УДК 681.3

Программное обеспечение спектрального метода Spectrum

К.А. Рыбаков

Описывается алгоритмическое и программное обеспечение, предназначенное для решения задач теории автоматического управления с использованием спектральной формы математического описания систем. Рассматривается назначение и взаимодействие основных модулей программы и, в частности, возможность автоматизированного генерирования алгоритма вычислений в спектральной области в соответствии с решаемой задачей при использовании диалогового формирователя.

Программное обеспечение Spectrum предназначено для решения различных задач теории автоматического управления спектральным методом [1], позволяющим свести исходную задачу, математическая модель которой содержит дифференциальные или разностные уравнения и интегральные соотношения, к системе алгебраических уравнений. Спектральный метод основан на представлении сигналов совокупностью коэффициентов разложения их в обобщенные ряды Фурье; такой подход позволяет формализовать алгоритм решения.

Основные модули программы и схема их взаимодействия показаны на рис. 1. Ядром системы являются модуль спектральных преобразований и интерпретатор алгоритма вычислений в спектральной области.

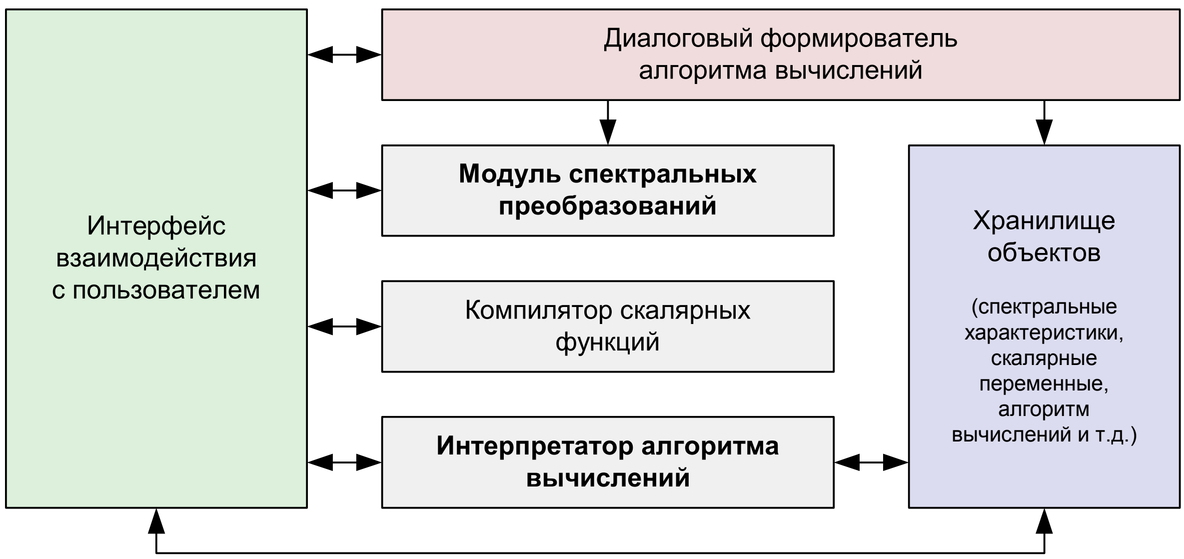

Рис. 1. Логическая структура Spectrum.

Для приближенно-аналитического решения задач анализа выходных процессов и синтеза оптимального управления модуль спектральных преобразований позволяет:

