не затрагивает основную массу жидкости, однородно прогретую до температуры T_B (см. рис. 1). Рассмотрим теперь случай, когда $T_{S1} < T_B$. Обозначим массу пара,

образовавшегося в основном объеме жидкости, через m_{BV} . Поскольку перед началом дренажа жидкость в этой части бака была прогрета однородно, то для паросодержания ϕ_B в этой области можно использовать формулу (14), что с учетом начального нулевого паросодержания дает:

$$\phi_B = (1 - \gamma) \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_{S1}} \right)^\alpha \right]. \quad (41)$$

Далее

$$m_{BV} = \phi_B M_B, \quad (42)$$

$$V_{B1} = \frac{m_{BV}}{\rho_{V1}} + \frac{M_B - m_{BV}}{\rho_L}. \quad (43)$$

Здесь $M_B = \rho_L V_{B0}$ – масса жидкости в основном объеме, $V_{B0} = SH_0$ – объем основной массы жидкости, $V_{B1} = SH_1$ – объем двухфазной смеси, образовавшейся из основной массы жидкости в результате дренажа. Из приведенных выше формул после несложных преобразований можно получить выражение, характеризующее «вспухание» в основном объеме жидкости:

$$\frac{V_{B1}}{V_{B0}} = \frac{H_1}{H_0} = 1 + (1 - \gamma) \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_{S1}} \right)^\alpha \right] \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right). \quad (44)$$

Вспухание в неоднородно прогреваемом слое топлива при $T_{S1} \geq T_B$ было рассмотрено в предыдущих разделах. При достижении в результате дренажа неоднородно прогретым слоем температуры T_B согласно рассматриваемой модели топливо в данном объеме будет представлять собой однородно прогретую парожидкостную смесь с паросодержанием ϕ_{hB} , задаваемым из соотношения (25) следующим образом:

$$\phi_{hB} = (1 - \gamma) \left(1 - \frac{(1 + \theta_B)^{\alpha+1} - 1}{\theta_B (\alpha + 1)} \right). \quad (45)$$

Рассмотрим случай, когда $T_{S1} < T_B$. Тогда для паросодержания в области с неоднородным распределением температуры на момент начала дренажа справедлива формула (14), где в качестве начального паросодержания берется величина ϕ_{hB} :

$$\phi_h = \phi_{hB} + (1 - \gamma - \phi_{hB}) \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_{S1}} \right)^\alpha \right]. \quad (46)$$

Введем относительную толщину прогреваемого слоя жидкости перед началом дренажа по следующей формуле:

$$\zeta = h_0 / (h_0 + H_0). \quad (47)$$

Определим также вспухание топлива во всем объеме бака как отношение начальной высоты уровня топлива в баке к конечной высоте парожидкостной смеси, образованной в результате дренажа:

$$\Delta = \frac{h_1 + H_1}{h_0 + H_0}. \quad (48)$$

Тогда с учетом (44), (47) и (48) можно получить следующее соотношение, связывающее вспухание в баке и паросодержания в основном объеме и неоднородно нагретой на момент начала дренажа области:

$$\Delta = 1 + (\zeta \varphi_h + (1 - \zeta) \varphi_B) \left(\frac{\rho_L}{\rho_{V1}} - 1 \right). \quad (49)$$

В случае, когда $T_{S1} > T_B$, паросодержание в основном объеме $\varphi_B = 0$, а паросодержание в неоднородно нагретом слое задается соотношением (25). В случае, когда $T_{S1} < T_B$, паросодержание в основном объеме рассчитывается по формуле (41), а паросодержание в верхнем слое определяется из (46).

На рис. 6 представлено изменение относительного вспухания топлива в баке Δ от конечной температуры на поверхности дренируемого объема жидкости при фиксированной температуре однородно нагретого объема T_B при различных значениях относительной толщины неоднородно прогретого слоя ζ . Как видно из приведенных результатов расчета, при понижении температуры ниже уровня однородно прогретого объема в баке наблюдается резкое увеличение темпов вспухания топлива. Даже для случая, когда неоднородно прогретый слой топлива занимает четверть всего объема жидкости на момент начала дренажа, понижение температуры до T_B дает в пять раз меньшее увеличение объема всего топлива, чем при дальнейшем понижении температуры до достижения давления в баке 1 атм.

