

УДК 519.854.2

## **Многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов**

Подлипьян П. Е., Максимов Н. А.

### **Аннотация**

В данной статье рассмотрен один из подходов к решению задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов, для наблюдения за территориально распределенными точечными, линейными и площадными целями. Данный подход основан на представлении задачи планирования, как задачи транспортной маршрутизации с загрузкой и ее дальнейшей декомпозиции на подзадачи. На основании такого подхода разработан многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов.

### **Ключевые слова**

распределение целей; планирование полета; генетический алгоритм; задача транспортной маршрутизации; беспилотный летательный аппарат.

### **1. Введение**

Планирование маршрутов облета территориально распределенных целей – одна из первоначальных задач в системе наблюдения, в которой для осуществления наблюдения за целями используются беспилотные летательные аппараты (БЛА). Использование автоматизированного планирования маршрутов облета – залог эффективной работы всей системы.

Проблема планирования маршрутов облета БЛА актуальна для систем, использующих дистанционно пилотируемые и автоматические БЛА, совершающие одиночный или групповой полеты. Решение данной проблемы позволяет снизить время, затрачиваемое на составление оптимального летного задания для каждого БЛА.

Основной задачей для системы планирования, входящей в состав системы наблюдения, является создание летного задания для каждого БЛА, оптимального по определенному критерию с учетом внешних ограничений.

В данной статье рассматривается многофазный алгоритм, позволяющий на основе информации о целях и используемых БЛА построить оптимальный маршрут облета целей для каждого БЛА.

## **2. Задача планирования**

Задача планирования облета множеством БЛА множества целей ставится следующим образом.

*Имеется:*

- Количество БЛА и их значимые характеристики (координаты начального место положения, диапазон скоростей, дальность полета, угол обзора, минимальный радиус разворота);
- Количество целей и их значимые характеристики (цель наблюдения, заданная географическими координатами опорных точек и видом цели (точечная, линейная или площадная));

*Требуется:*

- Разработать критерий качества планирования облета множеством БЛА множества целей;
- Разработать способ планирования съемки множеством БЛА множества целей по разработанному критерию.

Такая постановка и возможные подходы к решению впервые были рассмотрены в [1].

Задача планирования облёта и съемки может быть сформулирована в терминах теории принятия решений, теории комбинаторная оптимизации, в частности, теории расписаний и других. При использовании любого формализма задача предполагает большую размерность пространства решений. Распределение целей между БЛА, последовательность облёта каждым БЛА подмножества целей, способ подлёта к каждой цели, способ её облёта - это все параметры, которые определяют огромное количество вариантов решений задачи планирования даже при учёте всех ограничений. В качестве критерия эффективности предлагается использовать нормированное время облета всех целей. Оптимизируемая функция эффективности дискретна и немонотонна в своей области определения и имеет большое количество локальных экстремумов. Другими словами, стоит задача оптимизации

дискретной функции в многомерном дискретном пространстве векторов решений с учётом многочисленных ограничений.

Исходная задача планирования декомпозируется на 3 подзадачи с целью значительного уменьшения размерности области определения.

- *Задача верхнего уровня* – задача назначения. В ней требуется распределить множество целей в группе БЛА. Это задача многопараметрической оптимизации дискретной функции в пространстве дискретных аргументов. Получение значения целевой функции предполагает решение задачи среднего уровня.
- *Задача среднего уровня* требует для каждого БЛА определить последовательность облёта назначенной ему на верхнем уровне группы целей. Эта задача сводится к задаче коммивояжёра.
- *Задача нижнего уровня* требуется найти оптимальный способ облёта цели одним БЛА.

Данную задачу можно представить, как модифицированную задачу транспортной маршрутизации с загрузкой (Capacitated Vehicle Routing Problem).

