

Построение нейросетевого аппроксиматора для определения критического угла полураствора в эффекте смены знака коэффициента подъемной силы для затупленных конических тел

Василенко Д.А.*, **Дорофеев Ф.Е.****, **Дорофеев Е.А.*****

Московский физико-технический институт, МФТИ,

Институтский переулок, 9, Долгопрудный, Московская область, 141701, Россия

**e-mail: vasilenko.da@phystech.edu*

***e-mail: dorofeev.fe@phystech.edu*

****e-mail: edorofeev@mail.ru*

Статья поступила 15.06.2021

Аннотация

Вычисляются аэродинамические силы, действующие на затупленный сжатый конус в потоке разреженного газа. Показывается, что существует такой угол полураствора конуса, что при увеличении этого угла подъемная сила становится отрицательной при произвольном угле атаки. Найдены значения этого критического угла для различных геометрий конического тела и числа Рейнольдса высокоскоростного потока

Ключевые слова: аэродинамические силы в разреженном газе, число Рейнольдса, эффекты разреженности газа, нейронные сети.

Введение

Эффект изменения знака подъемной силы при изменении угла атаки в высокоскоростных плоских течениях впервые был обнаружен в [1]. В

свободномолекулярном течении такой эффект был найден в работе [2], в которой показано, что при обтекании клина свободно молекулярным потоком газа существует критический угол полураствора, такой что при больших углах подъемная сила клина становится отрицательной при любом угле атаки. Причем, этот эффект проявляется при любых скоростях газа и отношениях температур поверхности клина и газа.

Данная работа посвящена изучению этого эффекта для тел в форме сжатых затупленных конусов. Эффект изучается для потока разреженного газа без предположения о режиме свободномолекулярного обтекания.

В настоящее время одним из новых и перспективных направлений развития вычислительной аэродинамики, становится применение нейросетевых аппроксиматоров для быстрого вычисления аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Этот подход неоднократно и успешно применялось для компоновок пассажирских самолетов [3,4], а также для малых космических аппаратов [5]. В этой работе построен нейросетевой аппроксиматор для вычисления критического угла полураствора для сжатых затупленных конических тел.

Локальный метод. Триангуляция тела.

Несмотря на то, что в вычислительной гиперзвуковой аэродинамике разреженного газа широко используются как статистические методы (Монте-Карло), так и методы, основанные на сплошнородных моделях [12 - 17] для оценочных расчетов сил, действующих на тело при его высокоскоростном движении в газе распространение получили формулы, найденные из локальных моделей. В основе этих моделей лежит

предположение, что каждый элемент поверхности тела взаимодействует со средой независимо от других участков тела и сила, действующая на него, зависит лишь от ориентации элемента относительно направления движения. Эта зависимость может включать в себя скорость движения и характеристики среды (величина плотности, температура и др.), которые считаются постоянными. Наибольшего распространения получила локальная модель из [6 - 7], которая предполагает, что для нормального давления и для тангенциального трения в окрестности каждой точки летательного аппарата имеют место разложения:

$$p = p_0 (\sin \theta)^2 + p_1 \sin \theta, \quad (1)$$

$$\tau = \tau_0 \sin \theta \cos \theta, \quad (2)$$

где θ - угол наклона элементов поверхности в данной точке к направлению вектора скорости набегающего потока, а коэффициенты p_0 , p_1 и τ_0 - это эмпирические функции, которые зависят от температурного фактора $t_w = T_w/T_0$, отношения удельных теплоемкостей γ и числа Рейнольдса $Re_0 = \rho_\infty U_\infty L/\mu_0$. Здесь L - характерный размер тела; коэффициент вязкости $\mu_0 = \mu(T_0)$; T_0 , T_w - температура торможения и стенки соответственно. В работах [8-11] исходя из информации о закономерностях обтекания для тупых тел были получены следующие зависимости входящих в (1) и (2) коэффициентов:

$$p_0 = 2, \quad p_1 = z \exp\{-(0,125 + 0,078 t_w) Re_0\},$$

$$\tau = 3,7\sqrt{2} [R + 6,88 \exp(0,0072 R - 0,000016 R^2)]^{-1/2},$$

где

$$z = \left(\frac{\pi(\gamma - 1)}{\gamma} t_w \right)^{1/2}, \quad R = Re_0 (0,75 t_w + 0,25)^{-0.67}.$$

В этой работе предполагается, что $\gamma = 1,4$.

