

“УТВЕРЖДАЮ”

Врио директора Института проблем механики

им. А.Ю. Ишлинского РАН,

доктор физико-математических наук

Якуш С.Е.

09 2018 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Земскова Андрея Владимировича «Нестационарные механодиффузионные возмущения в многокомпонентных упругих средах с плоскими границами», представленную к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Диссертационная работа Земскова А.В. посвящена теоретическим исследованиям в области нестационарных проблем механики связанных полей, в частности, задач механодиффузии, и прикладным задачам расчета процессов механодиффузии в анизотропных упругих средах.

1. Актуальность темы. При исследовании нестационарных процессов в сплошных средах зачастую требуется учет различных взаимодействующих между собой полей (механических, тепловых, электрических, магнитных) с одновременно протекающими диффузионными процессами. Взаимодействие физических полей проявляется в виде электромагнитных волн, нагрева проводников, пьезоэффекта, термоэлектрических эффектов (явления Зеебека, Пельтье, Томпсона) и электрострикции, магнитоупругих эффектов и магнитоэлектричества, электродиффузии, термомеханодиффузии и т.д. Все эти эффекты достаточно хорошо изучены и широко применяются в технике.

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ

Вх. № 21-09 2018

Хорошо известно, что взаимная связанность физических полей может оказывать нежелательное воздействие на элементы конструкций, работающих в условиях многофакторных внешних воздействий. Поэтому, для более точного описания состояний таких систем и прогнозирования их поведения разумным представляется использование связанных моделей, учитывающих эффекты взаимного влияния механических полей и процессов. Таким образом, тематика, выбранная соискателем, представляет существенный теоретический и прикладной интерес. Все сказанное выше свидетельствует об **актуальности** данной диссертационной работы.

2. Структура работы и основное научное содержание разделов работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы (345 источников) и изложена на 248 страницах (включая 41 рисунок).

Во **введении** приводятся базовые сведения, касающиеся проблем, исследуемых в диссертационной работе, сформулированы цели работы, указаны аргументы в пользу актуальности, практической значимости и научной новизны диссертационного исследования, обсуждается основное содержание по главам, а также даны квалификационные характеристики диссертации.

В **первой главе** приводится обзор и классификации литературных источников, посвященных моделям и методам механики связанных полей, в частности, моделям механодиффузии (раздел 1.1). Также анализируются модели, дополнительно учитывающие влияние температурных и электромагнитных полей. На основании выполненного обзора соискатель делает вывод о многообразии моделей и подходов к исследованию связанных физических эффектов различной природы и одновременно о недостаточной степени проработанности рассматриваемой предметной области в части моделирования и построения аналитических решений нестационарных задач механодиффузии. Далее в этой главе (раздел 1.2) построены линеаризованные уравнения термоэлектромагнитоупругости с учетом диффузии для многокомпонентных анизотропных сред в произвольной криволинейной

системе координат. Здесь автор применяет классические методы механики континуума и термодинамики локально равновесных непрерывных систем. К нестандартным аспектам моделирования следует отнести модель теплопроводности и массопереноса, характеризующиеся конечными скоростями процессов переноса массы и тепла. Выполнен переход (раздел 1.4) от общей анизотропной модели термоэлектромагнитомеханодиффузии к рассматриваемым в работе задачам упругой механодиффузии. Производится преобразование уравнений к физически безразмерной форме. Изложение ограничивается прямоугольной декартовой системой координат. В этом же разделе приводятся постановки одномерных, двумерных и трехмерных задач механодиффузии для многокомпонентных ортотропных сред. Обсуждаются операторная форма постановок начально-краевых задач и их классификация по типам граничных условий.

