

## **Влияние конденсированной фазы на акустическую неустойчивость в энергетических установках на твердом топливе**

**Куроедов А.А.\* , Лаптев И.В.\*\* , Борисов Д.М.\*\*\***

*Унитарное предприятие «Исследовательский центр имени М.В.Келдыша»,*

*Онежская ул., 8, Москва, 125438, Россия*

*\*e-mail: [kaa8000@yandex.ru](mailto:kaa8000@yandex.ru)*

*\*\*e-mail: [igor\\_laptev@hotmail.ru](mailto:igor_laptev@hotmail.ru)*

*\*\*\*e-mail: [borisovdm62@mail.ru](mailto:borisovdm62@mail.ru)*

### **Аннотация**

В вычислительном эксперименте исследуется влияние частиц конденсированной фазы на распространение возмущения конечной амплитуды в канале переменного сечения с проницаемыми стенками. Рассматриваются твёрдые сферические частицы одинакового размера. Численно определяется коэффициент затухания для конденсированной фазы. Показано существование оптимального размера частиц, способствующего наилучшему демпфированию возмущения.

**Ключевые слова:** акустическая неустойчивость, двухфазный, коэффициент затухания, диссипация.

### **Введение**

Проблема неустойчивости рабочего процесса является одной из ключевых при проектировании энергетических установок на твердом топливе (ЭУТТ). Подобного рода процессы сопровождаются колебаниями давления продуктов сгорания в

различных направлениях с частотами от нескольких герц до нескольких десятков килогерц [1], [2]. Основным вопросом при исследовании устойчивости работы ЭУТТ является определение факторов, усиливающих и ослабляющих акустические колебания в камере сгорания установки (рис. 1) [3],[4] .

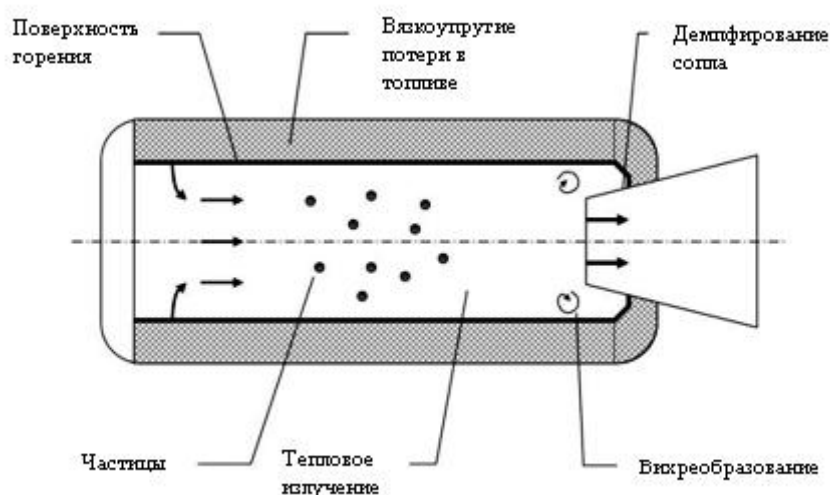


Рис. 1. Факторы, влияющие на устойчивость работы ЭУТТ

В случае потенциальной возможности перехода на неустойчивые режимы работы возникает задача разработки эффективных методов борьбы с акустической неустойчивостью.

Одним из методов борьбы с колебаниями давления является введение мелкодисперсного порошка в объём камеры сгорания. Наличие частиц порошка в потоке приводит к рассеянию акустической энергии и уменьшению амплитуды колебаний давления. В случае использования металлизированных твердых топлив такими частицами выступают капли конденсированной фазы, представляющие собой окислы металлов.

Как показано в [5], для возмущения частоты  $\omega$ , распространяющегося в потоке, существует оптимальный размер частиц, при котором диссипация энергии будет максимальной:

$$d_{ч.опт} = \sqrt{\frac{18\eta}{\omega\rho_ч}}, \quad (1)$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость несущей среды;  $\rho_ч$  – плотность вещества частиц.