- рассчитывать двумерные нестационарные передаточные функции элементарных непрерывных (дискретных) звеньев: дифференцирующего (разностного), интегрирующего (суммирующего), усилительного и звена чистого сдвига, а также трехмерную нестационарную передаточную функцию множительного звена, представляя их в виде усеченных матриц соответствующей размерности;
- рассчитывать двумерные нестационарные передаточные функции непрерывно-дискретных звеньев: дискретного элемента с бесконечно малым временем замыкания (звено с непрерывным входом и дискретным выходом), экстраполятора нулевого порядка (дискретный вход, непрерывный выход), представляя их в виде усеченных матриц;
- рассчитывать нестационарные спектральные характеристики непрерывных и дискретных типовых воздействий (ступенчатая функция $1(t-\tau)$, импульсная функция $\delta(t-\tau)$, t^n, $\sin(\omega t+\phi)$, $e^{\alpha t}$ и др.), а также плотности вероятности равномерного распределения на заданном отрезке и нормального распределения с параметрами μ и σ, представляя их в виде усеченных векторов;
- рассчитывать многомерные нестационарные спектральные характеристики произвольных функций нескольких переменных, задаваемых как суперпозиции элементарных функций, представляя их в виде усеченных векторов соответствующей размерности (для вычислений используется компилятор скалярных функций векторного аргумента);
- рассчитывать нестационарные спектральные плотности непрерывных и дискретных типовых случайных воздействий (например, белого шума с заданной спектральной плотностью), представляя их в виде усеченных векторов и матриц (для первой и второй нестационарных спектральных плотностей соответственно);
- вычислять значения базисных функций, представляя их в виде усеченного вектора (нестационарная спектральная характеристика импульсной функции) или матрицы (значения базисных функций на равномерной сетке для построения графиков (рис. 2));
- проводить обратное спектральное преобразование одномерных и многомерных нестационарных спектральных характеристик, представляя результат в виде матрицы значений функции (оригинала) на равномерной сетке.

Численное интегрирование при расчете нестационарных спектральных характеристик производится методом трапеций с последующим применением метода Рунге-Ромберга-Ричардсона повышения порядка точности.

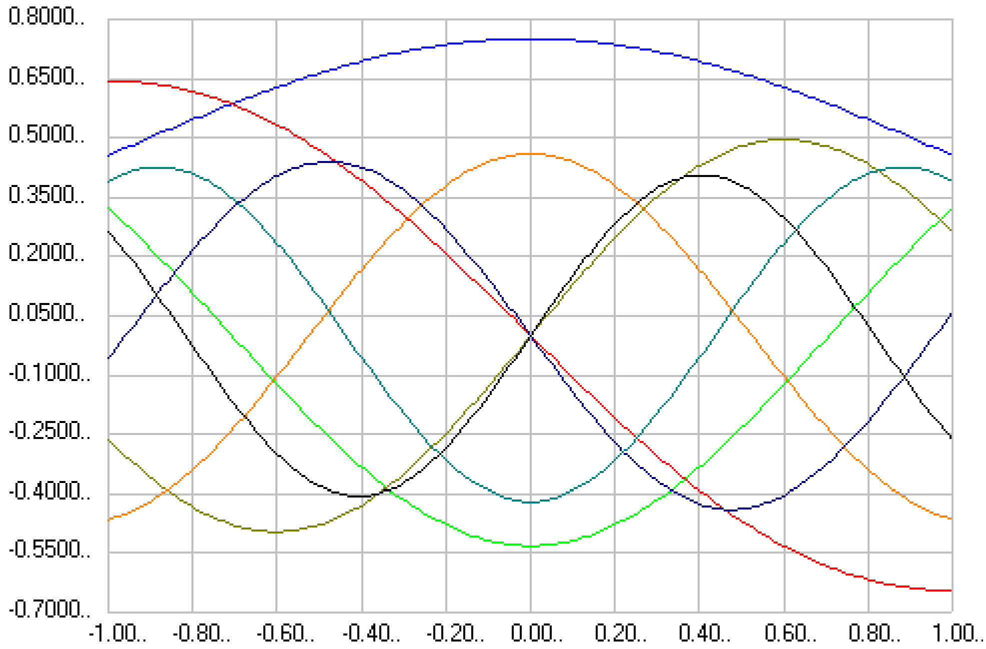

Рис. 2. Ортонормированные функции Эрмита.

При решении задач спектральным методом можно использовать следующие системы ортонормированных функций: полиномы Лежандра[1] и Чебышева[2], тригонометрические функции, функции Уолша, Хаара, Лагерра[1], Эрмита[1], причем при расчете двумерных и трехмерных нестационарных передаточных функций можно использовать только однотипные базисные функции, выбор которых зависит от решаемой задачи. Например, при решении задачи теоретико-вероятностного анализа стохастических систем с переменной структурой [2] фазовым пространством является $\mathbb{R}^n$, поэтому для спектрального преобразования по каждой фазовой координате необходимо использовать систему функций Эрмита, ортонормированную в $L_2(\mathbb{R})$, а при анализе линейных систем управления на фиксированном отрезке времени вид базисных функций (полиномиальный, гармонический, кусочно-постоянный) выбирается в соответствии с типом входных сигналов или характеристик системы.