Увеличение глубины неоднородно прогретого на момент начала дренажа слоя ζ также приводит к увеличению вспухания топлива. Однако влияние данного фактора на итоговое увеличение объема носит определяющий характер при $T_{S1} > T_B$. Расчеты показали, что в данном случае величина вспухания линейно растет с увеличением ζ , тогда как при понижении температуры T_{S1} ниже T_B дальнейший прирост объема за счет вспухания практически одинаков для любых ζ .

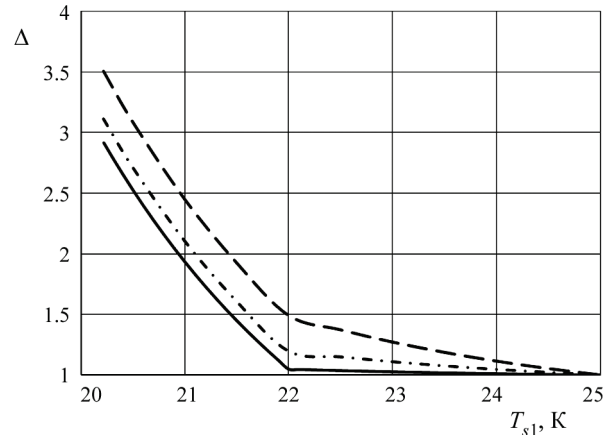


Рис. 6. Относительное вспухание топлива в баке при начальной температуре поверхности раздела $T_{S0} = 25$ К, температуре ядра жидкости $T_B = 22$ К, различных значениях конечной температуры верхнего слоя T_{S1} и различных значениях начальной относительной глубины прогретого слоя: — $\zeta = 0.05$; - - - $\zeta = 0.2$; - - - $\zeta = 0.5$

Заключение

Предложена физико-математическая модель теплофизических процессов, протекающих в баке с криогенной жидкостью при дренаже в условиях невесомости. Отличительной особенностью модели является учет пространственной неоднородности температурного поля в жидкости перед началом дренажа. Получены приближенные аналитические решения, описывающие основные характеристики процессов при начальных полях температуры, характерных для криогенных топливных баков космических аппаратов. На основе полученных общих результатов проведены расчеты для типичных случаев дренажа бака с жидким водородом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Van Dresar N.T., Lin C.S., Hasan M.M. Self-presurization of a flightweight liquid hydrogen tank: Effect of fill level at low wall heat flux // AIAA Paper 92 0818. 1992.
2. Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D. et al. Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space // Proc. Int. Aerospace Congress. Moscow. Russia. August 15–19. 1994. V. 1. P. 558–562.
3. Амирханян Н.В., Черкасов С.Г. Теоретический анализ и методика расчета теплофизических процессов, протекающих в криогенной емкости в режиме бездренажного хранения // ТВТ. 2001. Т. 39. № 4. С. 970–976.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. 584 с.
5. Черкасов С.Г. Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации // Известия РАН. МЖГ. 1994. № 5. С. 142–149.
6. Мышкис А.Д., Бабский В.Г., Жуков М.Ю. и др. Методы решения задач гидромеханики для условий невесомости. Киев: Наукова Думка, 1992. 592 с.