Существование оптимального размера частиц связано с тем, что в зависимости от радиуса и частоты возмущения частица будет либо полностью увлекаться возмущенным потоком, либо будет возникать их относительное движение. В последнем случае диссипация энергии будет выше.

В данной работе предложена математическая модель, описывающая движение газа с частицами. Применение данной модели позволяет определять амплитуды и частоты пульсаций давления в потоке при заданном возмущении.

### **Постановка задачи**

Развитие пульсаций давления исследуем в осесимметричном канале переменного сечения, условно разделяемом на две области – область камеры сгорания и область соплового блока (рис. 2). В камере сгорания существует газоприход с поверхности горения топлива, который учитывается введением объемных источников массы, импульса и энергии в соответствующие уравнения.

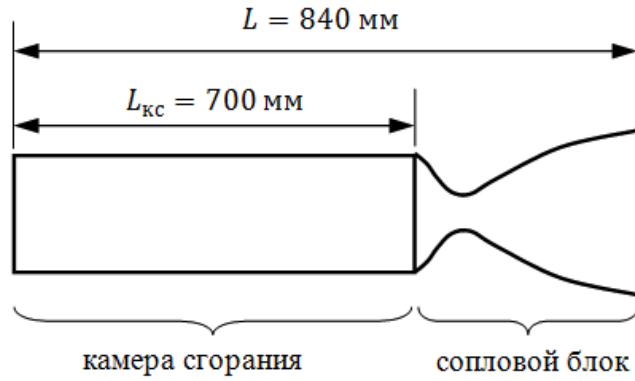


Рис. 2. Схема модельной установки

Будем рассматривать движение двухфазной среды как совместное течение газовой фазы и фиктивного газа частиц [6]. Предположим, что частицы представляют собой твердые недеформируемые сферы одинакового размера и массы. Плотность, температура и теплоемкость вещества частицы считаются постоянными по её объёму. Частицы взаимодействуют только с несущей газовой фазой. Столкновения частиц и их взаимодействие с элементами конструкции не учитывается. Взаимодействие фаз осуществляется только посредством передачи импульса и энергии. Процессы испарения конденсированной фазы не рассматриваются.

Сделанные предположения относительно движения и взаимодействия фаз справедливы, если выполнена следующая система неравенств:

$$\lambda \ll d_p \ll l_p \ll L, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – длина свободного пробега в несущей среде;  $d_q$  – диаметр частиц конденсированной фазы;  $l_q$  – расстояние между частицами;  $L$  – характерный размер задачи.

С учетом введенных допущений и предположений система уравнений, описывающих законы сохранения массы, импульса и энергии несущей газовой фазы имеет следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u F)}{\partial x} = G^m \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 F + p F)}{\partial x} - p \frac{\partial F}{\partial x} = G^p - n_s f_s F \quad (4)$$

$$\frac{\partial(F)}{\partial t} + \frac{\partial(u F + p u F)}{\partial x} = G^E - n_s f_s F u_s - n_s q_s F, \quad (5)$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$ ,  $\varepsilon = \rho \left( c_v T + \frac{u^2}{2} \right)$  – плотность, скорость, давление и полная энергия несущей фазы;  $T$  – температура продуктов сгорания;  $c$  – удельная теплоемкость несущей газовой фазы;  $F = F(x)$  – площадь канала;  $f_s$  – сила, действующая на отдельную частицу в потоке газа;  $q_s$  – тепловой поток от частицы к газу;  $n_q$  – концентрация частиц конденсированной фазы;  $G^m$ ,  $G^p$ ,  $G^E$  – величины, описывающие изменение массы, импульса и энергии несущей газовой фазы в камере сгорания за счёт притока массы с поверхности горения;  $z$  – массовая доля

частиц конденсированной фазы;  $\rho_m$  - плотность вещества твердого наполнителя;

$w(p) = ap^{\nu}$  - скорость выгорания твердого топлива;  $a, \nu$  - константы.