Пусть определен ненаправленный граф  $G = (V, E)$ , где множество вершин  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  – это множество целей, а  $E$  – множество ребер, каждой вершине поставлен в соответствие вес  $d_k, k = \overline{0, n}$ . Вершина с индексом 0 является базой с которой стартуют все БЛА представленные множеством  $Q = \{0, 1, \dots, m\}$  где каждый БЛА ограничение по весу маршрута  $R_l, l = \overline{0, m}$ . Каждое ребро  $E_{i,j}$  имеет не отрицательный вес  $c_{i,j} = c_{j,i}$ . Тогда необходимо определить множество маршрутов БЛА с минимальным общим весом  $W = \sum_0^m w_l$  таких чтобы: каждый маршрут начинался и заканчивался на «базе», а каждая цель посещалась лишь единожды, где  $w_l = \sum_0^{r+1} c_i + \sum_0^r d_i$  – суммарный вес маршрута каждого БЛА, в котором первое слагаемое отражает веса всех  $r + 1$  ребер в маршруте, а второе веса всех  $r$  вершин. Причем  $w_l \leq R_l$ .

Таким образом веса вершин  $d_k, k = \overline{0, n}$  отражают затраты на облет конкретной цели и получаются путем решения задачи нижнего уровня.

### 3. Многофазный алгоритм

При построении алгоритма решающего модифицированную задачу транспортной маршрутизации, в виде которой представлена задача планирования, используем

эвристический подход, основанный на декомпозиции приведенной выше. В соответствии с декомпозицией алгоритм будет иметь три фазы:

- *Первая фаза:* Решение задачи верхнего уровня, распределение множества целей между БЛА;
- *Вторая фаза:* решение задачи среднего уровня: построение оптимального маршрута облета БЛА своего множества целей;
- *Третья фаза:* решение задачи нижнего уровня, построение маршрута облета БЛА одной цели.

Задача верхнего уровня является вариантом задачи назначения. В ней требуется распределить множество целей в группе БЛА. Это задача многопараметрической оптимизации дискретной функции в пространстве дискретных аргументов. Получение значения целевой функции предполагает решение задачи среднего уровня. Трудоемкость получения значения целевой функции в задаче верхнего уровня высока, однако на практике необходимо получить именно удачное решение с некоторой доверительной вероятностью и интервалом, потому что строгий поиск приведет либо к потере актуальности самой задачи, либо к несоразмерным затратам вычислительных ресурсов.

В задаче среднего уровня требуется для каждого БЛА определить последовательность облёта назначенной ему на верхнем уровне группы целей. Эта задача сводится к задаче коммивояжера.

В задаче нижнего уровня требуется найти оптимальный способ облёта цели одним БЛА. Другими словами, для каждой цели осуществляется поиск аналитическими методами глобального экстремума функции критерия качества облёта.

#### **4. Распределение множества целей между БЛА**

Задача оптимального распределения множества целей в группе БЛА ставится следующим образом:

*Имеется:*

- Количество БЛА и их значимые характеристики (координаты начального место положения, диапазон скоростей, дальность полета, угол обзора, минимальный радиус разворота);
- Совокупность целей наблюдения, заданных географическими координатами объектов на карте местности, видом объектов наблюдения, каждая цель характеризуется трудоемкостью съемки, т.е. результатом решения задачи нижнего уровня;

- Критерий качества распределения совокупности целей, выраженный в итоговом времени облета всех целей. Итоговое время облета подмножества целей одним БЛА определяется путем решения задачи среднего уровня.

*Требуется:*

- Найти оптимальное по указанному критерию распределение подмножества целей в группе БЛА.