Для решения задач требуется задать алгоритм вычислений в спектральной области в виде последовательности формул (рис. 3), для ряда задач возможно автоматизированное формирование такой последовательности. При применении диалогового формирователя пользователю нужно заполнить необходимые параметры, такие как порядок системы, коэффициенты уравнения, начальные и краевые условия и т.п. (рис. 4), а программа по этим данным рассчитывает спектральные характеристики и создает алгоритм вычислений в спектральной области (рис. 5), который затем обрабатывается интерпретатором.

---

[1] для непрерывных систем

[2] для дискретных систем

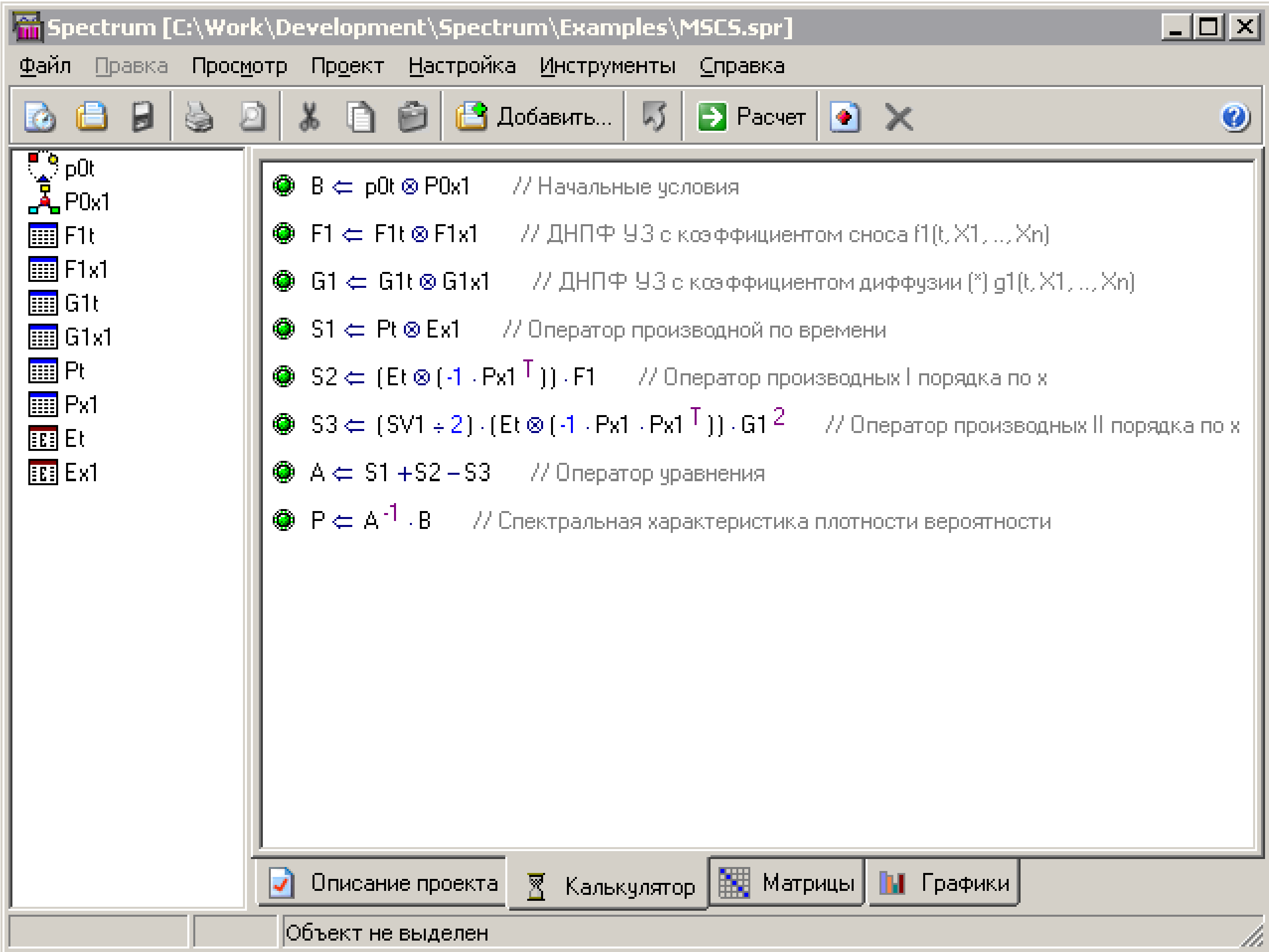

Рис. 3. Основное окно S p e c t r u m - последовательность формул задает алгоритм решения задачи теоретико-вероятностного анализа выходных процессов нелинейной одномерной стохастической системы.

При использовании диалогового формирователя можно создавать проекты для следующих классов задач теории управления:

- анализ линейных одномерных нестационарных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях [1];
- анализ нелинейных многомерных стохастических систем с возмущениями типа гауссовского белого шума [3];
- анализ непрерывно-дискретных стохастических систем (анализ непрерывных стохастических систем, для которых управление синтезируется на основе измерений в заданные моменты времени) [4,5];
- синтез оптимального управления нелинейными многомерными стохастическими системами при неполной информации о векторе состояния [6,7];
- анализ стохастических систем с переменной структурой (СПС) общего вида [2];

- анализ стохастических систем с двумя структурами и систем с однонаправленными переходами (частные случаи задачи анализа СПС, не требующие использования операций агрегатирования и декомпозиции многомерных матриц) [2].

Для других задач, при решении которых может быть использован спектральный метод, алгоритм вычислений можно ввести с помощью редактора формул.

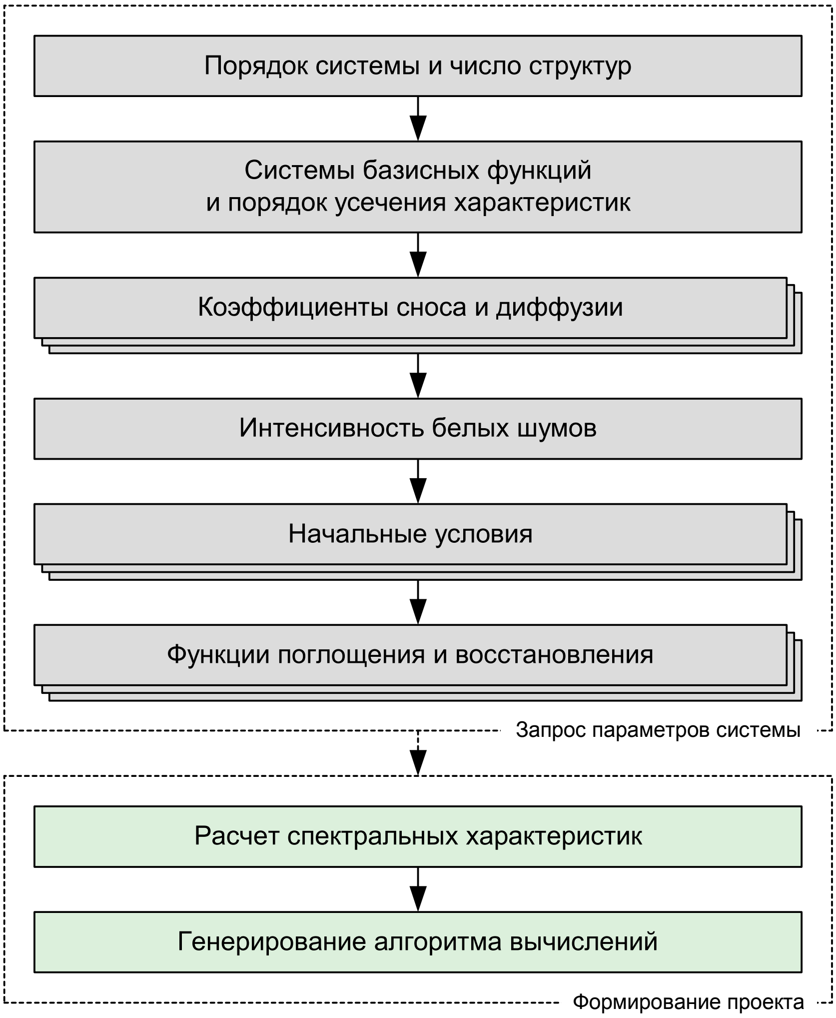

Рис. 4. Схема работы диалогового формирователя для СПС.