Во **второй главе** рассматриваются одномерные нестационарные задачи упругости с учетом диффузии для пространства, полупространства и слоя. Используется метод функций Грина (раздел 2.1). Решения получаются в форме свертков. Функции Грина для этих задач ищутся в виде разложений по собственным функциям упругодиффузионного оператора для нахождения которых решается соответствующая задача Штурма–Лиувилля (раздел 2.2). Затем (разделы 2.3-6) к исходной задаче применяется преобразование Лапласа по времени, экспоненциальное преобразование Фурье по пространственной координате (в задаче для пространства) или синус-, косинус-преобразование (в задачах для полупространства) или ряды Фурье (в задачах для слоя). В результате начально-краевая задача сводится к системам линейных алгебраических уравнений относительно трансформант искомым функций. Решения этих систем являются дробно-рациональными функциями параметра преобразования Лапласа. Алгоритм нахождения оригиналов по Лапласу в этом случае осуществляется аналитически с помощью вычетов и таблиц операционного исчисления. В разделе 2.7 даны расчетные примеры одномерных задач упругой механодиффузии. В частности, выполнено решение

задачи об упругой диффузии в слое и полупространстве на границах которых задаются нормальные перемещения или нормальные нагрузки и диффузионные потоки (согласно закону Фика, пропорциональные пространственному градиенту концентрации). Кроме того, автор излагает постановку и решение задачи механодиффузии для слоя, подвергнутого внешним объемным возмущениям. В каждом случае приводится графический материал: распределения перемещений и инкремента концентрации по толщине слоя.

В **третьей главе** рассматриваются двумерные задачи механодиффузии для ортотропных сред в декартовой системе координат. Раздел 3.1 посвящен вопросам постановок двумерных задач. Сформулированы ограничения на классы симметрии линейно упругой среды, позволяющие выполнить постановку двумерной задачи. Доказано, что ортотропия среды выступает как достаточное условие реализуемости двумерной постановки. Ортотропия среды оказывает решающее влияние на возможность представления решения в форме ряда Фурье. Здесь же выясняются ограничения (с. 102, 103) на определяющие постоянные, обеспечивающие положительную определенность упругого потенциала. Для решения сформулированных задач (разделы 3.2-4) снова используются интегральные преобразование Лапласа и Фурье, а также разложения в ряды по ортогональным системам синусов и косинусов. Одним из достоинств предложенного подхода выступает возможность эффективного обращения трансформант Лапласа, поскольку последние получаются в дробно-рациональной форме. Как и в случае одномерных задач, обратное преобразование Лапласа удается выполнить аналитически, привлекая теорию вычетов или таблицы интегральных преобразований. Определение вычетов связано с необходимостью вычисления корней полиномов, присутствующих в знаменателях дробно-рациональных функций, через которые представляются изображения неизвестных функций. Поэтому соискатель вынужден производить качественные оценки кратности и локализации корней указанных полиномов, а затем определять их численно средствами системы символьных вычислений Maple. Расчетные примеры сведены в раздел 3.5: решены задачи

механодиффузии для плоскости, полуплоскости и полосы при различных вариантах поверхностных и объемных нестационарных внешних возмущений и заданных на границах внешних диффузионных потоках.

В **четвертой главе** рассматриваются одномерные и двумерные задачи механодиффузии, решение которых невозможно получить с помощью разложений в ряды по собственным функциям или в форме антитрансформант интегрального преобразования Фурье. Для их решения соискателем разработан специальный алгоритм (см. раздел 4.1), основанный на построении соотношений между правыми частями граничных условий различных типов. Указанные соотношения представляют собой систему интегральных уравнений Вольтерра первого рода и позволяют свести задачу с произвольными граничными условиями к задачам, рассмотренным ранее в главах 2 и 3. Верификация алгоритма реализована предельными переходами к решениям известных задач теории упругости. Одним из преимуществ этого алгоритма является возможность оперирования с неинтегрируемыми особенностями, присущими некоторым функциям Грина, на построение которых в значительной степени опирается все диссертационное исследование. Технически оно сводится к многократным интегрированиям по частям (по временной переменной) упомянутой выше системы интегральных уравнений Вольтерра. Работоспособность алгоритма продемонстрирована в разделах 4.2, 4.3 на примерах двумерных и одномерных задач механодиффузии. Анализируется отклонение решений задач механодиффузии от решений соответствующих упругих задач.