Задача распределения целей между БЛА является вариантом задачи назначения. Ее можно представить в виде двудольного графа (Рисунок 1), где с одной стороны представлены БЛА множеством  $Q = \{0, 1, \dots, m\}$ , а с другой цели множеством  $V = \{0, 1, \dots, n\}$ . Каждая цель имеет вес  $d_k, k = \overline{0, n}$ , полученный в результате решения задачи нижнего уровня, отражающий затраты на облет этой цели. Тогда набор ребер соединяющих попарно БЛА и некоторые из целей так, что каждой цели, кроме базы, поставлен в соответствие один БЛА, база соединена со всеми БЛА имеющими, по крайней мере, одну цель, будет представлять собой решение задачи верхнего уровня. Причем, веса ребер  $c_{i,j}$  отражают стоимость облета соответствующих целей, соответствующим БЛА. Таким образом, сумма  $w_i = \sum_0^{r+1} c_i + \sum_0^r d_i$  весов ребер соединяющих БЛА и его цели, плюс сумма весов самих целей – это затраты на облет группы целей данным БЛА. Тогда минимизировав сумму  $W = \sum_0^m w_i$ , отражающую затраты на облет группой БЛА всех целей, получим решение задачи верхнего уровня.

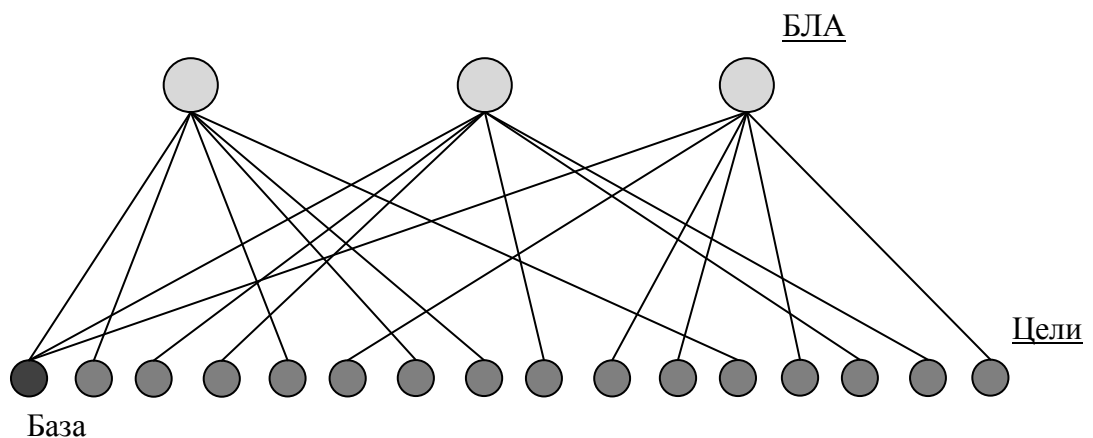


Рисунок 1 – Двудольный граф в задаче верхнего уровня

Особенности данной задачи заключаются в следующем:

- Веса ребер неизвестны, их можно получить, решив задачу среднего уровня;
- Веса ребер изменяются в зависимости от того, как распределены цели между БЛА.

Для решения данной задачи с учётом указанных выше особенностей было решено использовать генетический алгоритм.

## **5. Распределение множества целей между БЛА с использование генетического алгоритма**

Генетический алгоритм – это алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации путём последовательного подбора, комбинирования и вариации искомым параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию.

Основной структурой, которой манипулирует генетический алгоритм, является хромосома в общем виде это вектор в котором каждый компонент является символом из алфавита  $A$ . Предварительно сгенерированное множество таких строк называются популяцией. Популяций подвергается процессу репродукции, во время которого текущая популяция преобразуется в последующую и т.д. Это преобразование выполняется при помощи селекции, скрещивания и мутации.

Так моделируется эволюционный процесс, продолжающийся несколько жизненных циклов (поколений), пока не будет выполнен критерий остановки алгоритма. Таким критерием может быть:

- Заполнение популяции более чем на  $\alpha$  процентов одинаковыми хромосомами;
- Исчерпание числа поколений, отпущенных на эволюцию;
- Исчерпание времени, отпущенного на эволюцию.

Таким образом, этапы генетического алгоритма можно представить в виде блок-схемы представленной на рисунке 2.

