УДК 519.8

Поиск безопасной возможности эффективного поражения цели

Пегачкова Е.А.*, Кондаратцев В.Л.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: pegachkova@mail.ru*

***e-mail: resi2311@mail.ru*

Аннотация

Рассматривается задача поиска оптимального, с точки зрения безопасности летательного аппарата, вектора управления на основе построения математической модели двухшагового алгоритма принятия решения. Приводится краткое обоснование выбора вероятностной модели для первого шага алгоритма, рассматривается проблема построения функции выигрыша – для второго шага. На основе первичной модели написана программа с тестовыми примерами, демонстрирующая работу алгоритма для реальных данных. Также поднимается вопрос о связях непрерывных и дискретных систем, породивший в последнее время большое число важных вопросов и задач в таком приоритетном для страны направлении как авиационные технологии.

Ключевые слова: бортовое программное обеспечение, геометрические вероятности, эффективность поражения.

Введение

При построении вспомогательных программных комплексов для бортовых систем военных бомбардировщиков чаще всего пользуются алгоритмами, ориентированными на системы реального времени [1,2]. Речь пойдёт о системах наведения неуправляемыми бомбами, для которых требуется вычисление оптимальной траектории сближения летательного аппарата (ЛА) с целью. Чаще всего для определения под каким углом атаки, с какой скоростью и с какого направления лучше атаковать, лётчик пользуется собственным боевым опытом, информацией полученной из разведывательных данных, и тактической обстановкой в реальном времени. Для окончательного принятия решения лётчик может воспользоваться навигационными приборами или специальными обзорными камерами, установленными на борту ЛА. Редко на каких образцах бомбардировщиков можно встретить системы, которые помогали бы принимать решения об оптимальной траектории полёта в боевой ситуации, а эта задача особенно актуальна при создании перспективных образцов авиационной и ракетно-космической техники. Поскольку алгоритмы, которые должны определять такие траектории, чаще всего имеют высокую вычислительную сложность [1] и соответственно не актуальны для систем реального времени, которыми как раз являются бортовые компьютеры ЛА, или вовсе плохо изучены. Как показывает практика военных стратегов, наиболее применимыми и эффективными оказались методы таких математических дисциплин как: теории вероятностей и математической статистики и теории игр. Поэтому при построении математической модели алгоритма, который мог бы по заданным мгновенным тактическим и лётным данным (которые бортовой компьютер получает от систем управления (СУ) самолёта) использовались методы именно этих разделов математики.

На первом шаге на основе метода геометрических вероятностей [3] решается вопрос о целесообразности сброса бомбы на территорию заданной площади, при подлёте к ней с заданной скоростью и известными характеристиками внешней среды ЛА. Если вероятность попадания в область меньше некоторого критического уровня (обычно выбирается граница допустимой эффективности 0,9), то на приборную панель выводится предупреждение о неэффективном сбросе.

Так как чаще всего сброс неуправляемых бомб, например, кассетного типа, производится на малых высотах, то велика опасность быть сбитым системами противовоздушной обороны (ПВО) противника. Если иметь некоторые данные об этих системах и собственном вооружении самолёта (количество установок ПВО, используемые ими типы ракет, количество собственных ракет, способных противостоять ракетам противника, наличие на борту тепловых ловушек и пр.), то можно рассматривать взаимодействия бомбардировщика и наземного противника как некоторую конечную антагонистическую игру. Поэтому на втором шаге на основе мгновенных тактических данных производится поиск оптимальной стратегии в такой игре [4]. В конечном итоге, у пилота всегда будет иметься на приборной панели рекомендации по решению о сбросе бомбы.

1. Постановка задачи

Пусть задан вектор ε – вектор динамических характеристик полёта ЛА, определяемый векторами, состоящими из компонент линейной и угловой скоростей, угловых скоростей и ускорений, величин перегрузок по всем направлениям, параметров силовой установки, высоты полёта. Также бортовой компьютер ЛА хранит в себе данные о состоянии боезапасов на борту и данные об области поражения, которые частично заданы, а частично определяются алгоритмами теории распознания образов. На вход первому этапу алгоритма поступают эти суммарные данные, после чего должна быть выработана вероятностная оценка эффективности попадания в область. Если оценка не проходит по заранее установленному критерию эффективной оценки, то на этом поиск решения прекращается. В противном случае в ход вступает второй этап алгоритма, результатом которого должен служить вектор, состоящий из параметров оптимальной безопасной атаки. Принципиальные схемы алгоритма и тактической модели приведены на рис.1, где ε – вектор информации о состоянии полёта, η – вектор тактической информации, $\psi(\psi_1,\psi_2)$ – вектор вероятностей, где ψ_1 – вероятность попадания в область поражения, ψ_2 – вероятность пересечения оси эффективного разлёта осколков и проекции линии курса ЛА, а в расширенной версии алгоритма вектор ψ может зависеть от вероятностей наличия у противника определённого типа ракет на установках ПВО, u_1, u_2, $\bar{u}$ – векторы управления. На рис.2. представлено схематичное зонирование поверхности, где Л.Ф.А. – левый фронт атаки, П.Ф.А. – правый фронт атаки с параметрами a и b соответственно, крестами обозначены установки ПВО. Параметр a – ширина левого фронта атаки, параметр b – ширина правого фронта атаки.