В **пятой главе** рассматриваются (раздел 5.1) вопросы, связанные с предельным переходом от решений одномерных задач динамики, рассмотренных в главе 2, к решениям соответствующих статических задач. Оказывается, что этот переход разумно осуществить в пространстве изображений. В некоторых случаях такого рода пределы не существуют, что является проявлением неуравновешенности поверхностных возмущений. Выход из такой ситуации соискатель видит в замене граничных условий на

самоуравновешенные, что в конце концов позволяет вести речь о статических аналогах динамической механодиффузионной задачи. Далее, в разделе 5.2, предложен алгоритм асимптотического разделения переменных, позволяющий в случае слабой неравномерности поверхностных возмущений многомерную начально-краевую задачу свести к рекуррентной последовательности одномерных задач. Асимптотические методы в механике часто основываются на возможности определить малый физический или геометрический параметр, входящий в постановку задачи. В диссертационном исследовании соискателем был указан малый параметр, характеризующий неравномерность граничных возмущений, разложение в ряд по которому оказалось эффективным с точки зрения решения многомерных задач. Верификация алгоритма произведена сравнением полученных решений с точными решениями, найденными в главе 3. В качестве примеров построены (см. разделы 5.3, 5.4) решения двумерных и трехмерных задач механодиффузии.

В заключении приведены основные выводы работе.

Оценивая работу **в целом** следует сказать о том, что она по существу состоит в разработке методов аналитического решения связанных нестационарных задач механодиффузии для анизотропных упругих сред с прямолинейными и плоскими границами, опираясь на аппарат функций Грина и разложения в ряды и интегралы Фурье–Лапласа.

3. Научная новизна результатов исследования. Следует отметить, что поставленные в диссертационной работе связанные задачи упругой механодиффузии являются новыми и представляют существенный теоретический и прикладной интерес в плане учета связанности процессов деформации и диффузии в упругих анизотропных средах, т.е. их взаимное влияние друг на друга. Кроме того, работа является новым вкладом в развитие аналитических методов решения нестационарных задач механики связанных полей. Причем, предложенные методы могут быть применимы не только для описанного класса моделей, но и для любых задач, чья постановка включает в себя системы связанных уравнений гиперболического и параболического

аналитических типов. Несмотря на то, что моделирование механодиффузионных явлений имеет более чем полувековую историю, все рассмотренные в работе задачи для ортотропных многокомпонентных сред являются новыми. Стоит отметить, что соискателю удалось продемонстрировать сравнительную точность, эффективность и экономичность развитых им новых подходов.

4. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций. В основу диссертационного исследования соискателем была положена адекватная математическая модель связанной теории механодиффузии анизотропных тел. Автор диссертационной работы были тщательно изучены и проанализированы результаты других исследователей в области связанной теории механодиффузии. На основе проведенного анализа им были предложены такие методы решения задач, сформулированных в качестве цели исследования, которые лучше всего поддаются обоснованию с точки зрения теории уравнений в частных производных математической физики и обеспечивают эффективные устойчивые схемы расчетов.

Основные положения диссертации обосновываются с помощью проведенных в работе доказательств целого ряда теоретических утверждений, относящихся к проблеме аналитического и численно-аналитического вычисления антитрансформант Фурье–Лапласа по пространственным и временным переменным, которая является наиболее трудной частью метода интегральных преобразований. Для подтверждения теоретических положений и эффективности предложенного подхода автором выполнено решение ряда прикладных задач, проведено сравнение с доступными из литературы предельными случаями. То же самое можно сказать и в отношении известных решений, полученных ранее другими авторами.

5. Достоверность. Достоверность результатов диссертационной работы определяется систематическим использованием принципов и методов механики сплошных деформируемых сред, термодинамики локально равновесных процессов, метода интегральных преобразований математической физики, применением асимптотических методов, методов вычислительной математики.

В пользу достоверности свидетельствуют постоянное следование основополагающим принципам математического моделирования физических процессов, не вызывающим возражений теоретическим принципам, а также систематическое сведение полученных результатов к известным частным и предельным случаям.

6. Практическая значимость. Результаты диссертационной работы в части математического моделирования и методов решения соответствующих начально-краевых задач могут быть применены для исследования напряженно-деформированного состояния упругих сред и элементов конструкций, работающих в условиях нестационарных внешних воздействий с учетом протекающих в них явлений массопереноса.

7. Замечания.