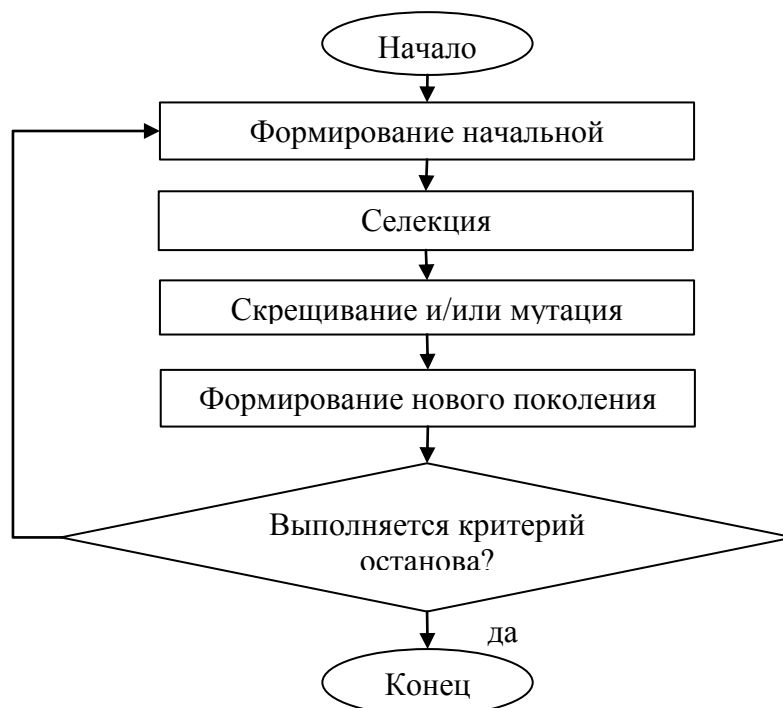


Рисунок 2 – Схема работы генетического алгоритма

## 6. Формализация задачи целей между БЛА для генетического алгоритма

Решение в генетическом алгоритме представляется в виде хромосомы, вектора состоящего из элементов алфавита  $A$ .

Пусть дана функция

$$g : \nu \rightarrow \mathbb{R},$$

и необходимо найти

$$\arg \min_{\nu \in \nu} g.$$

Необходимо закодировать решение в вектор  $x$ , каждый компонент которого принадлежит алфавиту  $A$ . Воспользуемся отображением

$$c : A^l \rightarrow \nu,$$

где,  $l$  – длина вектора, которая зависит от размерности как  $\nu$ , так и  $A$ . Такое отображение называют кодирующим, между исходным пространством решений  $\nu$  и пространством  $A^l$ , причем не все значения пространства  $A^l$  могут быть допустимыми, поэтому используется пространство допустимых решений  $\chi$  такое, что  $\chi \subseteq A^l$ .

Таким образом, задачу оптимизации можно записать как:

$$\arg \min_{x \in \chi} g(x)$$

где,

$$g(x) = g(c(x)).$$

Так же используется отображение

$$f : \chi \rightarrow \mathbb{R}^+,$$

называемое функцией приспособленности [2]. Алфавит для задачи верхнего уровня можно представить как множество положительных чисел  $A = \{0, 1, \dots, m\}$  соответствующих БЛА, а  $l = m + 1$  соответственно. Длина вектора  $x$  равна  $n + 1$  и каждый элемент вектора соответствует цели. Т.е. распределение БЛА по целям представлено в виде вектора (Рисунок 3) размерности  $n + 1$ , где  $n$  – число целей и каждый элемент вектора может принимать значения от 0 до  $m$ , где  $m$  – число БЛА. Таким образом, каждой цели ставится в соответствие лишь один БЛА, а же одному БЛА можно поставить в соответствие несколько целей. Очевидно, что такая запись решения учитывает лишь соответствие набора целей и БЛА, и не учитывает порядок, в котором БЛА их будет облетать.