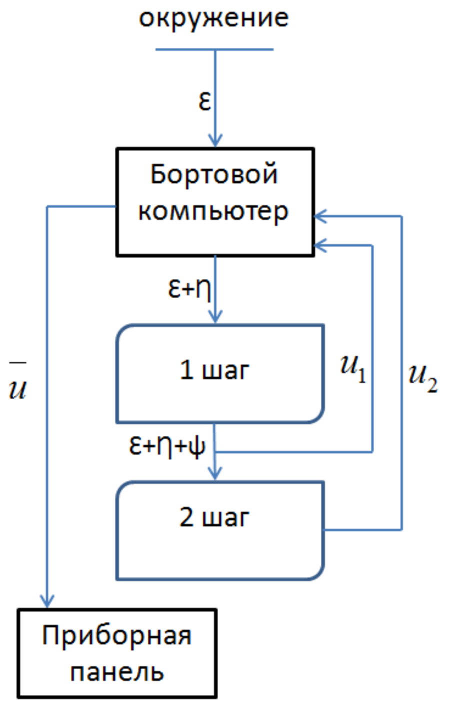


Рис.1. Схема работы алгоритма.

Рис. 2. Схема зонирования.

2. Этап построения вероятностной модели

Для того, чтобы определить насколько точно бомба попадёт в заданную область и насколько эффективную зону поражения она будет иметь воспользуемся геометрическими методами теории вероятностей.

Формально вероятностная модель выглядит следующим образом

$$card(\Omega) = \aleph_1;\ P(\omega_i) = P(\omega_j),\ \forall i, j \in R, \tag{1}$$

где Ω – пространство элементарных исходов, $\aleph_1$ – континуальная мощность, ω_i – элементарный исход.

Если может быть определена мера μ: $\Omega \mapsto \mu(\Omega)$ и соответствующее

отображение $A \subset 2^{\Omega} \mapsto \mu(A)$, то вероятность события A можно найти по формуле

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}. \qquad (2)$$

Причём вероятность в данном методе чувствительна к выбору меры. Классический пример такой чувствительности можно обнаружить в знаменитом парадоксе Бертрана. Известно, что для качественного описания физической задачи, выбранная мера должна обладать свойством трансформационной инвариантности. Рассматриваемая задача схожа с задачей Джеймса о бросании соломинки с расстояния в круг. Аналогично Джеймсу введём меру Жордана как на геометрических построениях, так и для подсчёта объёма в фазовом пространстве.

Ответ на вопрос о вероятности попадания бомбы в область поражения вытекает непосредственно из определения метода: вероятность будет численно равна отношению площади области поражения к площади, так называемой, "эффективной зоны разброса снаряда".

Для того чтобы ответить на вопрос об эффективности разлёта осколков от снаряда внутри области поражения, смоделируем её тонкой иглой, где сама бомба – это материальная точка, а отрезок проведённый через неё соответствует оси главного направления разрыва снаряда. Получается модифицированная задача Бюффона об игле, где наибольшая эффективность достигается, если игла перпендикулярна линии атаки и её центр лежит на линии, т.е. получается равномерное распределение осколков по всей области. Схема модели иглы Бюффона представлена на рис.3, где a – ширина левого фронта атаки, b – ширина правого фронта атаки, l – половина длинны фронта разлёта осколков (половина длины "иглы"), θ - угол между фронтом разлёта и линией атаки, x – расстояние от центра фронта разлёта до линии атаки.

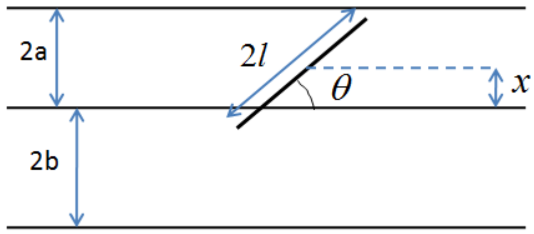


Рис.3. Модель иглы Бюффона.

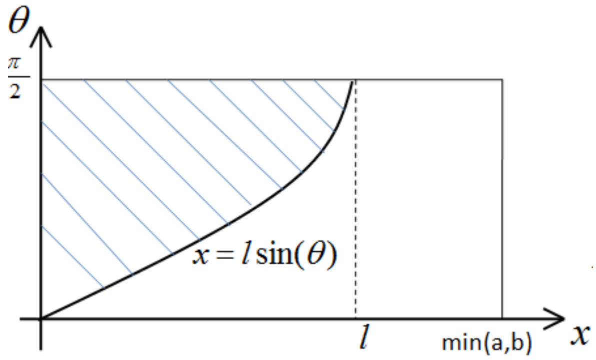


Рис.4. Подсчёт меры вероятности события в фазовом пространстве.

