УДК 536.2

Односторонний импульсный нагрев цилиндрической оболочки переменной толщины

Горюнов А.В.*, Молодожникова Р.Н., Прокофьев А.И.
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
**e-mail: msgor@mail.ru*

Аннотация

В работе исследуется температурное поле круговой цилиндрической оболочки переменной толщины. Между оболочкой и окружающей средой происходит конвективный теплообмен. Нагрев оболочки вызван воздействием лучистого теплового потока от бесконечно удаленного источника излучения. Для решения задачи использовано преобразование Лапласа по времени. Построены асимптотические зависимости, пригодные для расчетов температурных полей в конструкциях летательных аппаратов.

Ключевые слова: оболочка переменной толщины, температурное поле, конвективный теплообмен, лучистый тепловой поток, преобразование Лапласа, асимптотические решения, летательные аппараты.

Введение

В авиационной технике широкое применение находят тонкостенные оболочки. Поэтому при проектировании летательного аппарата (ЛА) [1,2] большой теоретический и практический интерес представляет разработка инженерных методик расчета таких элементов конструкций при различных режимах нагружения.

Постановка задачи.

Данная работа посвящена первому этапу решения несвязанной квазистатической задачи термоупругости для цилиндрической оболочки переменной толщины – изучению ее температурного поля при нагреве импульсным лучистым тепловым потоком от бесконечно удаленного источника излучения. Считается, что между оболочкой и окружающей средой происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона, плоско-параллельный импульсный тепловой поток падает на оболочку перпендикулярно ее оси вращения, температура окружающей среды в рассматриваемом интервале времени и температура оболочки в начальный момент равны нулю. Толщина оболочки плавно изменяется вдоль образующей вблизи торцов.

Методология решения.

Решение задачи проведем в два этапа: сначала исследуем температурное поле оболочки во время импульсного нагрева, а затем – после прекращения теплового импульса. Точное аналитическое решение сопряжено со значительными математическими трудностями. Поэтому остановимся на возможности принятия некоторых допущений, позволяющих существенно упростить анализ и получить зависимости, обеспечивающие достаточную для практических расчетов точность.

При кратковременном импульсном нагреве конвективный теплообмен не успевает существенно повлиять на функцию распределения температуры по оболочке и им можно пренебречь. Если к моменту окончания теплового импульса выполняется условие [3]

$$Fo_h = \frac{a^0 \tau_и^0}{(h^0)^2} > 10$$

(a^0 – коэффициент температуропроводности материала оболочки, $\tau_и^0$ – длительность теплового импульса, h^0 – толщина оболочки), то отношение перепада температуры по толщине оболочки к средней температуре стенки становится малой величиной и на первом этапе можно принять допущение о равномерном прогреве оболочки по толщине.

Влияние конвективного теплообмена на неравномерность температуры по толщине во время остывания оболочки после импульсного нагрева будет несущественным при [3]

$$Bi_h = \frac{\alpha^0 h^0}{\lambda^0} < 0{,}1$$

(α^0 – коэффициент теплоотдачи от оболочки в окружающую среду, λ^0 – коэффициент теплопроводности материала оболочки). Поэтому при решении задачи на втором этапе также возможно принятие допущения о постоянстве температуры по толщине стенки.

На основании вышеизложенного будем считать, что функция распределения температуры по оболочке зависит от угловой координаты φ на торцевом сечении и осевой координаты x^0. Примем, что φ = 0 на образующей, где лучистый тепловой поток падает перпендикулярно поверхности оболочки, а $x^0 = 0$ на торце.

Рассмотрим оболочку, толщина которой изменяется по закону

$$h = h_0 e^{-x},$$

где $h_0 = h^0|_{x=0}$, x = $\frac{x^0}{R}$, R – радиус срединной поверхности оболочки. Исследуем температурное поле конструкции после мгновенного импульсного нагрева без учета конвективного теплообмена. Безразмерная функция распределения температуры t по оболочке будет являться решением дифференциального уравнения теплопроводности [4, 5]

$$\frac{\partial t}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - \frac{\partial t}{\partial x}$$

при начальном $t|_{Fo=0} = e^x \cos\varphi \, \eta(\frac{\pi}{2} - \varphi)$

и граничных

$$\frac{\partial t}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial t}{\partial x}|_{x=x_1} = 0, \frac{\partial t}{\partial \varphi}|_{\varphi=0} = \frac{\partial t}{\partial \varphi}|_{\varphi=\pi} = 0$$

условиях.