Цели	0	1	2	...	n
БЛА	1	1	m-1	...	m

Рисунок 3 – Хромосома

Значения функции приспособленности  $f$  получаются путем решения задачи среднего уровня. Таким образом, для нашей задачи:

$$f = W = \sum_0^m w_l,$$

где  $w_l = \sum_0^{r+1} c_i + \sum_0^r d_i$  – суммарный вес маршрута каждого БЛА, в котором первое слагаемое отражает веса ребер в маршруте, а второе веса вершин.

## 7. Создание начальной популяции

Закодированные решения хранятся в множестве называемом популяцией.

Для создания начальной популяции необходимо определить размер популяции, а так же метод которым будут формироваться хромосомы. Слишком маленькая популяция может не позволить алгоритму эффективно исследовать пространство решений, а слишком большая ухудшит эффективность метода настолько, что не возможно будет получить решение за приемлемое время.

Необходимо сформировать популяцию минимального размера, которая позволит методу эффективно исследовать пространство решений. Для формирования такой популяции используем следующий принцип: каждая точка пространства решения должна быть получена алгоритмом из начальной популяции при помощи только скрещивания. Это



условие может быть удовлетворено, если будет присутствовать хотя бы один раз каждый из элементов алфавита в одинаковых элементах векторов, которые содержит популяция. Тогда вероятность того что данное условие будет удовлетворено для алфавита  $A$  с мощностью  $q$  можно записать так:

$$P = \left( \frac{q! S(M, q)}{q^M} \right)^L$$

где  $M$  – число векторов в популяции,  $L$  – длина вектора,  $q! S(M, q)$  – число возможных распределений (для каждого элемента вектора)  $q$  символов по  $M$  позициям так, что каждый символ используется хотя бы один раз, где  $S(M, q)$  – число Стирлинга второго рода,  $q^M$  – число возможных распределений без ограничений [3].

Число Стирлинга второго рода вычисляется по рекурсивному соотношению:

$$S(n, k) = S(n - 1, k - 1) + k \cdot S(n - 1, k), \quad \text{для } 0 < k < n;$$

$$S(n, n) = 1, \quad \text{для } n \geq 0;$$

$$S(n, 0) = 0, \quad \text{для } n > 0.$$

Таким образом, для получения эффективной начальной популяции необходимо найти число векторов в популяции  $M$  для которого  $P \geq \beta$ , и заполнить их случайно, с равной вероятностью элементами алфавита  $A$ .

## 8. Селекция

На этапе отбора необходимо выбрать из исходной популяции набор особей, из которых путем скрещивания будут получены новые решения. Существует ряд методов отбора особей :

- Турнирный отбор;
- Отбор методом рулетки;
- Ранжированный отбор.

Среди этих методов предлагается использовать метод нелинейного ранжированного отбора, так как приводит к меньшим потерям разнообразия в популяции среди прочих методов. В данном методе отбор осуществляется в случайном порядке на основе функции приспособленности  $f$ , чем меньше значение функции приспособленности, тем больше вероятность, что особь будет отобрана для скрещивания. В отсортированном по возрастанию списке особей позиция особи избранной для отбора определяется при помощи следующей обратной функции:

$$r^* = r^{\gamma}$$

где  $r$  – случайная величина, распределенная с равной плотностью вероятности на отрезке  $[0, 1]$ ,  $\gamma$  – степень обратной функции от которой зависит вероятность отбора особей, чем больше  $\gamma$ , тем больше вероятность отбора особей с меньшим значением функции приспособленности. Позиция отобранной особи вычисляется округлением произведения  $r^*$  и общего числа особей. Значение  $\gamma$  целесообразно брать чуть больше единицы для того чтобы сохранить разнообразие среди отобранных особей.

## 9. Скрещивание

Скрещивание – это операция, при которой из двух хромосом порождается одна или несколько новых хромосом. Существует ряд различных схем скрещивания, которые отличаются количеством точек кроссовера. В нашем случае предлагается использовать схему скрещивания с одной точкой кроссовера, одинаковой для обеих родителей.