1. Первая глава касается общей постановки связанной задачи термоэлектромагнитомеханодиффузии, т.е. соискатель пытается учесть в основных уравнениях комбинацию широкого спектра взаимно связанных и одновременно протекающих физических процессов в сплошной деформируемой среде (процессы транспорта тепла, переноса массы, термоэлектричество, пьезоэффект). В результате получается связанная система дифференциальных уравнений в частных производных (с. 32, 33), причем в произвольной криволинейной координатной системе. В дальнейшем такая общая постановка нигде не используется, а исследование ограничено связанными процессами деформации и переноса массы. По этой причине указанные теоретические рассуждения представляются избыточными. Можно было бы с самого начала ограничиться лишь уравнениями механодиффузии и упростить изложение первой главы без ущерба для понимания работы.
2. На протяжении всей работы можно видеть графики перемещений и инкремента концентрации, десятичный порядок которых может

достигать исчезающе малых величин 10^{-10} , 10^{-20} . Подобное положение дел можно наблюдать на рис. 2.1, 2.3, 2.6, 2.8, 2.11–2.16, 3.1, 3.2, 3.4, 3.5, 3.7–3.9, 3.12, 5.1–5.6. Так, величины для приращения концентрации достигают порядков 10^{-21} (рис. 3.9, 5.2), для перемещений — 10^{-16} (рис. 3.4). При этом временные промежутки достигают весьма больших значений 10^{15} (рис. 2.13). Если не оспаривать достоверность результатов расчета, то немедленно можно заключить, что вклад механодиффузионных процессов в исследуемом спектре внешних воздействий и определяющих постоянных исчезающе мал и не может быть уточнен даже в ходе точных экспериментов (10^{-7} м для перемещений интерференционными методами).

3. Отсутствуют общие качественные выводы о том, насколько существенное влияние оказывает перенос массы (диффузия) на напряженно-деформированное состояние рассматриваемых тел и, в связи с этим, насколько оправданным является использование связанной механодиффузионной модели.
4. Полученные решения, на наш взгляд, выглядели бы более компактными, если их представить в комплексной форме. Современные языки программирования и вычислительные системы, такие как Maple и пр., позволяют без проблем работать с комплексными числами.
5. *Все* работы по тематике диссертации выполнены соискателем в соавторстве (часто, в составе большого авторского коллектива). Поэтому возникает вопрос о личном вкладе соискателя в результаты, выносимые на защиту.

Следует также указать на то, что высказанные замечания не снижают научной ценности выполненной соискателем работы.

Диссертационная работа в процессе ее выполнения и в целом докладывалась в рамках научных семинаров, профильных конференций

(включая всероссийские и международные) и съездов. Исследования по тематике диссертации в разные годы были поддержаны грантами РФФИ. Основные результаты диссертации опубликованы в 43 работах, 14 из которых – в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК.

8. Заключение по диссертационной работе.

Диссертация А.В. Земскова, представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на достаточно высоком научном уровне. Полученные автором результаты представляются достоверными, выводы и заключения – в достаточной степени обоснованными. Основное содержание диссертации опубликовано в ведущих научных изданиях. Работа была апробирована на научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.04.

Диссертационная работа соответствует всем критериям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. В целом можно констатировать, что в работе А.В. Земскова разработаны теоретические положения и получены прикладные результаты, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области связанных начально-краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Учитывая изложенное выше, считаем, что А.В. Земсков заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Результаты диссертации докладывались соискателем на научно-исследовательском семинаре лаборатории моделирования в механике деформируемого твердого тела Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук. Настоящий отзыв рассмотрен и одобрен 10

сентября 2018 г. на заседании лаборатории моделирования в механике деформируемого твердого тела.

Ведущий научный сотрудник
лаборатории моделирования в механике
деформируемого твердого тела
ИПМех РАН, д.ф.-м.н., профессор



Радаев Ю.Н.

Адрес: 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1

Тел.: +7-965-425-07-25, +7-495-434-35-92

E-mail: radayev@ipmnet.ru, y.radayev@gmail.com

Подпись Радаева Юрия Николаевича заверяю

зав. кассы. С.А.С.
Сараева В.А.

Сведение о должностном лице,
заверяющем подпись

