

## Вольт-амперные характеристики цилиндрического зонда в поперечном потоке плотной слабоионизованной плазмы.

М.В. Котельников, С.Б. Гаранин

*Разработана математическая и численная модель обтекания цилиндрического зонда потоком плотной слабо ионизованной плазмы в магнитном поле. Получены вольт-амперные характеристики цилиндрических зондов, расположенных поперёк потока и угловые зависимости плотности тока по обводу цилиндра. Результаты численного моделирования могут быть использованы для зондовой диагностики плазменных потоков.*

Зондовая диагностика ламинарных потоков плотной слабоионизованной плазмы основывается на сравнении экспериментально полученных вольт-амперных характеристик (ВАХ) с теоретическими зависимостями, получаемыми методами математического моделирования.

В настоящей работе рассматривается бесконечно длинный зонд цилиндрической формы радиуса  $r_p$  и потенциала  $\varphi_p$ , помещенный в плотную слабоионизованную плазму. Направленная скорость потока предполагается перпендикулярной оси цилиндра, а индукция магнитного поля (если оно имеется) - параллельной этой оси (рис. 1).

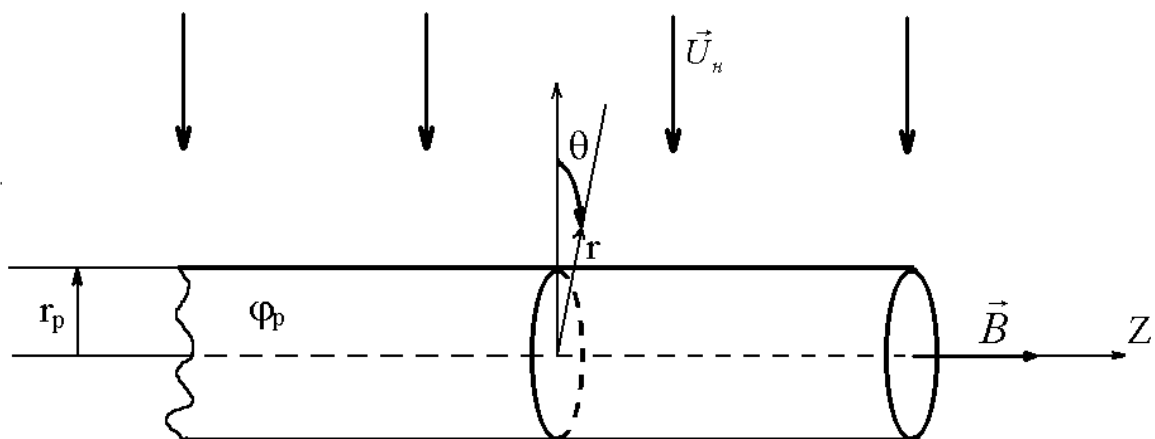


Рис. 1. Расположение зонда в потоке

Математическая модель задачи исследования процессов переноса вблизи зонда включает уравнения Эйлера для нейтральной компоненты, уравнения неразрывности и движения для электронов и ионов и уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля. В

предположении, что плазма имеет постоянные свойства, уравнение энергии для электронов заменялось условием  $\varepsilon = T_i/T_e = const$ . В представленной ниже математической модели учтены также следующие допущения:

- химические реакции заморожены;
- вязкостью пренебрегается;
- собственное магнитное поле много меньше внешнего.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div}(n_i \vec{u}_i) &= 0 \\
 \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}(n_e \vec{u}_e) &= 0 \\
 m_i \frac{d\vec{u}_i}{dt} &= -\frac{kT_i}{n_i} \vec{\nabla} n_i + Ze(\vec{E} + \vec{u}_i \times \vec{B}) - \mu_{ia} \nu_{ia} (\vec{u}_i - \vec{u}_a) \\
 \Delta \varphi &= e(n_e - Zn_i) / \varepsilon_0, \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \\
 m_e \frac{d\vec{u}_e}{dt} &= -\frac{kT_e}{n_e} \vec{\nabla} n_e - e(\vec{E} + \vec{u}_e \times \vec{B}) - \mu_{ea} \nu_{ea} (\vec{u}_e - \vec{u}_a) \\
 \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \text{div}(\rho_a \vec{u}_a) &= 0 \\
 \frac{\partial(\rho_a \vec{u}_a)}{\partial t} + \text{div}(\rho_a \vec{u}_a \vec{u}_a) &= -\vec{\nabla} P_a \\
 \frac{\partial(\rho_a E_a)}{\partial t} + \text{div}(\rho_a \vec{u}_a E_a) &= -\text{div}(\vec{u}_a P_a) \\
 P_a &= (E_a - u_a^2 / 2) \rho_a (\gamma - 1), \quad E_a = C_v T_a + u_a^2 / 2
 \end{aligned} \tag{1}$$

