

Научная статья
УДК 51-72
DOI: [10.34759/trd-2022-126-22](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-22)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ Т-РЕДУКТОРА ЗАКРЫЛКА

Глеб Александрович Будаев¹ ✉, Дмитрий Алексеевич Данилов²,

Оксана Игоревна Конотоп³

^{1,2,3}ПАО «Корпорация «Иркут»,

Москва, Россия

¹Gleb.Budaev@irkut.com ✉

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию кинематической ошибки в агрегатах следящих систем с механическими передачами. В качестве объекта исследования был рассмотрен Т-редуктор закрылка трансмиссии механизации крыла. Для определения кинематической точности объекта исследования использовались методы численного моделирования. Были назначены допуски форм и размеров компонентов редуктора, построена электронная модель с учетом наиболее неблагоприятного вероятного сочетания полей допусков, присвоены характеристики материала, назначены силы, ограничения и граничные условия, проведен анализ полученных результатов. Существует множество методик решения данной задачи. Аналитические методы и методы с применением 3D моделирования позволяют определить кинематическую ошибку на ранних этапах проектирования, однако не

являются автоматизированными. Экспериментальные методы расчета обладают наибольшей точностью, но их невозможно провести на ранних стадиях разработки проекта. Метод численного моделирования позволяет избавиться от недостатков аналитических методов. Для исследованной системы было составлено основное уравнение динамики, которое было решено при помощи ННТ интегратора, основанного на α -методе. Сопряжение между поверхностями твердых тел модели задано при помощи контактной силы. В первом варианте расчета корпус редуктора был зафиксирован в пространстве, остальные тела получили ограничения передвижения в плоскости, перпендикулярной плоскости вращения соответствующих валов. Во втором варианте ограничение передвижения в плоскости получили только внешние кольца подшипников и их втулки, так как в реальной конструкции они зафиксированы в осевом направлении. Из-за возможности смещения осей валов в угловых направлениях и возможности осевого перемещения значительно увеличилась кинематическая ошибка. На стадии разработки компоновочной схемы определено значение кинематической точности редуктора. Полученное значение удовлетворяет требованиям точности работы трансмиссии механизации крыла. Назначенные допуски размеров и форм не являются завышенными или грубыми и возможны к применению на других одноступенчатых конических редукторах, используемых в трансмиссии механизации крыла.

Ключевые слова: кинематическая ошибка, редуктор, зубчатая передача, допуск, численное моделирование

Для цитирования: Будаев Г.А., Данилов Д.А., Конотоп О.И. Численное моделирование кинематической ошибки Т-редуктора закрылка // Труды МАИ. 2022. № 126. DOI: [10.34759/trd-2022-126-22](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-22)

Original article

NUMERICAL CALCULATION OF THE FLAP T-GEARBOX KINEMATIC ERROR

Gleb A. Budaev¹, **Dmitry A. Danilov²**, **Oksana I. Konotop³**

PJSC «Irkut Corporation», Moscow, Россия

¹Gleb.Budaev@irkut.com

Abstract. This article is devoted to research of the kinematic error in the units of servo systems with mechanical transmissions. The flap T-gearbox of the high lift transmission was considered as the object of the study. Numerical simulation methods were used to determine the kinematic accuracy of the research object. Geometric dimensioning and tolerances of gearbox components were assigned, a 3D CAD model was built with the worst-case combination of tolerance fields, material characteristics were assigned, forces, constraints and boundary conditions were specified, and the results were evaluated. There are many methods of solving this issue. Analytical methods and methods using 3D modeling allow to determine the kinematic error in the early stages of the design, but they are not automatized. Experimental methods of calculation have the greatest accuracy, but are not possible in the early stages of project development. The numerical simulation method is devoid of the

disadvantages of analytical methods. The basic equation of dynamics for the investigated system was formulated and solved using the HHT integrator based on the α -method. The interface between the surfaces of the rigid bodies was defined by contact force. In the first case of the calculation, the gearbox housing was fixed in space, the other bodies were constrained to move in a plane perpendicular to the plane of rotation of the shafts. In the second case, only the outer rings of the bearings and their sleeves were constrained to move in the plane, because they were fixed in the axial direction in the real construction. Because of the shaft axis displacement possibility in angular directions and the possibility of axial displacement, the kinematic error increased significantly. At the early stage of development, the value of gearbox kinematic accuracy was determined. The obtained value complies with the requirements for the accuracy of the high lift transmission. The specified geometric dimensioning and tolerances are not very precise or too rough and can be applied to other single stage bevel gearboxes used in high lift transmissions.

Keywords: kinematic error, gearbox, gear set, tolerances, numerical simulation

For citation: Budaev G.A., Danilov D.A., Konotop O.I. Numerical calculation of the flap t-gearbox kinematic error // *Trudy MAI*, 2022, no. 126. DOI: [10.34759/trd-2022-126-22](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-22)

Введение

Целью данной работы является исследование возможности использования методов численного моделирования для определения кинематической точности механической передачи на примере редуктора трансмиссии механизации крыла.

Для достижения поставленной цели, необходимо решить следующие задачи:

- Назначить допуски форм и размеров компонентов редуктора;
- Построить электронную модель с учетом наиболее неблагоприятного

вероятного сочетания полей допусков;

- Создать расчетную модель редуктора (присвоить характеристики материалов, назначить силы, ограничения и граничные условия);

- Провести анализ полученных результатов.

Кинематическая ошибка механической передачи является важной характеристикой при проектировании. Наличие информации о величине кинематической ошибки и ее характере позволяет оценить точность позиционирования рассматриваемой системы.

Большое количество исследований по определению кинематической точности показывает актуальность решаемой задачи.

Аналитические методы расчета [1, 2, 3, 4] кинематической погрешности имеют ряд недостатков. Например, для введения каждого следующего типа отклонений либо новой конструкции необходимо формировать уникальные зависимости для вычисления кинематической ошибки.

А методы с применением 3D моделирования [5] не являются автоматизированными. Введение нескольких типов отклонений также существенно усложняет процесс получения данных.

Данные недостатки были выявлены в статье [6, 7, 8].

Предложенные экспериментальные методы нахождения кинематической ошибки [9, 10], невозможно выполнить на ранних этапах проектирования.

В отличие от вышеприведенных методов, метод численного моделирования [11, 12, 13, 14, 15] возможно применить на раннем этапе проектирования, при этом избавится от недостатков аналитического метода.