Аэродинамические характеристики C_x , C_y , M_z для затупленных конических тел вычислялись посредством численного интегрирования по поверхности тела. Для проведения этого интегрирования использовалась триангуляция тела. Пример такой триангуляции для затупленного конического тела приведен на рис. 1.

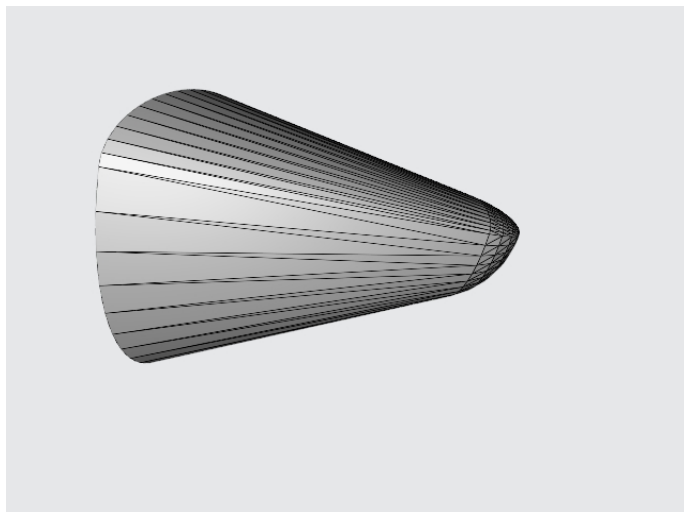


Рис. 1 Сжатый затупленный конус с параметрами $\delta = 25^0$, $r_0 = 0,4$, $e_1 = 0,3$, $e_1 = 1,0$.

Число треугольников в используемых триангуляциях было равно $N = 560$. Была проведена проверка того, что установленного количества треугольников достаточно для получения нужной точности при вычислении аэродинамических коэффициентов и кроме того, вычисленные значения этих коэффициентов не меняются в пределах точности округления при удвоении числа треугольников.

Методика нахождения критического угла полураствора конуса

На основе описанного метода вычисления аэродинамических коэффициентов, была разработана программа для вычисления значения величины производной коэффициента подъемной силы по углу атаки при нулевом значении этого угла:

$$K = \left(\frac{dC_y}{d\alpha} \right)_{\alpha=0},$$

здесь α – угол атаки. Величина K рассматривалась как функция параметров потока: Re_0 – число Рейнольдса и t_w – температурный фактор, а также параметров геометрии конуса: δ – угол полураствора, r_0 – радиус затупления конуса, e_1 – коэффициент сжатия верхней части конуса, e_2 – коэффициент сжатия нижней части конуса.

Эта программа использовалась для численного решения уравнения

$$K(\delta, Re_0, t_w, r_0, e_1, e_2) = 0,$$

относительно переменной δ . Таким образом находился критический угол полураствора δ_0 такой, что для конусов с $\delta > \delta_0$ при любых углах атаки в интервале от 0 до 90 градусов подъемная сила конуса оказывалась отрицательной: $C_y < 0$.