Аналогичные соотношения справедливы для фиктивного газа частиц:

$$\frac{\partial(\rho_s F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_s u_s F)}{\partial x} = G_s^m \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_s u_s F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_s u_s^2 F + p_s F)}{\partial x} - p_s \frac{\partial F}{\partial x} = G_s^p - n_s f_s F \quad (7)$$

$$\frac{\partial({}_s F)}{\partial t} + \frac{\partial({}_s u_s F + p_s u_s F)}{\partial x} = G_s^E - n_s f_s F u_s - n_s q_s F, \quad (8)$$

где  $\rho_s, u_s, p_s, \varepsilon_s = \rho_s \left( c_s T_s + \frac{u_s^2}{2} \right)$  - плотность, скорость, давление и полная

энергия газа частиц;  $T_s$  - температура газа частиц;  $c_s$  - удельная теплоёмкость газа

частиц;  $G_s^m, G_s^p, G_s^E$  - величины, описывающие изменение массы, импульса и

энергии фиктивного газа частиц в камере сгорания за счёт притока массы с поверхности сгорания.

Стоит отметить, что  $\rho$  и  $\rho_s$  не есть истинные плотности соответственно газообразной фазы  $\rho_2$  и вещества частиц  $\rho_6$ . В данном случае  $\rho$  и  $\rho_s$  - плотность газообразных продуктов сгорания и газа частиц, полностью занимающих некоторый

объём  $V$ . Воспользовавшись тем, что собственно частицы занимают конечный объём, получим связь между истинными и фиктивными плотностями [6]

$$\frac{\rho}{\rho_z} = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_v} \quad (9)$$

Для теплоемкостей  $c$  и  $c_s$  имеем следующее соотношение [6]:

$$c_{\text{смесь}} = (1 - z)c + zc_s, \quad (10)$$

где  $c_{\text{смеси}}$ , - удельная теплоёмкость газовой смеси.

Система уравнений (3) – (8) замыкается уравнениями состояния для несущей и

конденсированной фаз  $p = \rho RT$  и  $p_s = \rho_s R_s T_s$ , где  $R = \frac{R_{ун}}{\mu}$ ;  $R_s = \frac{R_{ун}}{\mu_s}$ ;  $\mu$ ,  $\mu_s$  -

молярные массы несущей газовой фазы и газа частиц,  $R_{ун} = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ .

Предположим, что продукты сгорания поступают в камеру с нулевой проекцией скорости на ось камеры. Исходя из этого, выражения для

$G^m, G_s^m, G^p, G_s^p, G^E, G_s^E$  примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
G^m &= \begin{cases} z\rho_m w(p)S_{\text{заряд}}, 0 \leq x \leq L_{\text{кс}} \\ 0, L_{\text{кс}} < x \leq L \end{cases} \\
G_s^m &= \begin{cases} (1-z)\rho_m w(p)S_{\text{заряд}}, 0 \leq x \leq L_{\text{кс}} \\ 0, L_{\text{кс}} < x \leq L \end{cases} \\
G_{\text{заряд}}^p &= 0 \\
G_{s \text{ заряд}}^p &= 0 \\
G^E &= G^m c_V T \\
G_s^E &= G_s^m c_s T_s
\end{aligned} \tag{11}$$

При движении твердой сферической частицы в сплошной среде на нее действуют следующие гидродинамические силы: стационарная сила Стокса, сила Бассэ-Буссинеска, сила Архимеда и сила присоединенных масс [6].

В реальной камере сгорания при исследовании первой моды продольных колебаний ( $\omega > 100 \text{ Гц}$ ) с учётом того, что диаметр частиц конденсированной фазы лежит в диапазоне  $10^{-6} \dots 10^{-5} \text{ м}$ , реализуется режим, при котором основной вклад в силовое взаимодействие между частицей и несущей средой вносит стационарная сила Стокса [7]:

$$\vec{f}_{st} = 3\pi d_p \eta (\vec{V} - \vec{V}_s) C_f, \tag{12}$$



где  $\vec{V}$ ,  $\vec{V}_s$  – скорости несущей среды и частиц газовой фазы соответственно;  $C_f$  – поправочный коэффициент для уточнения силы аэродинамического сопротивления [8].