Одним из негативных факторов, влияющих на динамические характеристики систем с механическими передачами [16, 17, 18], является изменение их передаточного отношения.

Помимо приведенных выше факторов, не стоит забывать о дополнительных ускорениях, которые приводят к появлению дополнительных моментов нагрузок.

Трансмиссия механизации крыла предназначена для передачи управляющего сигнала от следящего гидравлического привода к отклоняемым поверхностям крыла с помощью механических передач, в состав которых входят трансмиссионные валы и редукторы.

В данной исследовательской работе был рассмотрен Т-редуктор закрылка (Рисунок 1), являющийся частью трансмиссии механизации крыла.

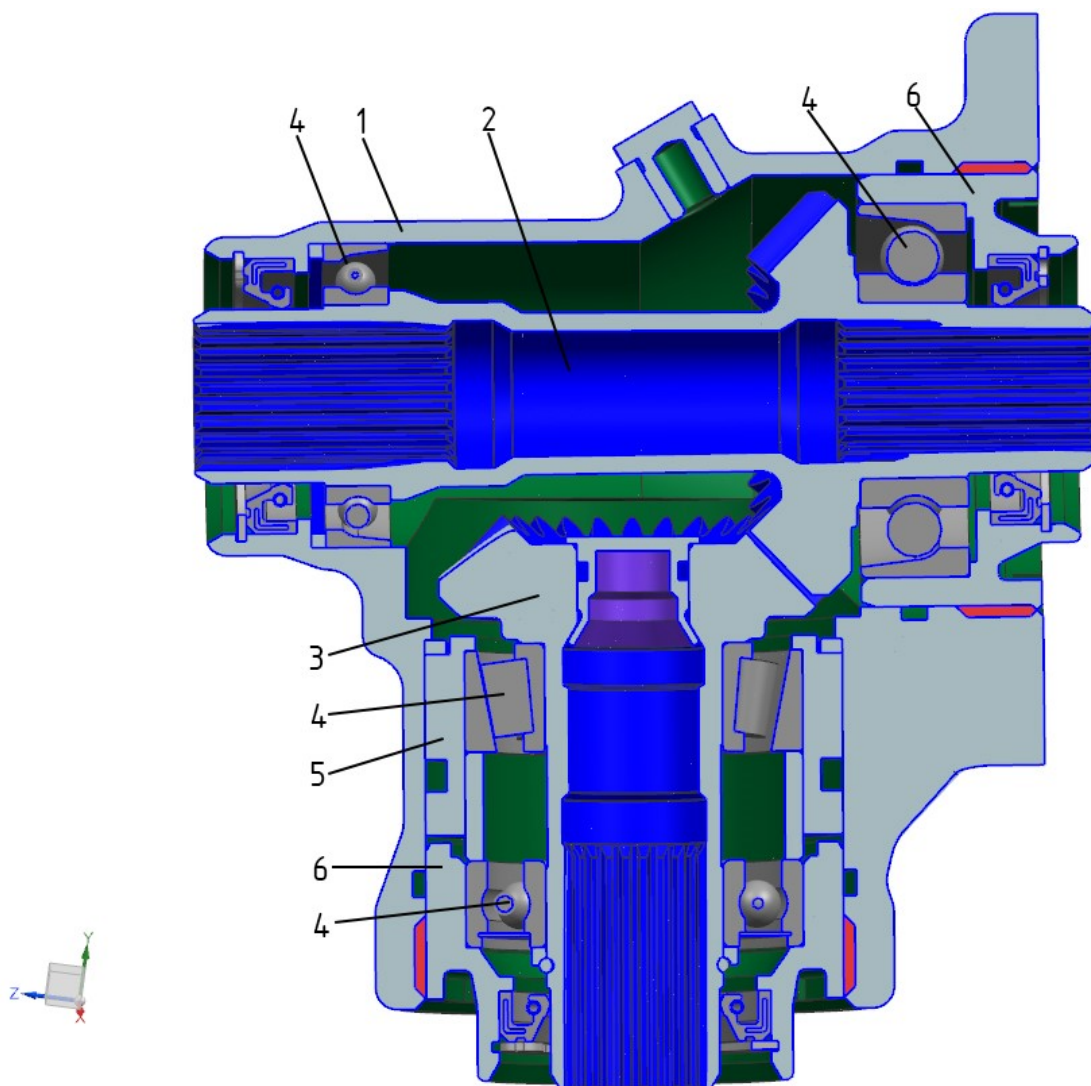


Рисунок 1. Т-редуктор закрылка

1. Корпус;
2. Проходной вал;
3. Выходной вал;
4. Подшипник качения;
5. Втулка;
6. Крышка.

Точностные характеристики [19,20] конических передач являются функцией первичных ошибок, основная составляющая которых – технологическая – определяется точностью изготовления отдельных деталей.

Отклонения расположения, такие, как непараллельность и перекос осей, неперпендикулярность, несоосность, радиальное и торцевое биение, несимметричность, взаимное радиальное биение шеек вала, сопрягающихся с подшипниками, а также точность зубчатых передач вызывают соответствующую кинематическую ошибку редуктора.

Кинематической ошибкой редуктора будем называть соотношение:

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{д}} - \varphi_{\text{н}}, \quad (1)$$

где $\varphi_{\text{н}} = \frac{\varphi z_1}{z_2}$ – номинальный угол поворота ведомого колеса;

$\varphi_{\text{д}}$ – действительный угол поворота ведомого колеса;

φ – действительный угол поворота ведущего колеса;

z_1, z_2 – числа зубьев ведущего и ведомого колес соответственно.

Накопление кинематической ошибки агрегатов трансмиссии механизации крыла может привести к нарушению регламентированного положения отклоняемых поверхностей.

Исходя из требований точности трансмиссии механизации крыла в техническом задании, максимально допустимое значение кинематической ошибки Т-редуктора закрылка составляет $\Delta\Phi_{\text{max}} = 2,2^\circ$.

Математическая модель и методы

В приведенной работе используются ННТ интегратор, основанный на α -методе [21]. Данный метод широко используется для численной интеграции однородных дифференциальных уравнений второго порядка вида:

$$M \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} + K \cdot q = F(t), \quad (2)$$

где $M, C, K = const$ – матрицы массы, демпфирования и жесткости,

F – сила,

q – обобщенная координата.