Для функциональной зависимости δ_0 от параметров потока и параметров геометрии:

$$\delta_0 = \delta_0(Re_0, t_w, r_0, e_1, e_2)$$

была построена таблица с 4200 примерами. При этом величины Re_0, t_w, r_0, e_1, e_2 принимали следующие значения:

$$\lg(Re_0) \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\},$$

$$t_w \in \{0,1; 1\},$$

$$r_0 \in \{0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65\},$$

$$e_1, e_2 \in \{0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1\}.$$

Построение нейронной сети для критического угла полураствора

Полученная таблица функциональной зависимости $\delta_0 = \delta_0(Re_0, t_w, r_0, e_1, e_2)$ использовалась для построения нейронной сети, аппроксимирующей эту зависимость. Структура этой нейронной сети описана в табл. 1, а схема нейронной сети приведена на рис. 2. Для обучения нейронной сети использовалось 1000 случайно выбранных примеров.

Таблица 1

Слой	Число нейронов	Функции активации
Входной слой	5	-
Скрытый слой 1	6	SIGMOID
Скрытый слой 2	6	SIGMOID
Выходной слой	1	LINEAR

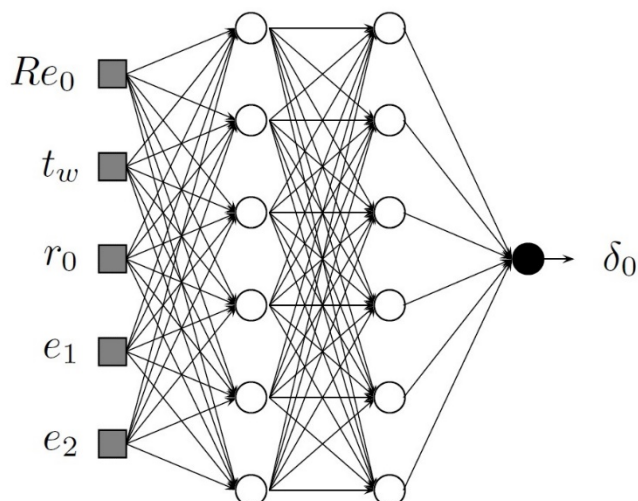


Рис. 2 Схема нейронной сети для определения критического угла полурасствора

После этого нейронная сеть тестировалась на тестовом множестве из **3200** примеров.

Результаты этого тестирования сведены в табл. 2.

Таблица 2

Величина	MSE	MSE/MEAN (%)	MSE/SQDEV(%)
δ_0	0.178	0.33	1.9

В этой таблице MSE – среднеквадратичная ошибка вычисляемая по формуле

$$MSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - t_i)^2},$$

где y_i – величина, выдаваемая нейронной сетью, а t_i – желаемое значение этой

величины. Величина $MSE/MEAN$ есть выраженное в процентах отношение

среднеквадратичной ошибки к среднему значению величины, а величина

$MSE/SQDEV$ есть отношение среднеквадратичной ошибки к

среднеквадратичному разбросу величины (квадратному корню из дисперсии).