Здесь введены обозначения:

$t = \frac{t^0}{t_m^0}$, Fo $= \frac{a^0\tau^0}{R^2}, \eta(\xi) = \{^{1,\xi>0,}_{0,\xi\leq 0},\ x_1 = x|_{x^0=l^0}, l^0$ – длина оболочки, τ^0 – время, $\eta(\xi)$ – функция Хевисайда, t^0 и t_m^0 –температура оболочки и ее максимальное значение в начальный момент времени.

Из результатов, представленных в [3, 6], следует, что при Fo $< 0{,}1$ процесс распространения тепла по окружной координате имеет несущественное значение. Операционным методом [4] с учетом указанных допущений построено асимптотическое решение задачи в изображениях

$$\mathrm{T} = \Big(\frac{1+\sqrt{1+4s}}{2s^2} \frac{\exp\left(\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)-\exp\left(\frac{1}{2}\right)}{\exp\left(\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)-\exp\left(-\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)} \exp\left(\frac{1-\sqrt{1+4s}}{2}\ x\right) + \frac{e^x}{2} +$$

$$+\frac{1-\sqrt{1+4s}}{2s^2} \frac{\exp\left(-\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)-\exp\left(\frac{1}{2}\right)}{\exp\left(-\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)-\exp\left(-\frac{\sqrt{1+4s}}{2}\right)} \exp\Big(\frac{1+\sqrt{1+4s}}{2}\ x\Big)\Big) \cos\varphi\, \eta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right),$$

где T(x,s) – изображение функции t(x,Fo), s – параметр преобразования Лапласа и принято $x_1 = 1$.

Этому выражению соответствует функция-оригинал

$$\mathrm{t} = e^x \cos\varphi\, \eta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \sqrt{\frac{Fo}{\pi}}\ e^{-\frac{Fo}{4}} \Big(e^{\frac{x}{2}} \Big(\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{(2n-x)^2}{4Fo}} + \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{(2n+x)^2}{4Fo}} \Big) -$$

$$-e^{\frac{1+x}{2}} \sum_{n=0}^{\infty}\Big(e^{-\frac{(2n+1-x)^2}{4Fo}} + e^{-\frac{(2n+1+x)^2}{4Fo}} \Big)\Big) \cos\varphi\, \eta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(1 + 2n - x +$$

$$+ \mathrm{Fo})\, e^n \Big(\mathrm{erfc}\Big(\frac{2n-x}{2\sqrt{Fo}} + \frac{\sqrt{Fo}}{2}\Big) \cos\varphi\, \eta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(2 + 2n - x + Fo)\, e^{n+1} \times$$

$$\times\, \mathrm{erfc}\Big(\frac{2n+1-x}{2\sqrt{Fo}} + \frac{\sqrt{Fo}}{2}\Big) \cos\varphi\, \eta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \frac{1}{2}\Big(\sum_{n=1}^{\infty} e^{x-n}\ erfc\Big(\frac{2n-x}{2\sqrt{Fo}} - \frac{\sqrt{Fo}}{2}\Big) - \frac{1}{2} \times$$

$\times\sum_{n=0}^{\infty} e^{x-n}$ erfc ($\frac{2n+1-x}{2\sqrt{Fo}}$ - $\frac{\sqrt{Fo}}{2}$)) cos φ η ($\frac{\pi}{2}$ - φ) - $\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}$((e^{n+x} erfc ($\frac{2n+x}{2\sqrt{Fo}}$ + $\frac{\sqrt{Fo}}{2}$) –

- e^{n+1+x} erfc ($\frac{2n+1+x}{2\sqrt{Fo}}$ + $\frac{\sqrt{Fo}}{2}$) – (1 – 2n – x + Fo) e^{-n} erfc ($\frac{2n+x}{2\sqrt{Fo}}$ - $\frac{\sqrt{Fo}}{2}$) + (Fo – 2n –

- x) e^{-n} erfc ($\frac{2n+1+x}{2\sqrt{Fo}}$ - $\frac{\sqrt{Fo}}{2}$)) cos φ η ($\frac{\pi}{2}$ - φ).