В приведенной системе уравнений  $n$ ,  $u$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  – концентрация, скорость, температура, плотность, давление, приведенная масса, частота столкновений, потенциал и напряженность электрического поля, индукция магнитного поля. Остальные обозначения общепринятые. Индексы  $i$ ,  $e$ ,  $a$  относятся к ионам, электронам и нейтральным частицам.

Если принять допущение о малости  $d\vec{u}_{i,e}/dt$ , что равнозначно допущению о малости времени между столкновениями по сравнению со временем изменения направленной скорости, то систему (1) можно преобразовать к виду [1]

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div}\left(\frac{n_i}{1 + \beta_i^2} (\vec{u}_a + \vec{a}_i + \beta_i (\vec{u}_a + \vec{a}_i) \times \vec{e})\right) &= 0 \\
 \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}\left(\frac{n_e}{1 + \beta_e^2} (\vec{u}_a + \vec{a}_e - \beta_e (\vec{u}_a + \vec{a}_e) \times \vec{e})\right) &= 0 \\
 \Delta \varphi &= e(n_e - Zn_i) / \varepsilon_0
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_a \bar{u}_a) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho_a \bar{u}_a)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_a \bar{u}_a \bar{u}_a) &= -\bar{\nabla} P_a \\ \frac{\partial (\rho_a E_a)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_a \bar{u}_a E_a) &= -\operatorname{div}(\bar{u}_a P_a) \\ \bar{a}_i &= -D_i \left( \frac{\bar{\nabla} n_i}{n_i} + \frac{Z_e}{kT_i} \bar{\nabla} \varphi \right), \quad \bar{a}_e = -D_e \left( \frac{\bar{\nabla} n_e}{n_e} - \frac{e}{kT_e} \bar{\nabla} \varphi \right) \end{aligned}$$

$$\beta_i = 2\omega_i / \nu_{ia}, \quad \beta_e = \omega_e / \nu_{ea}, \quad \bar{e} = \bar{B}/B, \quad D_i = \frac{kT_i}{\mu_{ia} \nu_{ia}}, \quad D_e = \frac{kT_e}{\mu_{ea} \nu_{ea}}$$

Математическая модель задачи кроме системы (2) включает также систему начальных и граничных условий. На границе втекания задавались параметры плазмы, на границе вытекания ставились условия свободного вытекания. Потенциал на удаленных границах полагался равным нулю, на зонде он считался постоянным. На стенке ставится условие непротекания для нейтральных частиц и условие идеальной каталитичности для заряженных компонент плазмы. Для достижения стационарного решения задачи использовался метод установления. В начальный момент задавались приближенные распределения скоростей, концентраций и потенциалов – стационарное решение близкой по параметрам задачи.

Благодаря условию слабой степени ионизации газодинамическая часть задачи решалась независимо с использованием алгоритма метода крупных частиц [2]. Полученные из неё поля скоростей и концентраций нейтральных частиц рассматривались как фон, на котором решалась электродинамическая часть задачи, включающая уравнения неразрывности и движения для ионов и электронов и уравнение Пуассона для потенциала электрического поля. Уравнения неразрывности решались методом крупных частиц, а уравнение Пуассона – с использованием спектральных методов [1].

Решение поставленной задачи зависит от следующих физических процессов: конвекции, диффузии и подвижности. Их совместное влияние определяет достаточно сложную картину обтекания заряженного цилиндра континуальной плазмой. Включение осевого магнитного поля ещё более усложняет задачу, вызывая дополнительные дрейфовые движения.