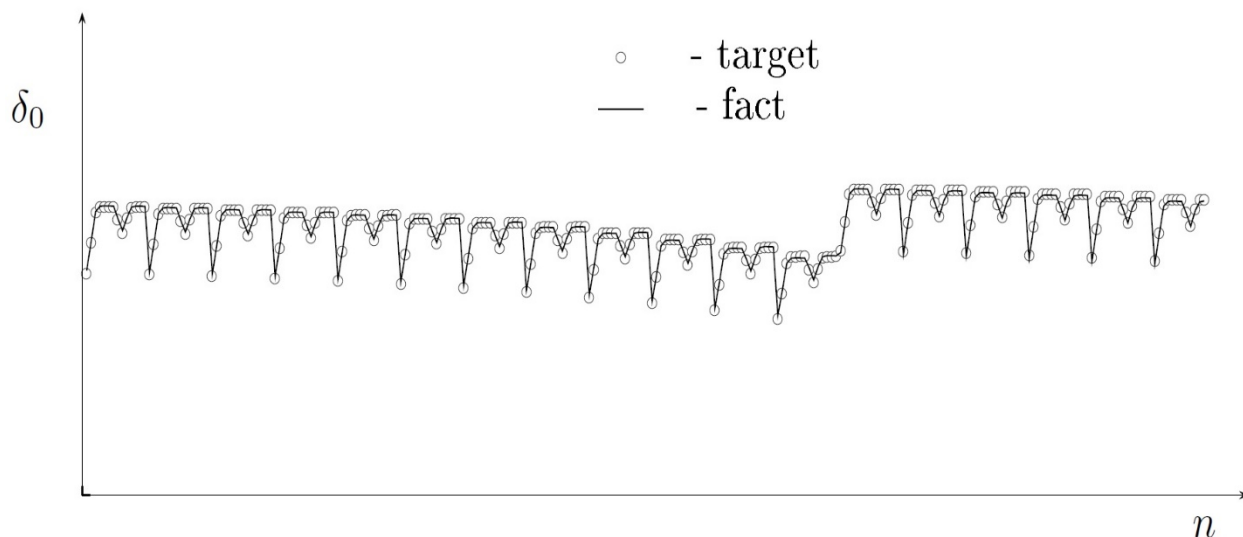


Рис. 3 Пример желаемого и фактического выходов нейронной сети на части тестового множества

Описание зависимостей критического угла полураствора от параметров геометрии конического тела

Полученный нейросетевой аппроксиматор позволяет вычислить критический угол полураствора затушенного сжатого конуса для любых параметров Re_0, t_w, r_0, e_1, e_2 .

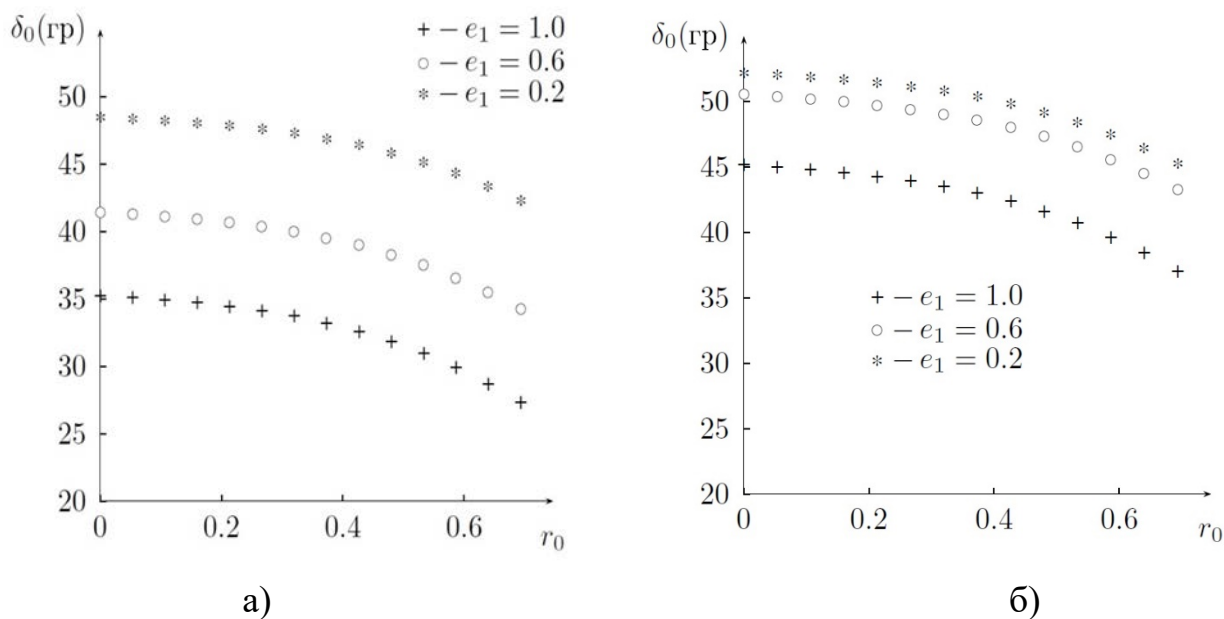


Рис. 4 Зависимость критического угла полураствора от радиуса затупления и сжатия верхней части конус для а) $Re_0 = 0.1$ и б) $Re_0 = 100$, при этом $t_w = 0.1$.