Проведенные по данной формуле расчеты показали, что на образующей φ = 0 при F_o=0,05 повышение температуры на торце x = 0 составляет примерно 15%, а ее понижение на торце x = 1 – около 25% от максимального значения. Следует отметить, что в действительности на левом торце будет происходить отток тепла в шпангоут, а на правом – приток тепла из оболочки постоянной толщины, в которую будет переходить данная оболочка. Поэтому погрешность будет составлять значительно меньшую величину. На других образующих влияние теплопроводности в срединной поверхности будет еще меньше. К уменьшению погрешности будет приводить и конвективный теплообмен между конструкцией и окружающей средой.

Выводы

На основании вышеизложенного и с учетом результатов приведенных в [3, 6], можно заключить, что при

$$Fo_{и} = \mathrm{Fo}|_{\tau=\tau_{и}} < 0{,}1 \text{ и } Bi^{*} = \frac{\alpha^{0} R^{2}}{\lambda^{0} h^{0}} > 10$$

в случае плавного изменения толщины оболочки влияние процесса теплопроводности в срединной поверхности становится малым и им можно пренебречь. Тогда асимптотическое решение задачи определения температурного поля конструкции во время действия импульсного лучистого теплового потока можно записать следующим образом:

$$t = \frac{\cos\varphi\,\eta(\frac{\pi}{2} - \varphi)}{h}\int_0^{Fo} q(\xi)d\xi,$$

Во время остывания конструкции после окончания импульсного нагрева асимптотическая формула для расчетов функции распределения температуры принимает вид:

$$t = \frac{\exp\left(-\frac{Fo^*}{h}\right)\cos\varphi\,\eta(\frac{\pi}{2} - \varphi)}{h}\int_0^{Fo_и} q(\xi).$$

В этих формулах введены обозначения

$$t = \frac{t^0\lambda^0}{R^2\,q_m^0}\ , Fo^* = Bi^*\ (\mathrm{Fo} - Fo_и),\ \mathrm{q(Fo)} = \frac{q^0(Fo)}{q_m^0},\ \mathrm{h} = \frac{h^0}{R}\ ,$$

$q^0(Fo)$ и q_m^0 - зависимость мощности лучистого теплового потока от безразмер-ного времени и ее максимальное значение соответственно.

В случае цилиндрической оболочки толщиной 10^{-3} м и радиусом 0,25 м, изготовленной из алюминиевого сплава АМг6 и находящейся на открытом воздухе, при длительности импульса 5 сек получаем следующие значения параметров:

$$Bi_h = 0{,}0002,\ Bi^* = 12{,}5,\ Fo_h\ 250,\ Fo_и = 0{,}01$$

Отсюда можно сделать вывод, что предложенные выше методики обеспечивают достаточную для практических расчетов точность при анализе температурных полей в тонкостенных элементах авиационных конструкций.

Библиографический список

1. Афанасьев П.П., Голубев И.С, Лавочкин С.Б., Новиков В.Н., Парафесь С.Г.,Пестов М.Д., Туркин И.К. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования – М.: МАИ, 2010. 654 с.

2. Туркин И.К. Проектирование тонкостенных конструкций ЛА, функционирующих в экстремальных условиях. – М.: МАИ, 2000. 304 с.

3. Горшков А.Г., Горюнов А.В. Импульсный нагрев подкрепленной цилиндрической оболочки. В сб.: Исследования по теории пластин и оболочек. Вып.24. Изд-во Казанского университета, 1992. С. 62 – 67.

4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967, 600 с.

5. Зино И.Е., Тропп Э.А. Асимптотические методы в задачах теории теплопроводности. – Л.: ЛГУ, 1978. 224 с.

6. Горюнов А.В., Клименко Б.М., Румянцев Б.П.. Самарин А.В. Теоретико-экспериментальное исследование температурных полей в тонкостенных конструкциях при неравномерном нагреве // Температурные задачи и устойчивость пластин и оболочек. - Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1988. С. 12–14.