α -метод следует из метода Ньюмарка [22, 23], который определяет семейство интеграционных формул, зависящих от двух параметров γ и β :

$$q_{n+1} = q_n + h \cdot v_n + \frac{h^2}{2} \cdot [(1 - 2 \cdot \beta) \cdot a_n + 2 \cdot \beta \cdot a_{n+1}] \quad (3)$$

$$v_{n+1} = v_n + h \cdot [(1 - \gamma) \cdot a_n + \gamma \cdot a_{n+1}] \quad (4)$$

α -метод - улучшение метода Ньюмарка, поскольку сохранил сходимость формул, достигая точности второго порядка при решении линейных дифференциальных однородных уравнений второго порядка (2). Выражение, в которое подставляются формулы интегрирования (3),(4) представлено ниже:

$$M \cdot a_{n+1} + (1 + \alpha) \cdot C \cdot v_{n+1} - \alpha \cdot C \cdot v_n + (1 + \alpha) \cdot K \cdot q_{n+1} - \alpha \cdot K \cdot q_n = F(\tilde{t}_{n+1}), \quad (5)$$

где $\tilde{t}_{n+1} = t_n + (1 + \alpha) \cdot h$;

$-0,3 \leq \alpha \leq 0$ – выбираемый коэффициент.

Уравнения движения, связанные с расчетом многомассовой динамики в MSC Adams [24, 25] приведены ниже:

$$M \cdot \ddot{q} + \Phi_q^T \cdot \lambda = F(\dot{q}, q, t), \quad (6)$$

где λ – множители Лагранжа.

Эти уравнения нелинейны и неоднородны, в отличие от уравнения (2), поскольку решение $q(t)$ должно также удовлетворять кинематическим ограничениям:

$$\Phi(q, t) = 0. \quad (7)$$

Согласно выражению (6) для уравнений движения в многомассовой постановке, сила вычисляется так: $M \cdot \ddot{q} = \Phi_q^T \cdot \lambda - F(\dot{q}, q, t)$. Поэтому относительно изначальной формулировки ННТ решателя, выражения дискретизации выглядят следующим образом:

$$\frac{1}{1 + \alpha} (M \cdot \ddot{q})_{n+1} + (\Phi_q^T \cdot \lambda - F) - \frac{\alpha}{1 + \alpha} \cdot (\Phi_q^T \cdot \lambda - F) = 0. \quad (8)$$

Второй набор уравнений, который должен быть удовлетворен в момент времени t_{n+1} , это уравнения кинематических ограничений положения:

$$\Phi(q_{n+1}) = 0. \quad (9)$$

Контактная сила

Сопряжение между поверхностями твердых тел модели задано при помощи контактной силы [26, 27]. Контактная сила определяется следующим образом: равна нулю до тех пор, пока взаимное проникновение твердых тел отсутствует, и отлична от нуля при положительном значении пересечения твердых тел. Значение контактной силы определяется по приведенной формуле:

$$F_n = k \cdot g^a - c \cdot \frac{dg}{dt}, \quad (10)$$

где F_n – сила, действующая на обе поверхности при их соударении, k – жесткость, g – условное взаимное проникновение соударяющихся поверхностей, a – экспоненциальная постоянная, c – коэффициент демпфирования, $\frac{dg}{dt}$ – относительная скорость соударяющихся тел в момент касания.

Ограничения

Ограничение фиксации - связь между двумя объектами, которая запрещает их относительное перемещение. Другими словами, две части определяются как одна часть.

Ограничение движения в плоскости – связь, позволяющая выбранной плоскости одного объекта скользить и вращаться в плоскости другого объекта.

Результаты и анализ

Для Т-редуктора закрывка были назначены допуски форм и размеров [28] (Рисунок 2, 3, 4).