В качестве иллюстрации, на рис. 4 приведены зависимость критического угла от радиуса затупления конуса при разных степенях сжатия верхней части конуса и при двух числах Рейнольдса. В таблицах 3-5 приведены более подробные значения критического при разных параметрах геометрии затупленного конического тела и параметров потока. Более подробно с таблицами можно ознакомиться по ссылке на облако:

https://drive.google.com/drive/folders/1DAC_Jwai5bmZ9ticV7vX_FJL9oRiRE2n?usp=sharing.

Таблица 3 $Re_0 = 0.0, t_w = 0.1, e_2 = 1.0,$

$e_1 \backslash r_0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1	34.9126	34.4287	33.693	32.5773	30.9342
0.8	37.8469	37.3737	36.6638	35.5958	34.0291
0.6	41.1007	40.6482	39.9755	38.969	37.4969
0.4	44.7213	44.2957	43.6661	42.7261	41.3521
0.2	48.2199	47.8371	47.2646	46.4023	45.1327

Таблица 4 $Re_0 = 10.0, t_w = 0.1, e_2 = 1.0,$

$e_1 \backslash r_0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1	44.0351	43.5032	42.7304	41.5914	39.9378
0.8	46.7665	46.2544	45.514	44.4265	42.8518
0.6	49.4972	49.0146	48.3174	47.2939	45.8122
0.4	51.3925	50.9467	50.2933	49.3242	47.9122
0.2	51.6018	51.1767	50.5397	49.5812	48.1732

Таблица 5 $Re_0 = 1000.0, t_w = 0.1, e_2 = 1.0,$

$e_1 \backslash r_0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1	44.8671	44.3371	43.5659	42.4272	40.7706
0.8	47.5785	47.0674	46.3286	45.243	43.6686
0.6	50.307	49.821	49.1224	48.0994	46.6194
0.4	52.1455	51.6904	51.0299	50.0562	48.6412
0.2	51.9073	51.4674	50.8156	49.8408	48.4136

Заключение

Используя приближение, основанное на гипотезе локальности, изучена зависимость критического угла полураствора затупленного сжатого конуса от параметров геометрии и параметров потока. На основе вычисленных примеров этой функциональной зависимости построен точный нейросетевой аппроксиматор, который позволяет вычислить критический угол при любом наборе параметров.

Авторы выражают благодарность Горелову С.Л. за интерес к работе и многочисленные обсуждения, а также Вороничу И.В. за возможность использовать код реализующий локальный метод

Библиографический список

1. Галкин В.С., Гладков А.А. О подъемной силе при гиперзвуковых скоростях // Прикладная математика и механика. 1961. Т. XXV. № 6. С. 1138 – 1139.
2. Галкин В.С. О подъемной силе в свободномолекулярном потоке // Прикладная математика и механика. 1962. Т. XXVI. № 3. С. 567.
3. Дорофеев Е.А., Свириденко Ю.Н. Применение искусственных нейронных сетей в задачах аэродинамического проектирования и определения характеристик летательных аппаратов // Труды ЦАГИ № 2655. - Жуковский: ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, 2002. С. 156 – 159.
4. Дорофеев Е.А., Свириденко Ю.Н. Влияние упругости крыла на дальность крейсерского полета // XXV научно-техническая конференция по аэродинамике: сборник трудов (п. Володарского, 27 - 28 февраля 2014). – Жуковский: Изд-во ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, 2014. С. 124 - 125.
5. Дорофеев Ф.Е., Дорофеев Е.А. Применение нейронных сетей для определения аэродинамических характеристик малых космических аппаратов // Труды МФТИ. 2020. Т. 12. № 2 (146). С. 141 - 149.
6. Галкин В.С., Ерофеев А.И., Толстых А.И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа //

Труды ЦАГИ № 1833. - Жуковский: ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, 1977. С. 6 - 10.