Учитывая многообразие различных нелинейных процессов, влияющих на процессы переноса вблизи заряженного цилиндра в данных условиях, решение задачи осуществлялось в несколько этапов, начиная с самого простого, когда направленная скорость и магнитное поле отсутствуют. На следующем этапе дополнительно учитывались скорость или магнитное поле, и только после этого учитывалось совместное влияние обоих факторов. Подробное исследование процессов переноса вблизи цилиндра в покоящейся плазме без магнитного поля проделано рядом авторов, обзор этих работ имеется в [3], [4]. Показано, что решение зависит от безразмерных параметров ( $r_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $D_0$ ,  $\varepsilon$ ),

где  $r_0$ ,  $\varphi_0$  – безразмерный радиус цилиндра и его потенциал,  $D_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2}$ ;  $\varepsilon = T_i / T_e$ .

Возмущенная зона включает в себя слой объемного заряда и квазинейтральную часть. Их размер растет с увеличением  $r_0$ ,  $|\varphi_0|$ ,  $\varepsilon^{-1}$ . Параметр  $D_0$  влияет лишь на величину электронного тока. В работах [3], [4] приведены распределения вдоль радиуса концентраций ионов и электронов, напряженности и потенциала электрического поля, вольт-амперные характеристики, геометрические размеры возмущенной зоны и слоя объемного заряда. Вычислительная модель, предложенная в данной работе, позволила получить результаты, которые при условии отсутствия направленной скорости плазмы и магнитного поля полностью совпали с данными более ранних работ, приведенных в [3], [4].

Влияние направленной скорости на процессы переноса электрического заряда вблизи заряженного цилиндра исследовалось в работе [5], однако движение нейтральной компоненты в этой работе описывалось модельными формулами для бесциркуляционного обтекания идеальной жидкостью. Эта модель не точно отражает влияние конвекции, особенно при больших числах Рейнольдса. Как показано в работе [6], При  $Re_s \geq 10^4$  неустойчивость потока к конечным возмущениям приводит к формированию вихревого следа – дорожки Кармана [6]. Это крупномасштабное вихревое течение обладает свойствами турбулентного потока и приводит к отличному от ламинарного случая току на тело. Направленная скорость нарушает симметрию задачи по угловой координате  $\theta$ . В лобовой части происходит накопление заряженных частиц, а в теневой части, наоборот, их концентрация уменьшается. Соответственно, формируется несимметричный слой объемного заряда, толщина которого растет с приближением  $\theta$  к значению  $\theta = \pi$ . В теневой области формируется характерный след, зависящий от параметров задачи.

На рис. 2 в качестве примера приведены распределения плотности ионного тока по обводу тела при достаточно высоком отрицательном потенциале зонда ( $\varphi_0 = \frac{e\varphi_p}{kT_i} = -45$ ) при двух значениях числа Маха  $M=0.05$  и  $M=0.6$ .