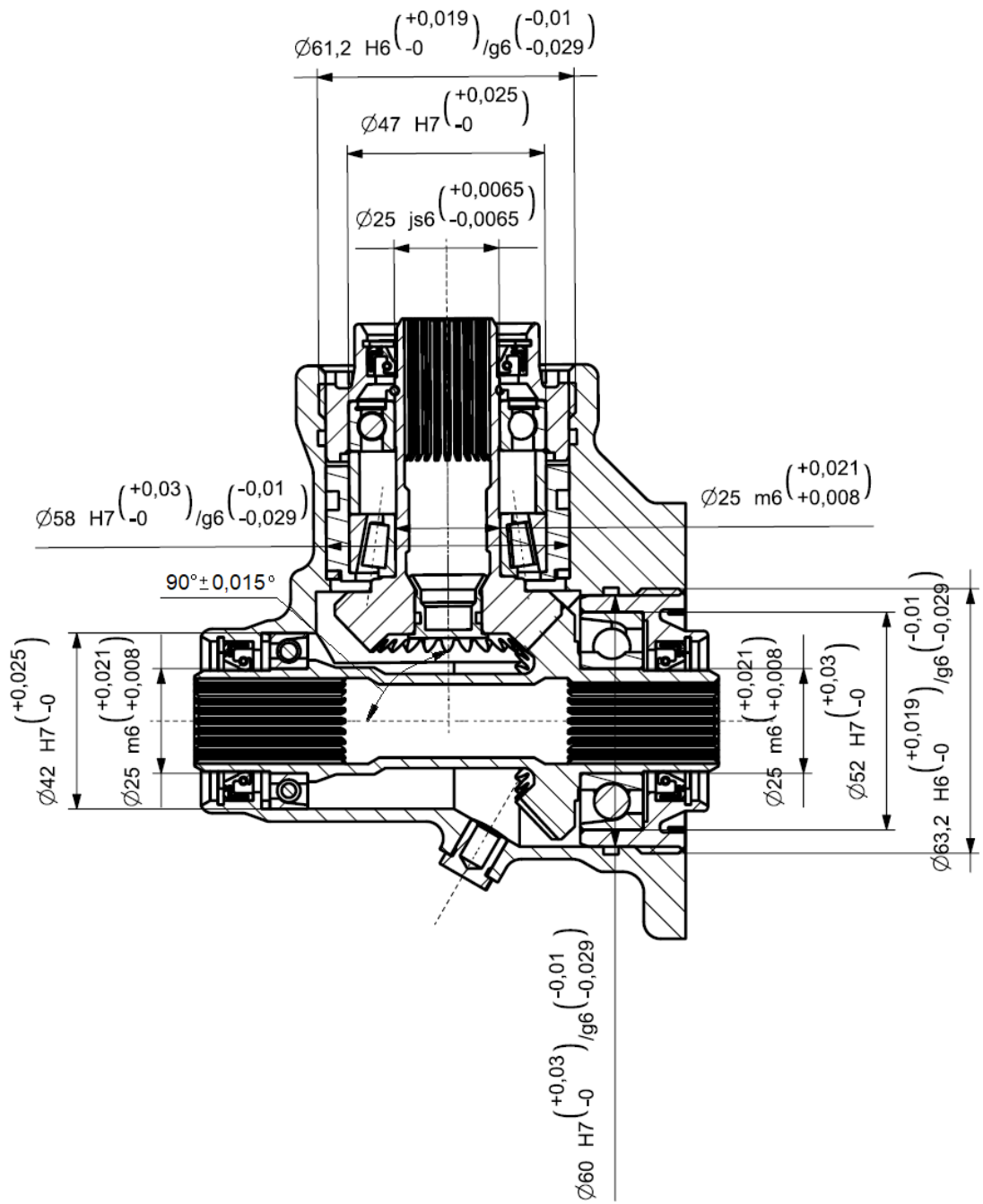


Рисунок 2. Допуски и посадки сборочных размеров

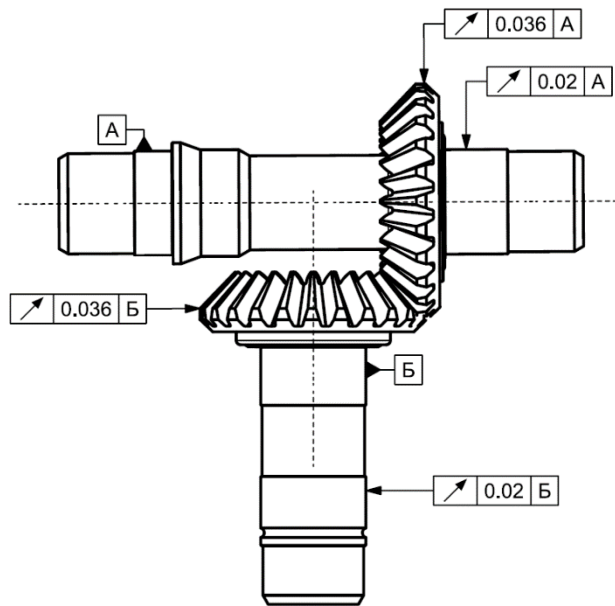


Рисунок 3. Допуски формы валов

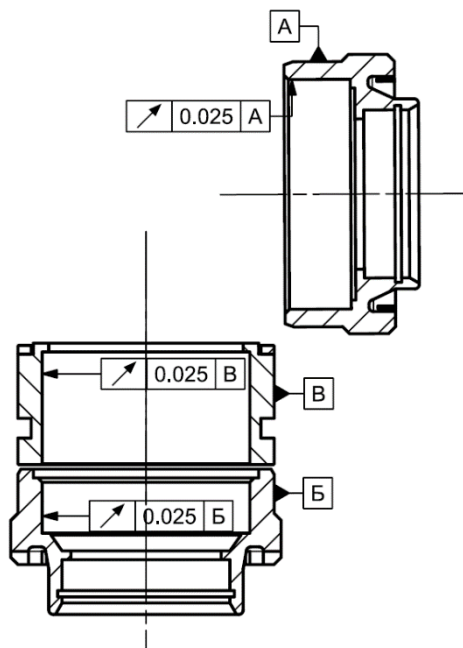


Рисунок 4. Допуски формы втулки и крышек

Для зубчатых венцов был выбран класс точности 7. Для данного класса точности действительны следующие кинематические погрешности [29]:

1. Отклонение окружного шага (± 7 мкм);

2. Накопленная погрешность окружного шага (45 мкм);
3. Отклонение толщины зуба (48 мкм);
4. Смещение вершины делительного конуса (0...30 мкм).

Перечисленные допуски формы и размеров были учтены в электронной модели Т-редуктора. Также была учтена микрогеометрия подшипников качения [30]. Крышки редуктора были объединены в одном теле с корпусом, внутренние кольца подшипников с валами [32].

Для создания расчетной модели редуктора телам были присвоены характеристики материалов, назначены силы, ограничения (Рисунок 5) и граничные условия (Рисунок 6).