7. Николаев В.С. Аппроксимационные формулы для локальных аэродинамических характеристик тел типа крыла в вязком гиперзвуковом потоке в широком диапазоне параметров подобия // Ученые записки ЦАГИ. 1981. Т. XII. № 4. С. 143 - 150.

8. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. - М: Наука, 1967. - 440 с.

9. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. - М.: Машиностроение, 1977. - 184 с.

10. Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Климова Т.В., Перепухов В.А., Рябов В.В., Толстых А.И. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Труды ЦАГИ № 1855. - Жуковский: ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского, - 1977. С. 43.

11. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Исследование гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе сплошнородного и кинетического подходов // Ученые записки ЦАГИ. 1997. Т. XXVIII. № 2. С. 23 - 40.

12. Выонг Ван Тьен, Горелов С.Л. Нелинейные явления в разреженном газе в задаче Куэтта // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=93327>

13. Березко М.Э., Никитченко Ю.А., Тихоновец А.В. Сшивание кинетической и гидродинамической моделей на примере течения Куэтта // Труды МАИ. 2017. № 94. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=80922>

14. Рыжов Ю.А., Никитченко Ю.А., Парамонов И.В. Численное исследование гиперзвукового обтекания острой кромки на основе модели Навье – Стокса – Фурье // Труды МАИ. 2012. № 55. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30027>
15. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Математическое моделирование процессов обтекания затупленного тела высокоскоростным потоком // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=53445>
16. Никитченко Ю.А. Модели первого приближения для неравновесных течений многоатомных газов // Труды МАИ. 2014. № 77. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=52938>
17. Выонг Ван Тьен, Горелов С.Л., Русаков С.В. Эффекты немонотонности аэродинамических характеристик пластины в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды МАИ. 2020. № 110. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=112844>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-9](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-9)
18. Крайко А.Н., Пудовкин Д.Е., Якунина Г.Е. Теория аэродинамических форм, близких к оптимальным. – М.: Янус-К, 2001. - 132 с.
19. Черный Г.Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. - М: Физматгиз, 1959. - 220 с.
20. Остапенко Н.А., Якунина Г.Е. О телах наименьшего сопротивления,двигающихся в средах при наличии закона локальности // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1992. № 1. С. 95 - 106.

Developing neural network approximator for critical half-opening angle determining in the effect of lift coefficient sign changing for blunted conical bodies

Vasilenko D.A.* , Dorofeev F.E. , Dorofeev E.A.*****

*Moscow Institute of Physics and Technology,
9, Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow region, 141701, Russia*

**e-mail: vasilenko.da@phystech.edu*

***e-mail: dorofeev.fe@phystech.edu*

****e-mail: edorofeev@mail.ru*

Abstract

The sign changing effect of the lifting force while the angle of attack changing in the high speed flat streams for the wedge was first discovered in the V.S. Galkin and A.A. Gladkov work in 1961. This effect in a free-molecular flow was found by V. S. Galkin in 1962. He showed that while the wedge flow-around by the free-molecular gas flow such critical one-half angle exists that at large angles the wedge lifting force became negative at any angle of attack. Moreover, this effect is being manifested at any gas velocities and the ratio of the wedge and gas surface temperatures. The presented work deals with this effect studying for the bodies in the form of squeezed blunted cones. The effect is being studied for the rarefied gas flow without supposition on the free-molecular flow-around mode.

At present, neural-network approximators application for fast computing of aircraft aerodynamic characteristics becomes one of new and promising trends of computational aerodynamics. The dependence of critical one-half angle of the squeezed blunted wedge on the flow geometry and parameters was studied using the approximation based on the hypothesis of locality. The exact neural-network approximator, allowing compute the

critical angle at any set of parameters, was developed based on the computed examples of this functional dependence.