Интерпретатор алгоритма вычислений поддерживает все стандартные операции алгебры многомерных матриц (сложение, умножение, умножение на действительное число, тензорное произведение, транспонирование, нахождение обратной матрицы, возведение в степень с натуральным показателем), а также специфические операции, например, умножение трехмерной матрицы на вектор. Возможен расчет определителей плоских квадратных матриц и вычисление евклидовой нормы матриц любой размерности для контроля корректности решаемых задач. Для плоских и трехмерных матриц можно строить сечения по последнему индексу. При вычислении обратных матриц используется метод Гаусса с выбором главного элемента или псевдообращение (разложение по сингулярным числам). Для анализа и синтеза систем с переменной структурой предусмотрена возможность агрегатирования и декомпозиции многомерных матриц. Интерпретатор контролирует правильность алгебраических операций, т.е. следит за согласованностью матриц при бинарных операциях, невырожденностью матриц при обращении и т.д.

```
V ⇐ Vt ⊗ Vx1      // Множительное звено (для получения ДНПФ УЗ по известной НСХ)
F1_1 ⇐ F1_1t ⊗ F1_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом сноса f1(t,x1,...,xn) (структура №1)
G1_1 ⇐ G1_1t ⊗ G1_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом диффузии (*) g1(t,x1,...,xn) (структура №1)
F2_1 ⇐ V · sF2_1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом сноса f1(t,x1,...,xn) (структура №2)
G2_1 ⇐ G2_1t ⊗ G2_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом диффузии (*) g1(t,x1,...,xn) (структура №2)
F3_1 ⇐ F3_1t ⊗ F3_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом сноса f1(t,x1,...,xn) (структура №3)
G3_1 ⇐ V · sG3_1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом диффузии (*) g1(t,x1,...,xn) (структура №3)
V_1_2 ⇐ V_1_2t ⊗ V_1_2x1      // ДНПФ оператора поглощения V_1_2(t,x1,...,xn)
V_1_3 ⇐ V_1_3t ⊗ V_1_3x1      // ДНПФ оператора поглощения V_1_3(t,x1,...,xn)
V_2_3 ⇐ V_2_3t ⊗ V_2_3x1      // ДНПФ оператора поглощения V_2_3(t,x1,...,xn)
S1 ⇐ Pt ⊗ Ex1      // Оператор производной по времени
S2 ⇐ (Et ⊗ (-1 · Px1^T)) · F1_1      // Оператор производных первого порядка по фазовым координатам
S3 ⇐ (SV1 ÷ 2) · (Et ⊗ (-1 · Px1 · Px1^T)) · G1_1^2      // Оператор производных второго порядка по фазовым координатам
A_1_1 ⇐ S1 + S2 − S3 + V_1_2 + V_1_3      // Оператор уравнения A_1_1
A_2_1 ⇐ -1 · V_1_2      // Оператор уравнения A_2_1
S2 ⇐ (Et ⊗ (-1 · Px1^T)) · F2_1      // Оператор производных первого порядка по фазовым координатам
S3 ⇐ (SV1 ÷ 2) · (Et ⊗ (-1 · Px1 · Px1^T)) · G2_1^2      // Оператор производных второго порядка по фазовым координатам
A_2_2 ⇐ S1 + S2 − S3 + V_2_3      // Оператор уравнения A_2_2
A_3_1 ⇐ -1 · V_1_3      // Оператор уравнения A_3_1
A_3_2 ⇐ -1 · V_2_3      // Оператор уравнения A_3_2
S2 ⇐ (Et ⊗ (-1 · Px1^T)) · F3_1      // Оператор производных первого порядка по фазовым координатам
S3 ⇐ (SV1 ÷ 2) · (Et ⊗ (-1 · Px1 · Px1^T)) · G3_1^2      // Оператор производных второго порядка по фазовым координатам
A_3_3 ⇐ S1 + S2 − S3      // Оператор уравнения A_3_3
P_1 ⇐ A_1_1^-1 · (p0t ⊗ P0_1x1)      // НСХ плотности вероятности (структура №1)
P_2 ⇐ A_2_2^-1 · (p0t ⊗ P0_2x1 − A_2_1 · P_1)      // НСХ плотности вероятности (структура №2)
P_3 ⇐ A_3_3^-1 · (p0t ⊗ P0_3x1 − A_3_1 · P_1 − A_3_2 · P_2)      // НСХ плотности вероятности (структура №3)
```

Рис. 5. Алгоритм решения задачи анализа системы с однонаправленными переходами, сгенерированный с помощью диалогового формирователя.