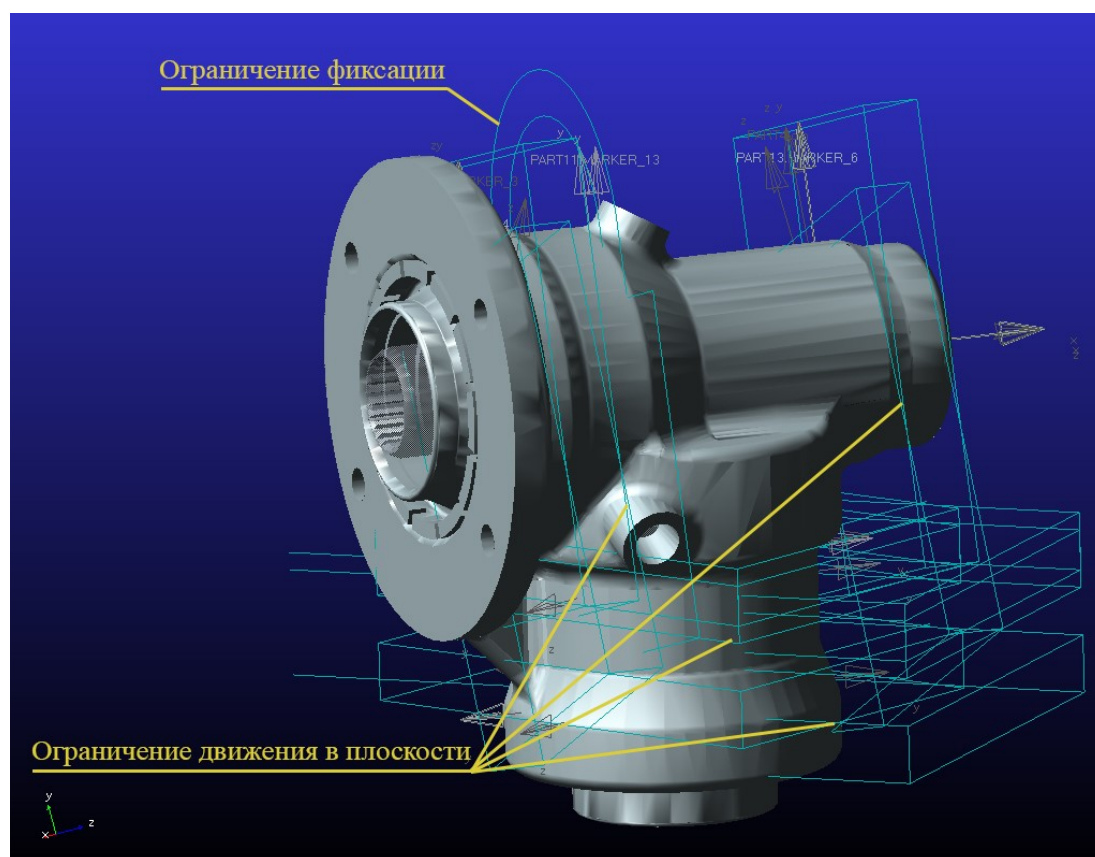


Рисунок 5. Ограничения движения

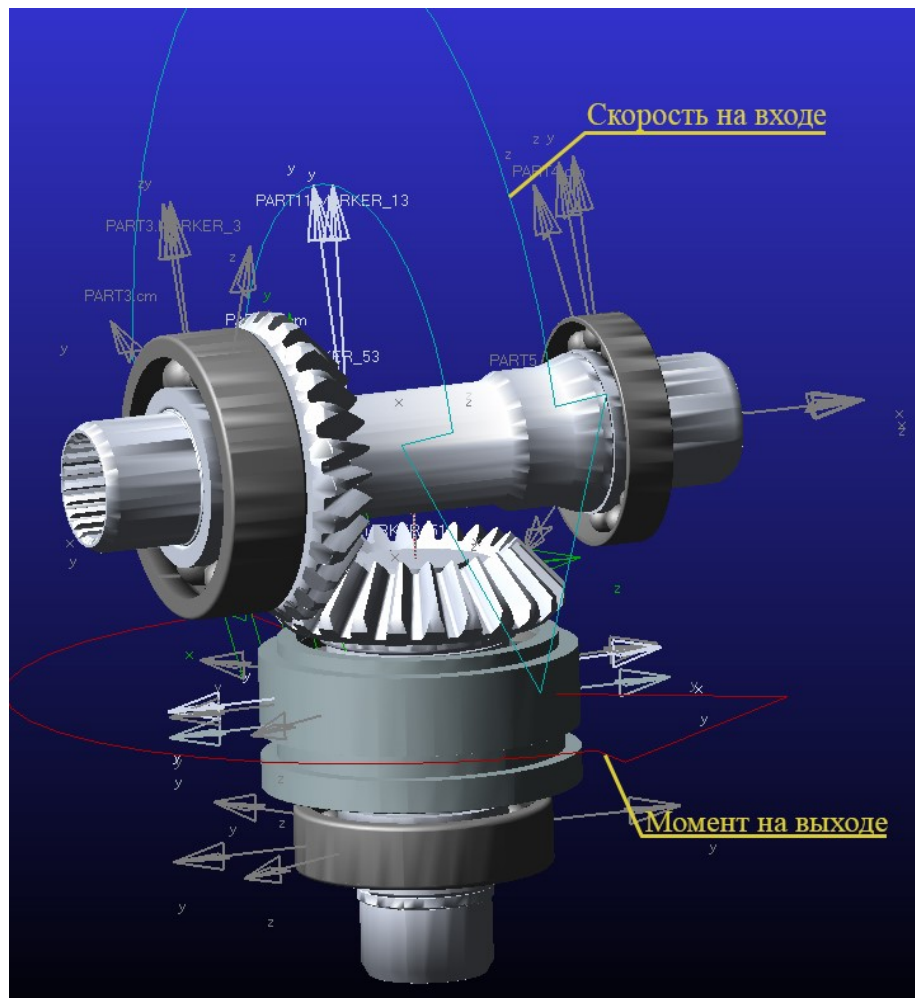


Рисунок 6. Граничные условия

В первом варианте расчета были назначены контактные силы между твердыми телами. Корпус редуктора был зафиксирован в пространстве, остальные тела получили ограничения передвижения в плоскости, перпендикулярной плоскости вращения соответствующих валов [6]. На проходном валу задано граничное условие - скорость вращения 270 об/мин, на выходном - момент 14,26 Нм. Были получены значения кинематической ошибки (Рисунок 7).