Поток тепла  $q_s$  между частицей и несущей средой имеет вид [6]

$$q_s = 2\pi d_p \lambda (T - T_s) C_h, \quad (13)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности несущей фазы;  $C_h$  – поправочный коэффициент для уточнения межфазного теплового взаимодействия [8].

### Начальные и граничные условия

Причиной возникновения возмущений в камере сгорания могут служить различного рода неоднородности в потоке. Одним из примеров такой неоднородности является локальное изменение газоприхода с поверхности заряда, связанное с внезапным увеличением площади горения. Для моделирования генерации данного возмущения в области камеры сгорания (левая граница области) задается конечное по времени гармоническое возмущение давления:

$$p|_{x=0} = p + p_0 \sin(\omega t), \quad 0 \leq t \leq t_0, \quad (14)$$

где  $\langle p \rangle$  – среднее давление в камере сгорания;  $p_0, \omega$  – амплитуда и частота возмущения.

Условие непроницаемой стенки для газа частиц выглядит следующим образом:

$$\left. \frac{\partial \rho_s(t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (15)$$

Предположим, что стенки камеры сгорания являются теплонепроницаемыми. Тогда

$$\left. \frac{\partial T(t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (16)$$

Для скорости на левой границе ставиться условие непротекания:

$$u(t)|_{x=0} = 0, \quad u_s(t)|_{x=0} = 0 \quad (17)$$

На правой границе области, соответствующей выходному сечению соплового блока, ставятся следующие граничные условия:

$$\left. \frac{\partial u(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_s(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial T(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_s(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial p(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial p_s(t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (20)$$

В момент времени  $t=0$  камера сгорания и сопловой блок заполнены газообразными продуктами сгорания и фиктивным газом частиц, находящимися при нормальных условиях  $p(x,0) + p_s(x,0) = p_n, \frac{p}{p_s} = \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\mu_s}{\mu}, T(x,0) = T_s(x,0) = T_n,$   
 $u(x,0) = u_s(x,0) = 0.$

### Метод моделирования

Система уравнений (3) – (8), решается численно метод контрольных объёмов.

Для этого расчётная область покрывается равномерной сеткой с шагом  $\Delta x = \frac{L}{N}$ , где

$N$  – количество узлов сетки. Объем участка проточной части камеры сгорания  $V_i$ , соответствующий  $i$ -й ячейке, равен  $F_i \Delta x_i$ , где  $F_i$  – площадь канала в  $i$ -м сечении.

В общем случае за счёт выгорания заряда площадь канала  $F$  является функцией координаты и времени.

Аппроксимация системы уравнений (3) - (5) в каждой ячейке, имеет следующий вид:

$$(\rho_i^{k+1} - \rho_i^k) \frac{V_i}{\Delta t} + (\rho u F)_{i+1/2}^k - (\rho u F)_{i-1/2}^k = (G_{\text{заряд}}^m)_i^k \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (\rho u)_i^{k+1} - (\rho u)_i^k \right] \frac{V_i}{\Delta t} + \left[ (\rho u^2 F + p F)_{i+1/2}^k - (\rho u^2 F + p F)_{i-1/2}^k \right] - \\ & - p_i^k (F_{i+1/2}^k - F_{i-1/2}^k) = (G_{\text{заряд}}^p)_i^k - (n_u f_s)_i^k V_i \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (\rho u)_i^{k+1} - (\rho u)_i^k \right] \frac{V_i}{\Delta t} + \left[ (\rho u^2 F + p F)_{i+1/2}^k - (\rho u^2 F + p F)_{i-1/2}^k \right] - \\ & - p_i^k (F_{i+1/2}^k - F_{i-1/2}^k) = (G_{\text{заряд}}^p)_i^k - (n_u f_s)_i^k V_i \end{aligned} \quad (23)$$

Нижний индекс  $i$  обозначает величины функций, отнесенные к центру ячейки пространственного разбиения; нижние полуцелые индексы  $i-1/2$  и  $i+1/2$  обозначают величины функций, отнесенные соответственно к левой и правой границам  $i$ -й ячейки. Верхний целый индекс  $k$  обозначает номер шага по времени.