Размерность и порядок матриц и векторов (спектральных характеристик) ограничена лишь доступной оперативной памятью; предусмотрена как классическая, так и разреженная схема хранения.

Для семантического контроля корректности производимых операций введена классификация матриц и векторов (нестационарные передаточные функции, нестационарные спектральные характеристики, векторы значений базисных функций и т.д.), что позволяет избежать смысловых ошибок в ходе решения задач. Например, результатом умножения матриц двумерных нестационарных передаточных функций будет системная характеристика некоторого звена (последовательного соединения двух звеньев), и данный результат будет отнесен к классу нестационарных передаточных функций, напротив, сложение системной характеристики и матрицы значений скалярной функции будет воспринято как семантическая ошибка.

Таким образом, программное обеспечение Spectrum [8] является эффективным инструментом для автоматизации решения задач анализа и синтеза систем управления спектральным методом.

В разработке программного обеспечения также принимали участие: Тихов М.С. (модуль спектральных преобразований в базисе Эрмита и алгоритмическая поддержка метода конфигураций для синтеза оптимального управления); Семенец А.В. (модуль спектральных преобразований в базисах Уолша и Хаара); Кузьменко А.В., Лисафин Д.А., Парамонов А.В., Сусло П.И. (модуль поддержки разреженной схемы хранения матриц). Программа написана на языке Object Pascal в среде разработки Borland Delphi 5.0 (модуль работы с разреженными матрицами написан на C++), общий объем программного кода составляет более 25 тыс. строк.

Spectrum используется в учебном процессе кафедры «Математическая кибернетика» Московского авиационного института для проведения лабораторных и курсовых работ по курсам «Теория автоматического управления» и «Спектральная теория систем управления».

Список литературы

1. Солодовников В.В., Семенов В.В., Пешель М., Недо Д. Расчет систем управления на ЦВМ: спектральный и интерполяционный методы. – М.: Машиностроение, 1979. – 664 с.
2. Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Анализ систем с переменной структурой в классе обобщенных характеристических функций. // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2003, № 11. – http://www.mai.ru (11.04.03).
3. Сотскова И.Л. Применение аппарата обобщенной характеристической функции к анализу стохастических систем управления ЛА. // Задачи стохастического управления: Тем. сб. науч. тр. – М.: МАИ, 1986. – с. 71–78.
4. Пантелеев А.В. Синтез оптимальных логико-динамических систем при неполной дискретной информации. // Информатика, серия «Автоматизация проектирования»: Сб. науч. тр. – М.: ВИМИ, 1992, вып. 2–3. – с. 61–71.
5. Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Анализ многомерных стохастических логико-динамических систем спектральным методом. // Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации. XI Международный научно-технический семинар, Алушта. 2002: Тез. докл. – М.: МГАПИ, 2002. – с. 394–395.
6. Пантелеев А.В, Сотскова И.Л. Приближенный метод синтеза оптимальных стохастических систем при неполной информации. // Сб. науч. тр. – М.: МФТИ, 1993. – с. 135–142.
7. Сотскова И.Л., Тихов М.С. Приближенно-аналитический метод синтеза оптимальных стохастических систем управления. // Нелинейный динамический анализ. Международный конгресс, Москва. 2002: Тез. докл. – М.: МАИ, 2002. – с. 127.
8. Рыбаков К.А. Программное обеспечение спектральных преобразований Spectrum. – http://rkit.chat.ru/spectrum (01.08.03).

Рыбаков Константин Александрович, аспирант кафедры математической кибернетики Московского авиационного института (государственного технического университета);
E-mail: rkoffice@mail.ru
Контактный телефон: 158-48-11