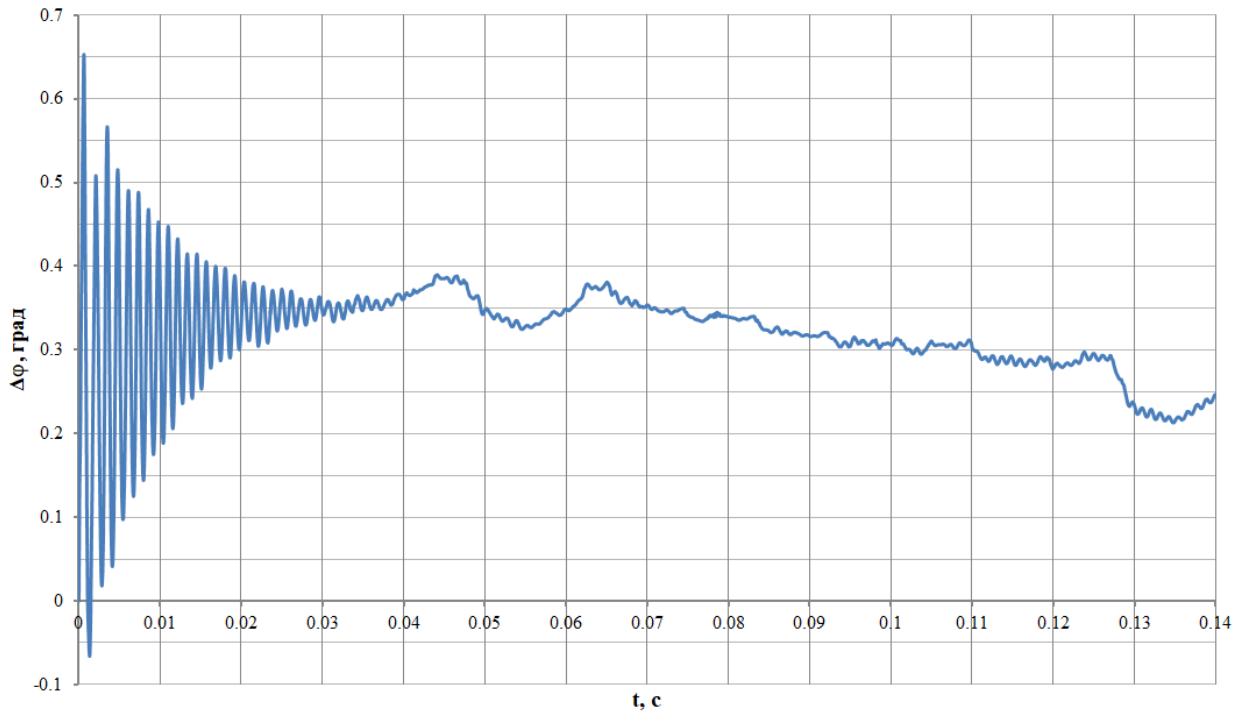


Рисунок 7. Кинематическая ошибка

Среднее значение кинематической ошибки составило $\Delta\varphi_{\text{ср}} = 0,323$ град, максимальное $\Delta\varphi_{\text{max}} = 0,65$ град.

Во втором варианте расчета корпус редуктора также зафиксирован, ограничение передвижения в плоскости получили только внешние кольца подшипников и их втулки, так как в реальной конструкции они зафиксированы в осевом направлении. При неизменных граничных условиях были получены значения кинематической ошибки (Рисунок 8).

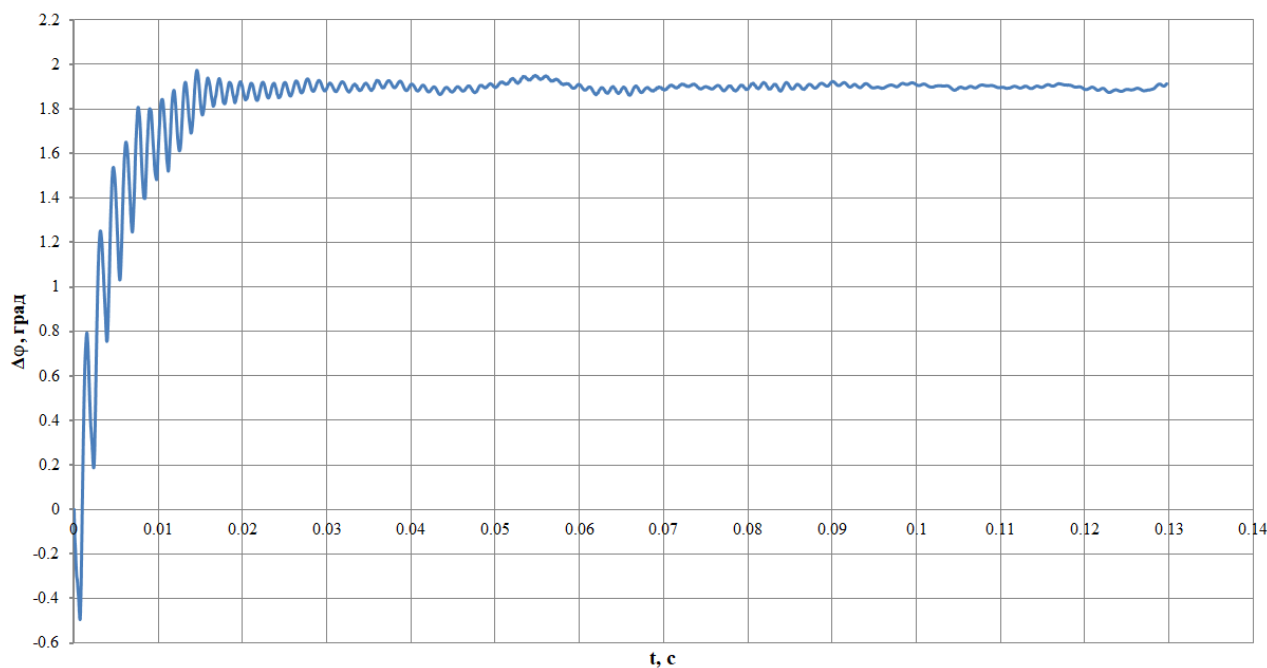


Рисунок 8. Кинематическая ошибка

Среднее значение кинематической ошибки составило $\Delta\varphi_{\text{ср}} = 1,898$ град, максимальное $\Delta\varphi_{\text{max}} = 1,974$ град.

При отсутствии ограничений движения валов и сепараторов подшипников значительно увеличилось значение кинематической ошибки. Это произошло из-за возможности смещения осей валов в угловых направлениях и из-за возможности осевого перемещения, валы отдаляются друг от друга сильнее, и зазор между ними увеличивается.

Полученные значения максимальной кинематической ошибки меньше допустимого $\Delta\varphi_{\text{max}} \leq \Delta\Phi_{\text{max}}$, следовательно, назначенные допуски форм и размеров пригодны к использованию в последующих этапах разработки агрегата.

Выводы

Проведенное исследование позволило определить значение кинематической ошибки редуктора на стадии разработки компоновочной схемы.

Было установлено, что значение кинематической ошибки редуктора удовлетворяет требованиям точности работы трансмиссии механизации крыла.

Были назначены допуски размеров и форм, которые не являются завышенными или грубыми. Принятые допуски размеров и форм возможны к применению на других одноступенчатых конических редукторах, используемых в трансмиссии механизации крыла.

Было определено, что свобода поворота вала и возможность осевого перемещения значительно увеличивает кинематическую ошибку редуктора.

В отличие от вышеприведенных методов [1,5,9,10], метод численного моделирования позволил выполнить расчет на раннем этапе проектирования, при этом избавиться от недостатков аналитического метода.

Список источников

1. Егоров И.М., Алексанин С.А., Федосовский М.Е., Кряжева Н.П. Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи планетарного редуктора // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 6 (94). С. 171-176.
2. Тимофеев Б.П., Абрамчук М.В., Бжихатлов И.А. Определение параметров точности многозвенных зубчатых механизмов // Известия высших учебных

заведений. Приборостроение. 2019. Т. 62. № 12. С. 1092-1097. DOI: [10.17586/0021-3454-2019-62-12-1092-1097](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2019-62-12-1092-1097)

3. Тимофеев, Б.П., Абрамчук М.В. Использование стандартов при проектировочных оценках кинематической погрешности зубчатых передач // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2020. Т. 63. № 6. С. 555-561. DOI: [10.17586/0021-3454-2020-63-6-555-561](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2020-63-6-555-561)

4. Кокина Т.М. Установление влияния неточностей изготовления и монтажа передач приводов машин на кинематическую точность вращения рабочих органов // Научно-технический вестник Поволжья. 2017. № 3. С. 50-53. DOI: [10.24153/2079-5920-2017-7-3-50-53](https://doi.org/10.24153/2079-5920-2017-7-3-50-53)

5. Забелин Д.А. Исследование образования кинематических погрешностей зубчатых колес на основе 3D-моделирования // Вестник Могилевского технического университета. 2006. № 1 (10). С. 73-77.