Значения функций на границе каждой ячейки вычисляются путем решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва на данной границе [9], [10].

Аналогичные соотношения справедливы для фиктивного газа частиц.

Площадь горячей поверхности заряда в  $i$ -ой ячейке в выражениях для газоприхода (11) вычислялась по формуле:

$$(S_{\text{заряд}})_i = l_i \Delta x_i, \quad (24)$$

где  $l_i$  – периметр свода заряда твердого топлива, образующего канал течения. Для расчета выгорания поверхностей сложной формы может быть использована методика, предложенная в [11].

### Результаты моделирования и их анализ

Изучение влияния частиц конденсированной фазы проводилось на примере модельной установки (рис. 3). Первая и вторая моды продольных колебаний давления такой камеры сгорания имеют частоты  $\nu_1 = 690 \text{ Гц}$  и  $\nu_2 = 1380 \text{ Гц}$ .

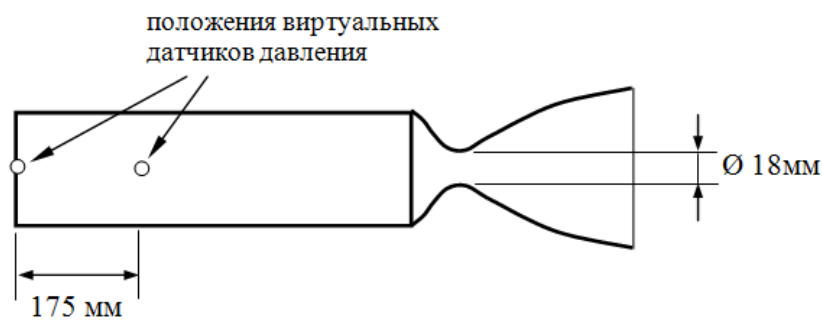


Рис. 3. Схема измерений

Для несущей фазы принимались следующие значения основных

теплофизических параметров:  $\mu = 0,0235 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $k = 1,224$ ,  $\lambda = 0.262 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ ,

$\eta = 8,905 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , где  $k$  – показатель адиабаты.

Свойства фиктивного газа частиц задавались следующими

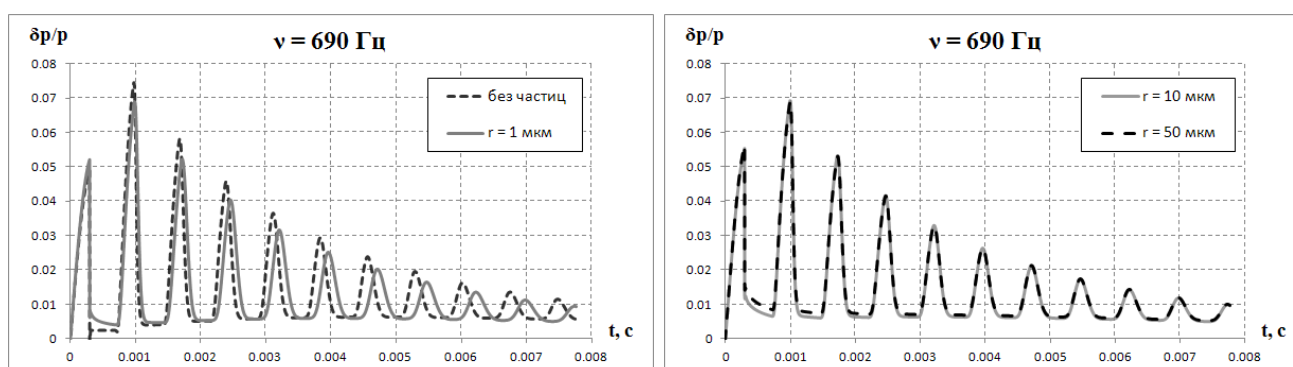
значениями:  $\mu_s = 0,102 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $z = 0,0775$ ,  $\rho_s = 3600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , где  $\rho_s$  - истинная

плотность вещества частиц. Константы в законе горения:  $a = 0.01 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ ,  $\nu = 0.3$ .