Aerodynamic forces acting on the blunted squeezed cone in the rarefied gas stream are being calculated. The article demonstrates that there is such an angle of the cone one-half angle, at which increase the lifting force becomes negative at an arbitrary angle of attack. The values of this critical angle were found for various geometries of the conic body and the Reynolds number of a high-speed flow.

Keywords: aerodynamic forces in rarefied gas, Reynolds number, gas rarefaction effects, neural networks.

References

1. Galkin V.S., Gladkov A.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1961, vol. XXV, no. 6, pp. 1138 – 1139.
2. Galkin V.S. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1962, vol. XXVI, no. 3, pp. 567.
3. Dorofeev E.A., Sviridenko Yu.N. *Trudy TsAGI № 2655*, Zhukovskii, TsAGI im. prof. N.E. Zhukovskogo, 2002, pp. 156 – 159.
4. Dorofeev E.A., Sviridenko Yu.N. *XXV nauchno-tehnicheskaya konferentsiya po aerodinamike: sbornik trudov*, Zhukovskii, Izd-vo TsAGI im. N.E. Zhukovskogo, 2014, pp. 124 - 125.
5. Dorofeev F.E., Dorofeev E.A. *Trudy MFTI*, 2020, vol. 12, no. 2 (146), pp. 141 - 149.

6. Galkin V.S., Erofeev A.I., Tolstykh A.I. *Trudy TsAGI № 1833*, Zhukovskii, TsAGI im. prof. N.E. Zhukovskogo, 1977, pp. 6 - 10.
7. Nikolaev V.S. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1981, vol. XII, no. 4, pp. 143 - 150.
8. Kogan M.N. *Dinamika razrezhennogo gaza* (Dynamics of rarefied gas), Moscow, Nauka, 1967, 440 p.
9. Koshmarov Yu.A., Ryzhov Yu.A. *Prikladnaya dinamika razrezhennogo gaza* (Applied dynamics of rarefied gas), Moscow, Mashinostroenie, 1977, 184 p.
10. Gusev V.N., Erofeev A.I., Klimova T.V., Perepukhov V.A., Ryabov V.V., Tolstykh A.I. *Trudy TsAGI № 1855*, Zhukovskii, TsAGI im. prof. N.E. Zhukovskogo, 1977, pp. 43.
11. Egorov I.V., Erofeev A.I. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1997, vol. XXVIII, no. 2, pp. 23 - 40.
12. Vyong Van T'en, Gorelov S.L. *Trudy MAI*, 2018, no. 100. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93327>
13. Berezko M.E., Nikitchenko Yu.A., Tikhonovets A.V. *Trudy MAI*, 2017, no. 94. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=80922>
14. Ryzhov Yu.A., Nikitchenko Yu.A., Paramonov I.V. *Trudy MAI*, 2012, no. 55. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=30027>
15. Bykov L.V., Nikitin P.V., Pashkov O.A. *Trudy MAI*, 2014, no. 78. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=53445>
16. Nikitchenko Yu.A. *Trudy MAI*, 2014, no. 77. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=52938>
17. Vyong Van T'en, Gorelov S.L., Rusakov S.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 110. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=112844>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-9](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-9)

18. Kraiko A.N., Pudovkin D.E., Yakunina G.E. *Teoriya aerodinamicheskikh form, blizkikh k optimal'nyum* (Theory of aerodynamic forms close to optimal), Moscow, Yanus-K, 2001, 132 p.
19. Chernyi G.G. *Techenie gaza s bol'shoi sverkhzvukovoi skorost'yu* (Gas flow at high supersonic speed), Moscow, Fizmatgiz, 1959, 220 p.
20. Ostapenko N.A., Yakunina G.E. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1992, no. 1, pp. 95 - 106.