6. Васильев М.А., Степанов В.С. Компьютерное моделирование кинематической ошибки волновой передачи с телами качения // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 1. С. 163 – 169.

7. Vasiliev M., Stepanov V. Research of the Kinematic Error of a Wave Gear with Rolling Bodies // Advances in Intelligent Systems and Computing, 2020, vol. 1115, pp. 550-558. DOI: [10.1007/978-3-030-37916-2_53](https://doi.org/10.1007/978-3-030-37916-2_53)

8. Васильев М.А. Исследование влияния конструктивных параметров волновой передачи с телами качения на кинематическую погрешность передачи // 17

Международная конференция «Авиация и космонавтика-2018» (Москва, 19–23 ноября 2018): тезисы докладов. – М.: Люксор, 2018. – С. 376-377.

9. Капитонов А.В., Непша Д.В., Гончаров М.В., Лысов В.П., Черняков С.Г. Исследование кинематической погрешности планетарного эксцентрикового редуктора // Вестник Белорусско-Российского университета. 2014. № 3 (44). С. 14-24.

DOI: [10.53078/20778481_2014_3_14](https://doi.org/10.53078/20778481_2014_3_14)

10. Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Кинематическая погрешность и мертвый ход волновых зубчатых передач внешнего деформирования // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2013. № 8. С. 30-34.

11. Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Иванов Ю.С. Влияние угловой координаты неподвижного зубчатого колеса на кинематическую погрешность волновой передачи // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2019.

№ 11 (716). С. 3-8. DOI: [10.18698/0536-1044-2019-11-3-8](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2019-11-3-8)

12. Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Баласанян В.В. Математическая модель динамико-кинематической погрешности волновой зубчатой передачи // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 4 (733). С. 48-54. DOI:

[10.18698/0536-1044-2021-4-48-54](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-4-48-54)

13. Голдовский А.А., Фирсанов В.В. Алгоритмы исследования ударного взаимодействия элементов авиационных конструкций // Труды МАИ. 2020. № 111.

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=115122>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-6](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-6)

14. Голдовский А.А. Численные модели прогнозирования контактных зон в результате ударного взаимодействия авиационных конструкций с преградой при

- аварийных ситуациях // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107919>
15. Юдин Д.А. Результаты численного моделирования конструкций изделий, при ударе о жидкую и твердую преграды // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107913>
16. Новоселов Б.В., Бушенин Д.В. Проектирование механических передач следящего привода. - Владимир: Областной совет НТО, 1981. – 172 с.
17. Честнат Г., Майер Р. Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. - Ч. I. - 340 с.; Ч. II. – 391 с.
18. Новоселов Б.В. Механические передачи в следящем приводе. - М.: НТЦ Инфротехника, 1993. – 112 с.
19. Балакшин Б.С. и др. Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1972. – 616 с.
20. Адам Я.И., Овумян Г.Г. Справочник зубореза. - М.: Машиностроение, 1971. – 232 с.
21. Hilber H.M., Hughes T.J.R., Taylor R.L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics // Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1977, vol. 5 (3), pp. 283-292. DOI: [10.1002/eqe.4290050306](https://doi.org/10.1002/eqe.4290050306).
22. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics // Journal of the Engineering Mechanics Division, 1959. DOI: [10.1061/TACEAT.0008448](https://doi.org/10.1061/TACEAT.0008448)

23. Hussein B., Shabana A.A., Negrut D. Implicit and explicit integration in the solution of the absolute nodal coordinate differential/algebraic equations // *Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 54, no. 4, pp. 283-296. DOI [10.1007/s11071-007-9328-9](https://doi.org/10.1007/s11071-007-9328-9)
24. Лустенкова Е.С., Метелица Я.Н., Моисеенко А.Н. Моделирование плоскоконического роликового зацепления в системах NX и MSC.Adams // *Вестник Белорусско-Российского университета*. 2020. № 2 (67). С. 68-77. DOI: [10.53078/20778481_2020_2_68](https://doi.org/10.53078/20778481_2020_2_68)
25. Герасимчук В.В. Моделирование динамики движения двухзвенного механизма посадочной платформы десантного модуля // *Труды МАИ*. 2019. № 107. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=107904>
26. Lankarani H.M., Nikravesh P.E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems // *Journal of mechanical design*, 1990, vol. 112 (3), pp. 369-376. DOI: [10.1115/1.2912617](https://doi.org/10.1115/1.2912617)
27. Марченко Д.М., Шимановский А.О. Верификация сил трения, реализуемых в MSC.Adams при работе функции "contact" // *Механика. Исследования и инновации*. 2018. № 11. С. 185-194.
28. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3-х т. – М.: Машиностроение, 2001. Т.2 -683 р.
29. ГОСТ 1758-56. Передатки зубчатые. – М.: Изд-во стандартов, 1973. – 219 с.
30. Нахатакян Ф.Г. Влияние зазора в роликовых подшипниках на силовой контакт между его элементами // *Труды МАИ*. 2020. № 115. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=119901>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-04)

31. Сорокин Ф.Д., Чжан Х., Попов В.В., Иванников В.В. Экспериментальная верификация энергетической модели роликового подшипника для моделирования опорных узлов авиационных двигателей. Часть 1. Нагружение подшипника радиальной силой и поперечным моментом на специальном стенде, предотвращающем изгиб колец // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=100582>
32. Терсков В.Г., Романцов В.А. Динамические свойства и кинематические погрешности исполнительных механизмов при расчете и проектировании следящих систем. - М.: Изд-во МАИ, 1976. – 130 с.