В процессе расчетов были получены зависимости относительного отклонения

давления в камере сгорания  $\frac{\delta p}{p} = \frac{p - p_0}{p_0}$  от диаметра частиц конденсированной

фазы (рис. 4, рис. 5).



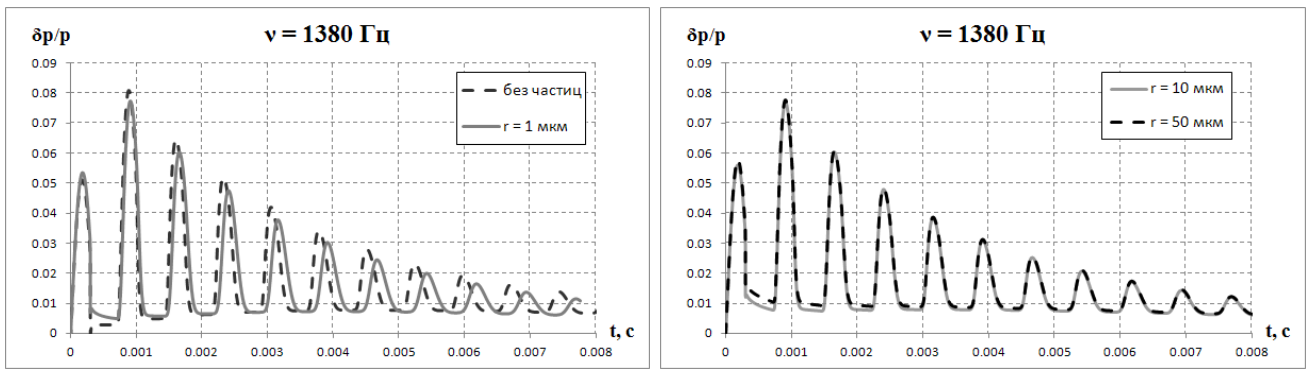
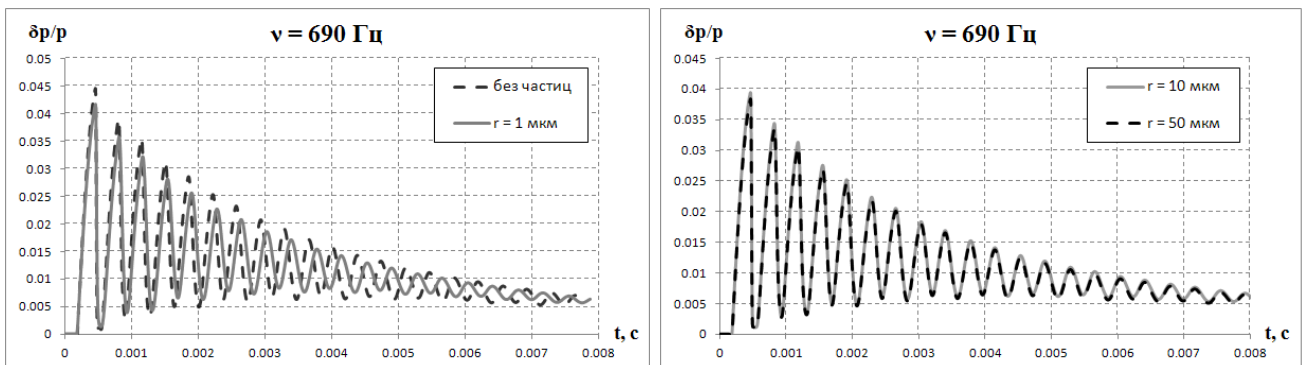


Рис. 4. Зависимость относительного отклонения давления от времени ( $x = 0$  мм – переднее днище)