Особь для скрещивания отбираются во время селекции затем, их потомки добавляются в популяцию. Во время скрещивания используется стратегия согласно которой размер популяции остается постоянным. Популяция после проведения скрещивания между всеми родителями сортируется по возрастанию функции приспособленности  $f$ , а все особи, которые вышли за размер популяции, отсекаются. Таким образом, появляется настроечный параметр алгоритма  $\theta$ , показывающий в процентах от величины популяции какое количество особей необходимо отобрать для скрещивания.

## 10. Мутация

Мутация – это преобразование хромосомы, случайно изменяющее значение на другое, так же принадлежащее алфавиту  $A$ , в одном или нескольких элементах вектора хромосомы. Наиболее распространённый вид мутаций – случайное изменение только одного из генов хромосомы. Вероятность того, что с хромосомой произойдет мутация, определяется вероятностью  $\mu$ . Элемент вектора в котором произойдет мутация выбирается случайно с равной плотностью вероятности, так же выбирается и новое значение из алфавита.

## 11. Определение последовательности облета БЛА группы целей

Задача среднего уровня, в которой требуется определить последовательность облета для каждого БЛА назначенной ему на верхнем уровне группы целей, сводится к различным вариантам задачи коммивояжера (ЗК). Задача среднего уровня ставится следующим образом.

*Имеется:*

- БЛА с его значимыми характеристиками;
- Совокупность целей наблюдения, заданных географическими координатами объектов на карте местности, видом объектов наблюдения, каждая цель характеризуется трудоемкостью съемки, т.е. результатом решения задачи нижнего уровня;

*Требуется:*

- Определить маршрут облета проходящего через каждую цель ровно один раз и имеющего минимальный вес.

Для решения данной подзадачи выбор метода решения зависит от значимых характеристик БЛА. В зависимости от того как рассчитывается время полета БЛА возможно применение различных алгоритмов для решения задачи среднего уровня. А именно для простейшего варианта, когда расстояния между целями аппроксимируем длиной прямых их соединяющих, а скорость БЛА считается постоянной, задача среднего уровня является планарной ЗК. Учет большего числа характеристик БЛА и окружающей среды предполагает использование имитационной модели БЛА и окружающей среды на основе которых будут строиться маршруты облета и оцениваться время их облета. В этом случае задача среднего уровня является динамической ЗК.

Для программной реализации многофазного алгоритма было принято допущения о том, что задача среднего уровня является планарной ЗК и для решения задачи среднего уровня использовался метод минимального остового и метод ветвей и границ в реализации Литтла.

На основе решений группы задач среднего уровня оценивается качество распределение целей между БЛА на верхнем уровне.

## **12. Определение способа облета цели**

Постановка задачи определения оптимального способа облёта заданной цели приведена ниже.

*Имеется:*

- Характеристики БЛА;
- Цель наблюдения, заданная географическими координатами опорных точек и видом цели (точечная, линейная или площадная).

*Требуется:*

- Построить наиболее короткую траекторию покрытия цели.

Траектория определяется координатами точек над которыми должен пролететь БЛА.

Существует три принципиально различных типа целей наблюдения:

- Точечные;
- Линейные;
- Площадные.

Тип цели определяется в зависимости от формы и размеров цели, а так же от размеров видимой для камер БЛА области, зависящей от текущего режима полета.

Построение траектории облёта точечных и линейных объектов значительно проще, чем площадных. Облёт точечных объектов сводится к подлёту к ним, а линейных к пролёту вдоль них. Исходя из опыта использования БЛА, примем следующие соображения.

- Траектория облёта должна быть простой (для облегчения совмещения получаемых снимков с БЛА и ориентации оператора),
- Траектория облёта должна быть цикличной (для возможности распространять циклы некоторой единичной площади на площади произвольных форм),

Представим площадь покрытия в виде полосы, средняя линия которой является траекторией проекции оптической оси камеры БЛА, снимающей в надир. Накопленный опыт использования БЛА предполагает форму траектории в виде «змейки» (Рисунок 4), что соответствует принятым выше соображениям.