7. Вальциферов Ю.В., Полежаев В.И. Конвективный теплообмен в замкнутом осесимметричном сосуде с криволинейной образующей при наличии поверхности раздела фаз и фазовых переходов // Известия АН СССР. МЖГ. 1975. № 6. С. 126–134.
8. Полежаев В.И., Черкасов С.Г. Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Известия АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 148–157.
9. Черкасов С.Г. Естественная конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям // Известия АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 51–56.
10. Черкасов С.Г. Квазистационарный режим естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Известия АН СССР. МЖГ. 1986. № 1. С. 146–152.
11. Войтешонок В.С., Черкасов С.Г. Автомодельный режим тепловой стратификации при естественной конвекции в емкостях // Известия АН СССР. МЖГ. 1989. № 5. С. 19–24.
12. Полежаев В.И., Бунз А.В., Везуб Н.А. и др. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 272 с.
13. Черкасов С.Г., Миронов В.В., Миронова Н.А., Моисеева Л.А. Метод расчета скорости роста давления при бездренажном хранении жидкого водорода в емкостях // Известия РАН. Энергетика. 2012. № 4. С. 155–163.
14. Ананьев А.А., Миронов В.В., Моисеева Л.А., Черкасов С.Г. Анизотропное влияние естественной конвекции на температурное расслоение в емкости при наличии устойчивой температурной стратификации // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 96–106.
15. Черкасов С.Г., Ананьев А.В., Миронов В.В., Моисеева Л.А. Температурное расслоение в вертикальной цилиндрической емкости с турбулентным свободно-конвективным пограничным слоем // Известия РАН. Энергетика. 2016. № 4. С. 137–146.
16. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. 544 с.
17. Веркин Б.И., Кириченко Ю.А., Русанов К.В. Теплообмен при кипении криогенных жидкостей. Киев: Наукова Думка, 1987. 262 с.

Approximate analytical solution to the problem of cryogenic fuel volume increasing while tank drainage under microgravity conditions

S.G. Cherkasov, A.S. Vasyutichev, L.A. Moiseeva, A.O. Gorodnov

*SSC «Keldysh Research Center», Moscow, 12543, Russia
e-mail: lida.moiseeva@mail.ru*

The article tackles the problem of cryogenic fuel volume increasing while tank drainage under microgravity conditions using a simplified physical model. The presented model is based on equilibrium formulation for the volume of boiling fuel. The Clausius-Clapeyron relation is used to describe the temperature and pressure relation. The homogeneous, «thermodynamic» description is applied for vapor and liquid density. The ideal gas equation of state is used for the fuel vapor. Temperature description in the non-boiled region is more complex due to the micro-accelerations in the course of the spaceflight. This effect leads to natural convection in the fuel volume. The convective flows create fuel temperature stratification in the tank, especially in the near free surface layer. The author proposes a one-dimensional formulation to describe these temperature gradients. The model problem of the fuel rise in a cylindrical tank is being solved by application of the presented formulation for physical processes while drainage. Several analytical solutions to the fuel level and vapor concentration changing in variously heated layer near fuel free surface were obtained. These solutions are obtained for different initial temperature profiles in this overheated fuel layer. Further, the problem of the entire fuel volume including initially homogeneously heated core region and overheated near surface layer was solved analytically. Analysis of the analytical solutions being obtained revealed that the largest contribution to the fuel volume growth was being made by the homogeneously heated fuel core region boiling.

Keywords: cryogenic fuel, drainage, swelling, zero gravity.

REFERENCES

1. Van Dresar N.T., Lin C.S., Hasan M.M. *Selfpressurization of a flightweight liquid hydrogen tank: Effect of fill level at low wall heat flux.* AIAA Paper-92-0818, 1992.
2. Belyaev A.Yu., Ivanov A.V., Egorov S.D., Voytешонок V.S., Mironov V.M. Pathways to solve the problem of cryogenic rocket propellant long storage in space. *Proc. Int. Aerospace Congress. Moscow, Russia. August 15–19. 1994, vol. 1, pp. 558–562.*