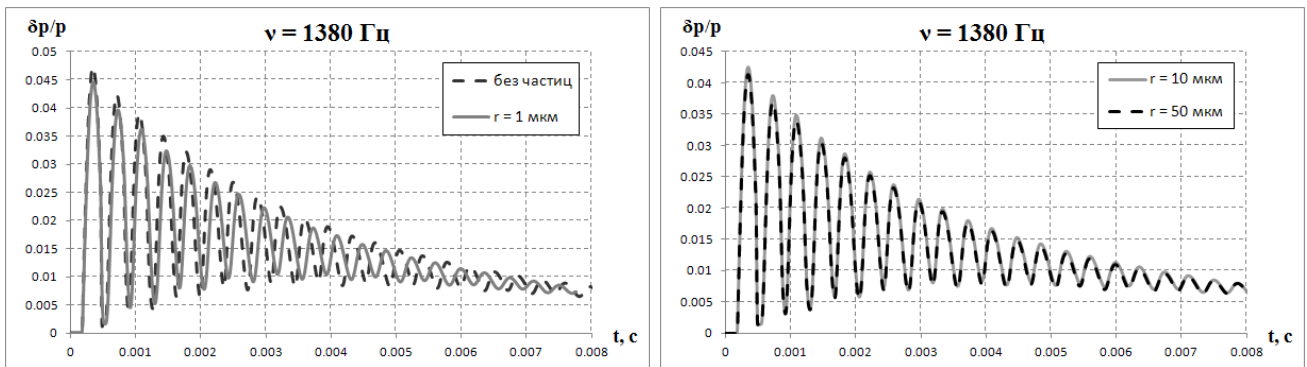


Рис. 5. Зависимость относительного отклонения давления от времени ( $x = 175$  мм –  $1/4$  длины камеры)

Как видно из рис. 4 и рис. 5 , происходит затухание колебаний давления в камере сгорания, обусловленное истечением продуктов сгорания из соплового блока и потерями на частицах. При этом падение амплитуды возмущений давления, вызванное потерями на частицах, составляет в среднем  $1,8...4,5\%$  за период от начального возмущения давления в камере сгорания, тогда как потери, вызванные истечением продуктов сгорания через сопло, составляют  $10...14,4\%$  .

Для выявления зависимости потерь акустической энергии от диаметра частиц конденсированной фазы рассмотрим, как ведет себя коэффициент затухания пульсаций давления. Зависимость отклонения давления  $\delta p$  от времени имеет вид:

$$\delta p = (\delta p)_0 e^{-\beta t}, \quad (25)$$



где  $\beta$  – коэффициент затухания. В предположении аддитивности  $\beta$  его можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\beta = \beta_{\text{сопло}} + \beta_{\text{ч}}, \quad (26)$$

где  $\beta_{\text{сопло}}$ ,  $\beta_{\text{ч}}$  – коэффициенты затухания, обусловленные стоком продуктов сгорания через сопло и присутствием частиц в потоке соответственно.

Согласно расчётам коэффициент затухания колебаний давления  $\beta_{\text{сопло}}$ , для первой и второй моды колебаний составляет соответственно  $302,85 \frac{1}{\text{с}}$  и  $329,61 \frac{1}{\text{с}}$ .

Изменение коэффициента затухания  $\beta_{\text{ч}}$  в зависимости от размера частиц представлено на рис. 6.