References

1. Egorov I.M., Aleksanin S.A., Fedosovskii M.E., Kryazheva N.P. *Nauchno-tehnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki*, 2014, no. 6 (94), pp. 171-176.
2. Timofeev B.P., Abramchuk M.V., Bzhikhatlov I.A. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2019, vol. 62, no. 12, pp. 1092-1097. DOI: [10.17586/0021-3454-2019-62-12-1092-1097](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2019-62-12-1092-1097)
3. Timofeev, B.P., Abramchuk M.V. *Ispol'zovanie standartov pri proektirovochnykh otsenkakh kinematicheskoi pogreshnosti zubchatykh peredach // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2020, vol. 63, no. 6, pp. 555-561. DOI: [10.17586/0021-3454-2020-63-6-555-561](https://doi.org/10.17586/0021-3454-2020-63-6-555-561)
4. Kokina T.M. *Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ya*, 2017, no. 3, pp. 50-53. DOI: [10.24153/2079-5920-2017-7-3-50-53](https://doi.org/10.24153/2079-5920-2017-7-3-50-53)

5. Zabelin D.A. *Vestnik Mogilevskogo tekhnicheskogo universiteta*, 2006, no. 1 (10), pp. 73-77.
6. Vasil'ev M.A., Stepanov V.S. *Aerospace MAI Journal*, 2016, vol. 23, no. 1, pp. 163 – 169.
7. Vasiliev M., Stepanov V. Research of the Kinematic Error of a Wave Gear with Rolling Bodies, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2020, vol. 1115, pp. 550-558. DOI: [10.1007/978-3-030-37916-2_53](https://doi.org/10.1007/978-3-030-37916-2_53)
8. Vasil'ev M.A. *17 Mezhdunarodnaya konferentsiya «Aviatsiya i kosmonavtika-2018»: tezisyy dokladov*, Moscow, Lyuksor, 2018, pp. 376-377.
9. Kapitonov A.V., Nepsha D.V., Goncharov M.V., Lysov V.P., Chernyakov S.G. *Vestnik Belorussko-Rossiiskogo universiteta*, 2014, no. 3 (44), pp. 14-24. DOI: [10.53078/20778481_2014_3_14](https://doi.org/10.53078/20778481_2014_3_14)
10. Kostikov Yu.V., Timofeev G.A., Fursyak F.I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2013, no. 8, pp. 30-34.
11. Lyuminarskii I.E., Lyuminarskii S.E., Ivanov Yu.S. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2019, no. 11 (716), pp. 3-8. DOI: [10.18698/0536-1044-2019-11-3-8](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2019-11-3-8)
12. Lyuminarskii I.E., Lyuminarskii S.E., Balasanyan V.V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2021, no. 4 (733), pp. 48-54. DOI: [10.18698/0536-1044-2021-4-48-54](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-4-48-54)
13. Goldovskii A.A., Firсанov V.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 111. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115122>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-6](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-6)

14. Goldovskii A.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 107. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107919>
15. Yudin D.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 107. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107913>
16. Novoselov B.V., Bushenin D.V. *Proektirovanie mekhanicheskikh peredach sledyashchego privoda* (Design of mechanical transmissions for servo drives), Vladimir, Oblastnoi soviet NTO, 1981, 172 p.
17. Chestnat G., Maier R. *Proektirovanie i raschet sledyashchikh sistem i sistem regulirovaniya* (Design and calculation of servo systems and regulation systems), Moscow-Leningrad, Gosenergoizdat, 1959, vol. I. - 340 p.; vol. II. – 391 p.
18. Novoselov B.V. *Mekhanicheskie peredachi v sledyashchem privode* (Mechanical transmissions in a servo drive), Moscow, NTTs Infrotekhnika, 1993, 112 p.
19. Balakshin B.S. et al. *Vzaimozamenyaemost' i tekhnicheskie izmereniya v mashinostroenii* (Interchangeability and technical measurements in mechanical engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1972, 616 p.
20. Adam Ya.I., Ovumyan G.G. *Spravochnik zuboreza* (Tooth Cutter's Guide), Moscow, Mashinostroenie, 1971, 232 p.
21. Hilber H.M., Hughes T.J.R., Taylor R.L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1977, vol. 5 (3), pp. 283-292. DOI: [10.1002/eqe.4290050306](https://doi.org/10.1002/eqe.4290050306)
22. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1959. DOI: [10.1061/TACEAT.0008448](https://doi.org/10.1061/TACEAT.0008448)

23. Hussein B., Shabana A.A., Negrut D. Implicit and explicit integration in the solution of the absolute nodal coordinate differential/algebraic equations, *Nonlinear Dynamics*, 2008, vol. 54, no. 4, pp. 283-296. DOI [10.1007/s11071-007-9328-9](https://doi.org/10.1007/s11071-007-9328-9)
24. Lustenkova E.S., Metelitsa Ya.N., Moiseenko A.N. *Vestnik Belorussko-Rossiiskogo universiteta*, 2020, no. 2 (67), pp. 68-77. DOI: [10.53078/20778481_2020_2_68](https://doi.org/10.53078/20778481_2020_2_68)
25. Gerasimchuk V.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 107. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107904>
26. Lankarani H.M., Nikravesh P.E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems, *Journal of mechanical design*, 1990, vol. 112 (3), pp. 369-376. DOI: [10.1115/1.2912617](https://doi.org/10.1115/1.2912617)
27. Marchenko D.M., Shimanovskii A.O. *Mekhanika. Issledovaniya i innovatsii*, 2018, no. 11, pp. 185-194.
28. Anur'ev V.I. *Spravochnik konstruktora-mashinostroitel'ya* (Handbook for the mechanical engineer), Moscow, Mashinostroenie, 2001, vol. 2, 683 p.
29. *GOST 1758-56. Peredachi zubchatye* (Gears. GOST 1758-56.), Moscow, Izd-vo standartov, 1973, 219 p.
30. Nakhatakyan F.G. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119901>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-04)
31. Sorokin F.D., Chzhan Kh., Popov V.V., Ivannikov V.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 103. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=100582>
32. Terskov V.G., Romantsov V.A. *Dinamicheskie svoystva i kinematicheskie pogreshnosti ispolnitel'nykh mekhanizmov pri raschete i proektirovanii sledyashchikh system* (Dynamic

properties and kinematic errors of actuators in the calculation and design of servo systems),
Moscow, Izd-vo MAI, 1976, 130 p.

Статья поступила в редакцию 14.04.2022

Статья после доработки 20.04.2022

Одобрена после рецензирования 05.09.2022

Принята к публикации 12.10.2022

The article was submitted on. 14.04.2022; approved after reviewing on. 05.09.2022;
accepted for publication on 12.10.2022