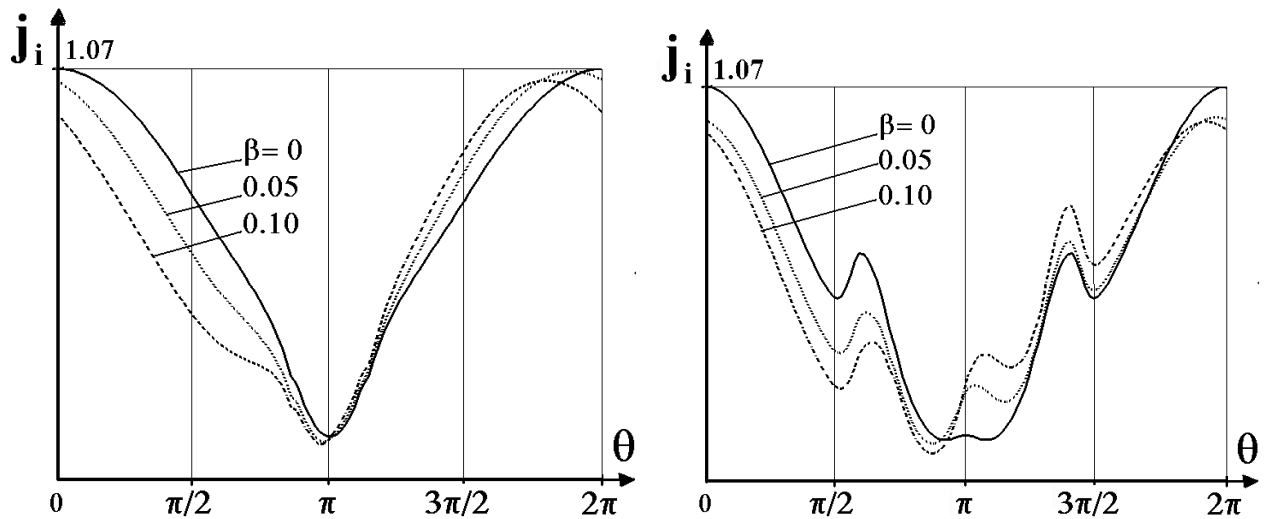


Рис. 2. Безразмерная плотность тока ионов по обводу цилиндра (  
 $r_0 = 10, Re_s = 25, M = 0.05, 0.6, \varphi_0 = -45$ )

В отсутствии магнитного поля при относительно небольших скоростях ( $M=0.05$ ) плотность тока в зависимости от угловой координаты  $\theta$  изменяется монотонно с максимумом в лобовой части и минимумом в теневой. При  $M=0.6$  монотонность распределения нарушается: появляется локальный максимум и минимум плотности тока на боковой стороне цилиндра, которые можно объяснить влиянием концевго эффекта [1]. Ещё один небольшой максимум возникает в теневой области при  $\theta \sim \pi$ . Он связан с вихревым движением нейтральной компоненты, увлекающей за собой ионы. Включение осевого магнитного поля при наличии потока плазмы ведёт к нарушению плоскости симметрии задачи по координате  $\theta$ . Это связано с тем, что в скрещенных полях  $E_0$  и  $B_z$  возникает дрейфовое движение, которое в области  $0 < \theta < \pi$  направлено по радиусу от зонда, а в области  $\pi < \theta < 2\pi$  - по радиусу к поверхности зонда. Поэтому плотность тока с одной стороны цилиндра оказывается больше, чем с другой. Кривая зависимости  $j_i(\theta)$  принимает при этом достаточно сложную асимметричную форму (рис. 2,  $\beta=0.05, 0.1$ ).

Для целей зондовой диагностики плазменных потоков могут использоваться как вольт-амперные характеристики цилиндрических зондов, расположенных поперёк потока, так и угловые зависимости плотности тока по обводу тела. Такие зависимости могут быть получены с помощью секционированных зондов. Идея использования таких зондов высказывалась рядом исследователей, в том числе и авторами настоящей работы [7]. На рис. 3 приведены ВАХ цилиндрических зондов в поперечном потоке плотной слабоионизованной плазмы. Характеристики получены в следующих диапазонах изменения характерных параметров задачи:

$$1 \leq r_0 \leq 10^2 \quad r_0 = r_p / r_D, \quad r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_i}{n_{i\infty} e^2}}$$

$1 \leq Re_s \leq 10^3$   $Re_s = \frac{r_p u_n}{D_i}$  - электрическое число Рейнольдса

$0 \leq M \leq 2$   $M = \frac{u}{u_{36}}$  - число Маха

Разработанная математическая и численная модель позволяют в случае необходимости расширить диапазон характерных параметров.