3. **Amirkhanyan N.V., Cherkasov S.G.** Theoretical analysis and procedure for the calculation of thermophysical processes occurring in a cryogenic vessel under conditions of nonvented storage. *High Temperature*, 2001, vol. 39, no. 6, pp. 905–911. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1013103425192>
4. **Landau L.D., Lifshitz E.M.** *Fluid mechanics* (Course of theoretical physics; v. 6). Pergamon Press, 1987. 547 p.
5. **Cherkasov S.G.** Natural convection and temperature stratification in a cryogenic fuel tank in microgravity. *Fluid dynamics*, 1994, vol. 29, no. 5, pp. 710–716. <https://doi.org/10.1007/BF02030500>
6. **Myshkis A.D., Babskiy V.G., Zhukov M.Yu., et al.** *Metody resheniya zadach gidromekhaniki dlya uslovij nevesomosti* [Methods for solving problems of hydromechanics for zero gravity conditions]. Kiev: Naukova Dumka, 1992. 592 p. In Russ.
7. **Val'tsiferov Y.V., Polezhaev V.I.** Convective heat transfer in a closed axisymmetric vessel with curvilinear generatrix in the presence of phase boundaries and phase transitions. *Fluid dynamics*, 1975, vol. 10, no. 6, pp. 974–981. <https://doi.org/10.1007/BF01023277>
8. **Polezhaev V.I., Cherkasov S.G.** Unsteady thermal convection in a cylindrical vessel heated from the side. *Fluid Dynamics*, 1983, vol. 18, no. 4, pp. 620–629. <https://doi.org/10.1007/BF01090631>
9. **Cherkasov S.G.** Natural convection in a vertical cylindrical vessel with heat supplied to its side and free surfaces. *Fluid Dynamics*, 1984, vol. 19, no. 6, pp. 902–906. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01411577>
10. **Cherkasov S.G.** Quasisteady free convection regime in a vertical cylindrical vessel. *Fluid Dynamics*, 1986, vol. 21, no. 1, pp. 125–131. <https://doi.org/10.1007/BF01051112>
11. **Voiteshonok V.S., Cherkasov S.G.** Self-similar thermal stratification regime in vessels with natural convection. *Fluid Dynamics*, 1989, vol. 24, no. 5, pp. 670–674. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01051716>
12. **Polezhaev V.I., Bune A.V., Verezub N.A. et al.** *Matematicheskoe modelirovanie konvektivnogo teplomassoobmena na osnove uravnenij Nav'e-Stoksa* [Mathematical modeling of convective heat and mass transfer based on the Navier–Stokes equations]. Moscow: Nauka, 1987. 272 p. In Russ.
13. **Cherkasov S.G., Mironov V.V., Mironova N.A., Moiseeva L.A.** Metod rascheta skorosti rosta davleniya pri bezdrenaznom khranenii zhidkogo vodoroda v emkostyakh [Method of calculation of pressure velocity growth at nondrainage storage of liquid hydrogen in enclosures]. *Izvestiya RAN. Energetika – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2012, no. 4, pp.155–163. In Russ.
14. **Anan'ev A.V., Mironov V.V., Moiseeva D.A., Cherkasov S.G.** Anisotropic effect of natural convection on the temperature field in an enclosure in the presence of stable temperature stratification. *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, no. 5, pp. 681–690. <https://doi.org/10.1134/S0015462815050105>
15. **Cherkasov S.G., Ananyev A.V., Mironov V.V., Moiseeva L.A.** Temperaturnoe rassloenie v vertikal'noj tsilindricheskoj emkosti s turbulentnym svobodnokonvektivnym pogranchnym sloem [Temperature stratification in a vertical cylindrical enclosure with turbulent natural-convective boundary layer]. *Izvestiya RAN. Energetika – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2016, no. 4, pp. 137–146. In Russ.
16. **Bronshtein I.N., Semendyaev K.A.** *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov* [A guide to mathematics for engineers and students of technical colleges]. Moscow: Nauka, 1986. 544 p. In Russ.
17. **Verkin B.I., Kirichenko Yu.A., Rusanov K.V.** *Teploobmen pri kipenii kriogennykh zhidkostej* [Heat transfer during boiling of cryogenic liquids]. Kiev: Naukova Dumka, 1987. 262 p. In Russ.