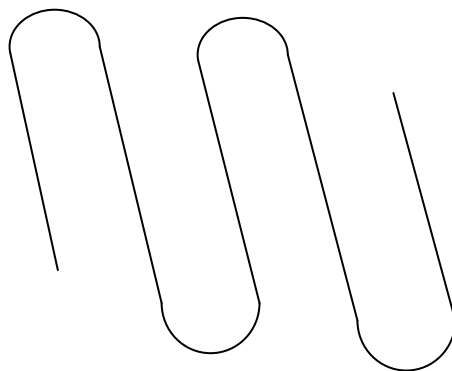


Рисунок 4 – Простейший вид траектории площадного облета

Оптимальная траектория облета площадной цели характеризуется минимальной длиной среди прочих траекторий, а также минимальным числом разворотов над целью и соответственной большим количеством прямых участков.

Для площадных целей представленных выпуклыми многоугольниками минимальное число разворотов, а так же минимальная длина траектории будет достигаться тогда, когда прямые участки галсов будут параллельны прямой между двумя наиболее удаленными вершинами многоугольника.

Площадные объекты, которые представлены невыпуклыми многоугольниками всегда можно привести к выпуклым.

Таким образом, решается задача нижнего уровня, задача построения траектории облета конкретной цели. Ее решения затем используется в задаче среднего уровня.

### **13. Обобщенный метод решения задачи планирования**

На основе выше приведенных методов сформулируем общий алгоритм решения задачи планирования облета группой БЛА точечных, линейных и площадных территориально распределенных целей. Алгоритм представлен в виде блок-схемы на рисунке 5. На первом этапе для каждой цели определяется трудоемкость ее облета. Составляется матрица расстояний между целями. Далее осуществляется целенаправленный поиск лучшего распределения множества целей в группе БЛА. Каждый вариант распределения возвращает значение целевой функции распределения – время облета группой БЛА подмножества целей. Для каждого БЛА решается задача коммивояжера дающая последовательность облета группы целей. Т.к. для каждой цели известен способ облета, то последовательность облета однозначно определяет, сколько времени конкретный БЛА будет совершать облёт. В решении задачи верхнего уровня используются результаты решения серии задач среднего уровня, а в решении задачи среднего уровня – результаты решения задач нижнего уровня.