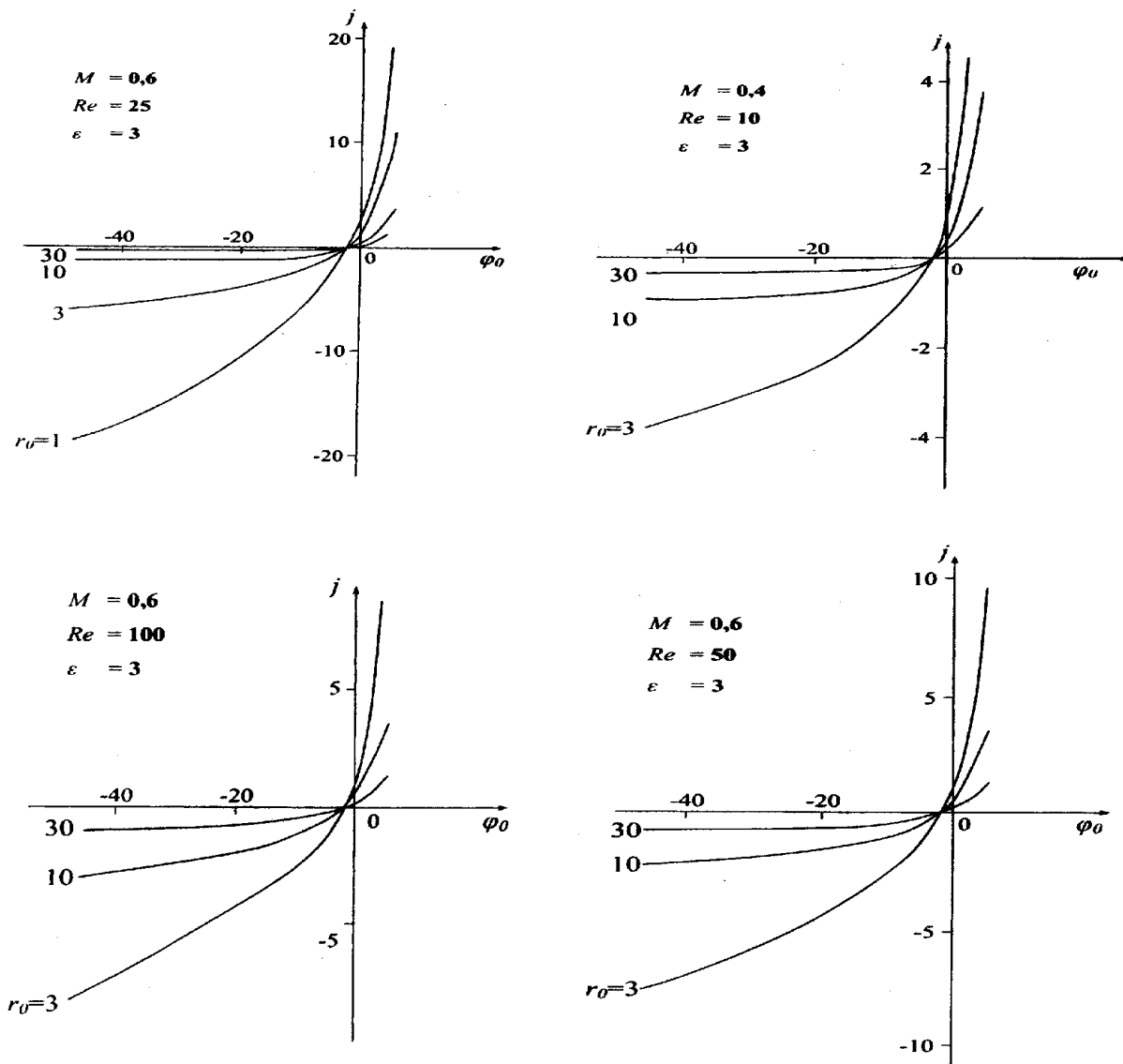


Рис. 3. ВАХ цилиндрических зондов в потоке плотной плазмы

## Список литературы

1. Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. М.: Наука, 2004г., 422с.
2. Давыдов Ю.М. Метод крупны частиц для задач газовой динамики. Дисс... канд. физ.-мат. наук. М.: 1970, 183с.
3. Чан П., Телбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. (Теория и применение) М.: Мир, 1978, 202с.
4. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988, 240с.
5. Котельников В.А., Гурина Т.А. // ИФЖ., 1987, т. 52, №5, с. 856
6. Котельников В.А., Ульданов С.В. // Мат. моделирование, 2000, т. 12, №7, с. 23-28
7. Котельников М.В. Математическое и физическое моделирование работы плоского электрического зонда – Дисс. канд. физ.-мат. наук, -М.:МАИ, 1997.

### ***Сведения об авторах***

*Котельников Михаил Вадимович, докторант кафедры прикладная физика Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н., доцент;*

*Телефон: 158-1970*

*Гаранин Сергей Борисович, аспирант кафедры прикладная физика Московского авиационного института (государственного технического университета).*