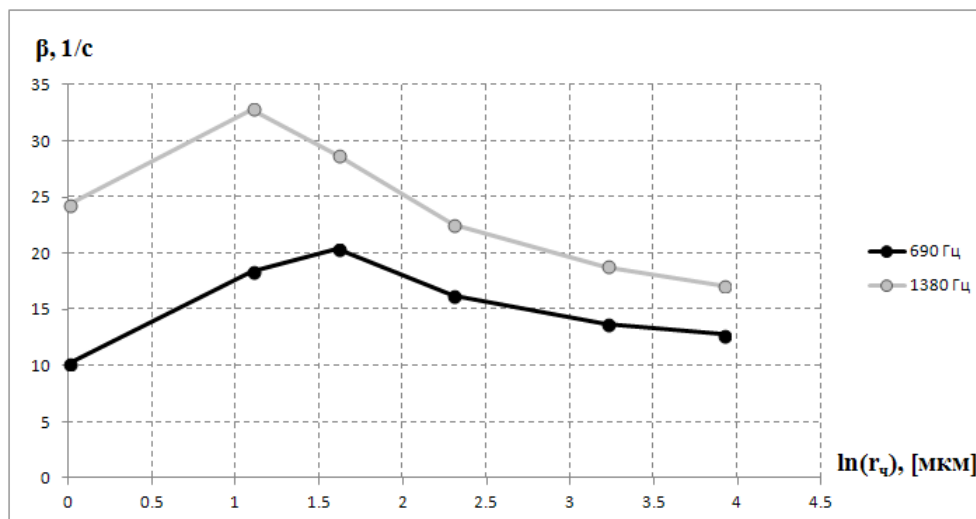


Рис. 6. Зависимость коэффициента затухания от радиуса частиц

Как видно из рис. 6 коэффициент затухания  $\beta_{\text{ч}}$  имеет максимум при  $r_{\text{ч}}^{\text{max}} = 5 \text{ мкм}$  для возмущения давления с частотой  $\nu = 690 \text{ Гц}$  и максимум при  $r_{\text{ч}}^{\text{max}} = 3 \text{ мкм}$  для частоты  $\nu = 1380 \text{ Гц}$ . Полученные экстремумы находятся в соответствии с теоретическими значениями оптимального радиуса частиц [5]. Так оптимальный радиус частиц для первой и второй моды колебаний равен соответственно  $5,06 \text{ мкм}$  и  $3,58 \text{ мкм}$ .

### Выводы

Предложенная математическая модель позволяет определить влияние конденсированной фазы на распространение произвольного возмущения давления в модельной ЭУТТ.

Установлено, что для модельной камеры сгорания наличие частиц приводит к понижению амплитуды колебаний давления на  $1,8 \dots 4,5\%$  за период от начального возмущения давления в камере сгорания. Наибольшее затухание колебаний давления наблюдается на частицах радиусом  $5 \text{ мкм}$  для первой моды колебаний и  $3 \text{ мкм}$  для второй моды. Полученные значения размеров частиц согласуются с теоретическими. Данные результаты могут быть полезны при создании металлизированных рецептур твердого топлива энергетических установок.

## Библиографический список

1. Blomshield F.S. Historical perspective of combustion instability in motors: case studies / F.S.Blomshield // 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit July 8-11, 2001. - Salt Lake City, Utah. - 2001. - P. 1-14.
2. Blomshield F.S. Lessons learned in solid rocket combustion instability / F.S. Blomshield // 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 8 - 11 July 2007. - Cincinnati, OH. - 2007. - P. 1-19.
3. Присняков В.Ф. Динамика ракетных двигателей твердого топлива. – М.: Машиностроение, 1984. – 248 с.
4. Кашина И.А., Сальников А.Ф. Методы определения собственных частот элементов системы ракетного двигателя твердого топлива // Труды МАИ, 2010, №65: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=35947>
5. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. – М.: Машиностроение, 1979. - 392 с.
6. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1 – М.: Наука, 1987. - 464 с.
7. Губайдуллин Д.А., Осипов П.П. Дрейф включений в акустических полях с учетом нестационарных сил:  
[http://www.imm.knc.ru/sb2011/Gubaidullin\\_Osipov.pdf](http://www.imm.knc.ru/sb2011/Gubaidullin_Osipov.pdf).
8. Carlson D.J. R.F. Hognlund Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA Journal. 1964. Vol. 2. №11. PP. 1980-1984.

9. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1992. - 424 с.
10. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 608 с.
11. Лаптев И.В. Семёнов П.А., Дегтярёв С.А. Автоматизация моделирования процесса выгорания заряда твердого топлива в системе Solidworks // Автоматизация. Современные технологии. 2016. №3. С.14-18.