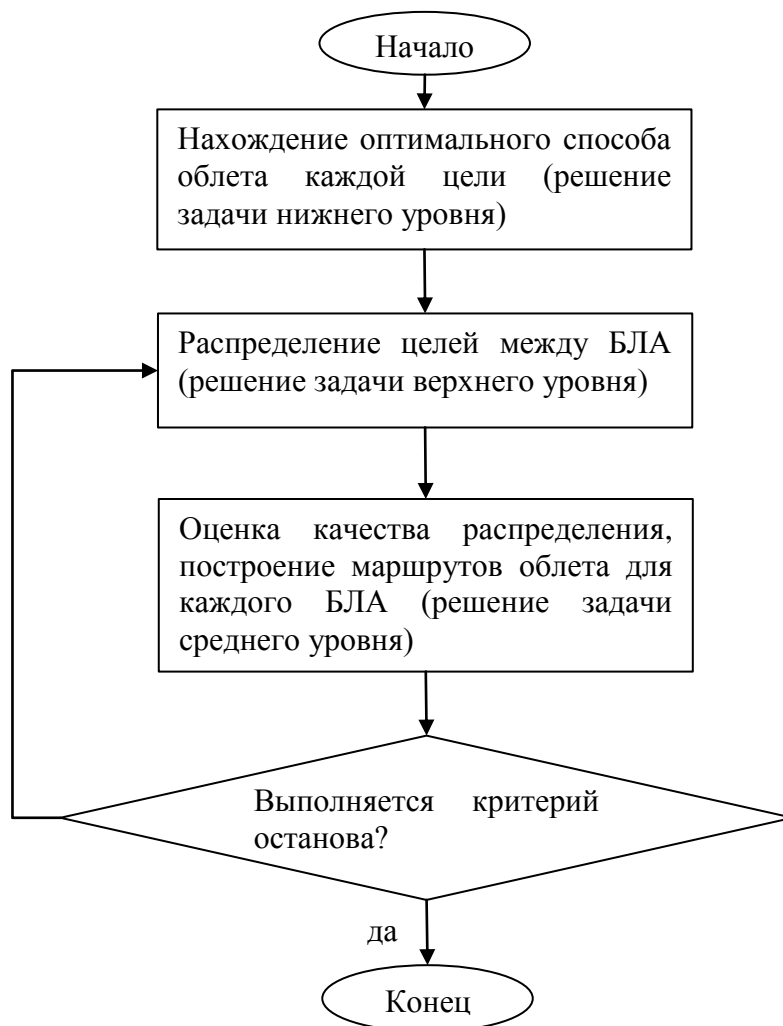


Рисунок 5 – Схема решения задачи планирования

#### 14. Выводы и результаты

Приведенный выше многофазный алгоритм был реализован в виде программного модуля. Данный программный модуль был протестирован на тестовых распределениях Кристофидеса и Эйлера для задачи транспортной маршрутизации для которых известны оптимальные решения.

Таблица 1 – Результаты тестирования

№	Название теста	Опт. решение		Полученное решение					
		Значение	Кол-во БЛА	Мин. ост. дерева			Ветвей и границ		
				Значение	Кол-во БЛА	Ошибка, %	Значение	Кол-во БЛА	Ошибка, %
1	E-n22-k4	375	4	413	5	10,1	390	4	4,1
2	E-n23-k3	569	3	673	3	18,2	604	3	6,3
3	E-n30-k3	534	3	598	4	11,9	565	3	5,9
4	E-n33-k4	835	4	944	4	13,0	885	4	6,0
5	E-n51-k5	521	5	712	8	36,6	561	5	7,7
6	E-n76-k7	683	7	997	8	45,9	739	7	8,2
7	E-n76-k10	832	10	1126	12	35,3	920	10	10,6
8	E-n76-k14	1032	14	1277	16	23,7	1112	14	7,8
9	E-n101-k8	817	8	1195	11	46,2	909	8	11,3
10	E-n101-k14	1077	14	1555	15	44,3	1177	14	9,3
				Среднее		28,5	Среднее		7,7

Результаты тестирования говорят о целесообразности применения предложенного подхода для решения задачи планирования полета группы БЛА.

Дальнейшее усовершенствование приведенного алгоритма предполагает использование имитационных моделей БЛА для получения оценок времени облета, разработку методов типизации целей и построения траекторий их облета.

## **Библиографический список**

1. Максимов Н.А., Федоров А.М. Планирование съемки разнородных целей группой беспилотных летательных аппаратов. В кн. «Кафедре «Автоматики и управления в технических системах» Московского государственного горного университета – 50 лет»/ с 105-116 .Авт.-сост.: Л.Д. Певзнер - М.: изд. МГГУ, 2010.-150 с.
2. Reeves C.R., Rowe J.E. Genetic algorithms, principles and perspectives. A guide to GA theory // Kluwer, 2003. – p. 19–20
3. Reeves C.R. Modern heuristics techniques for combinatorial problems. // Blackwell Scientific Publications. Oxford. 1993 – p. 3–4

## **Сведения об авторах**

Подлипьян Павел Евгеньевич, студент Московского Авиационного Института (Государственного технического университета). Тел: (926)964-48-11, e-mail: p.podlipyan@gmail.com

Максимов Николай Анатольевич, доцент Московского Авиационного Института (Государственного технического университета), к.т.н. МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; Тел.: (917) 563-44-37; e-mail: n-a-maximov47@yandex.ru