В классической задаче имеются полосы с заданным расстоянием между ними. Для рассматриваемой модели это будут правый и левый фронты атаки, где расстояния между линиями, определяющими эти полосы, будут зависеть от угла крена. Формализуем задачу и решим её для двух случаев: а) классическая задача с постоянной длиной "иглы"; б) модель, в которой разлёт осколков будет зависеть от некоторых констант, таких как тип бомбы, скорость ветра, угол между направлением проекции курса бомбардировщика на плоскость атаки и оси главного направления разрыва снаряда.

Пусть x – расстояние между бомбой, которой соответствует центр "иглы", и проекцией курса бомбардировщика, которой соответствует центральная линия в задаче Бюффона; θ – угол между направлением проекции курса бомбардировщика на плоскость атаки и оси главного направления разрыва снаряда. Тогда область определения этих величин, по которой будет строиться фазовое пространство, задаётся параметрами $x \in [0; \min(a,b)]$; $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$.

Условие пересечения "иглы" и центральной линии определяется неравенством: $x \le l\sin(\theta)$.

Рассмотрим описанные выше модели:

а) Классическая задача Бюффона: длина иглы величина постоянная $l(\theta) = const$, и внешние факторы влияния на динамику падения не оказывают. Вероятность события $A = \{\textit{игла пересекла линию атаки}\}$ по формуле (2) принимает вид

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{\int\limits_0^{\pi/2} d\theta \int\limits_0^{l\sin(\theta)} dx}{\frac{\pi}{2}\min(a,b)} = \frac{2l}{\pi\min(a,b)}.$$

Фазовое пространство для данной модели рассмотрено на рис.4.

б) Модель с учётом зависимости длины "иглы" от угла падения и некоторых баллистических констант $C_1, C_2 - const$. В такой модели длинна области разброса осколков будет вычисляться по формуле $l(\theta) = \frac{C_1}{\theta^{C_2}}$. Если принять $C_2 = 1$, т.е. есть сделать обшивку корпуса "нечувствительной" к геометрии разрыва, то вероятность события A, введённого ранее, будет находиться по формуле

$$P(A) = \frac{2C_1 \cdot Si(\frac{\pi}{2})}{\pi\min(a,b)}. \qquad (3)$$

С увеличением сложности механической модели падения снаряда, учитывая большее число факторов, влияющих на геометрию падения снаряда; рассматривая двумерную область разлёта осколков и прочее, увеличивается сложность вычислений необходимых для подсчёта соответствующих вероятностей, что негативно сказывается на временной сложности алгоритма, которая является одним из определяющих факторов в системах реального времени. Однако, как показали проверки временной сложности данного алгоритма, на большом числе входных данных, даже с самой сложной механической моделью, время, затраченное для подсчёта вероятностей, не превышает критического.

Проверим, насколько полученная математическая модель соответствует действительности. Например, воспользовавшись методом байесовских частот для выведения числа π, в модели с постоянной длинной зоны разброса осколков, которую мы будем аналогично классическому опыту принимать за иглу.

Пусть игла брошена n раз и в m раз произошло пересечение, тогда частота пересечения линии $\frac{m}{n} \approx P(A) = \frac{2l}{\pi \min(a,b)}$ и соответствующая оценка числа π: $\tilde{\pi} \approx \frac{2l \cdot n}{m \cdot \min(a,b)}$. Относительная погрешность вычислений здесь ищется по формуле $\varepsilon\tilde{\pi} = \frac{\tilde{\pi} - \pi}{\tilde{\pi}} \cdot 100\%$.

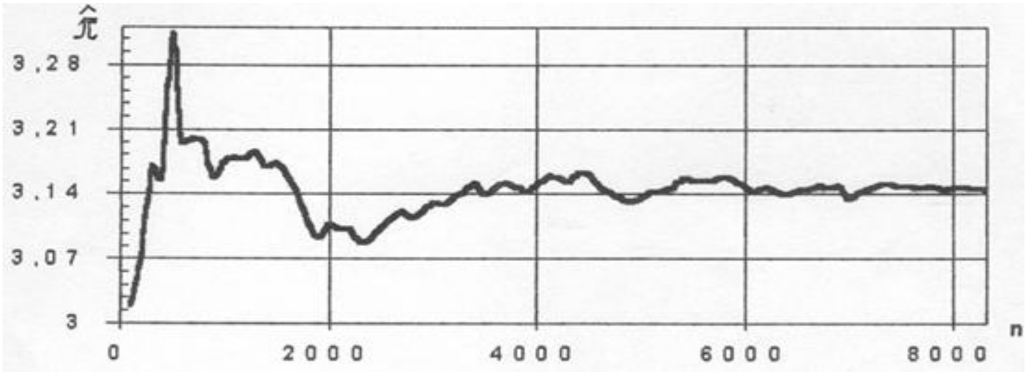
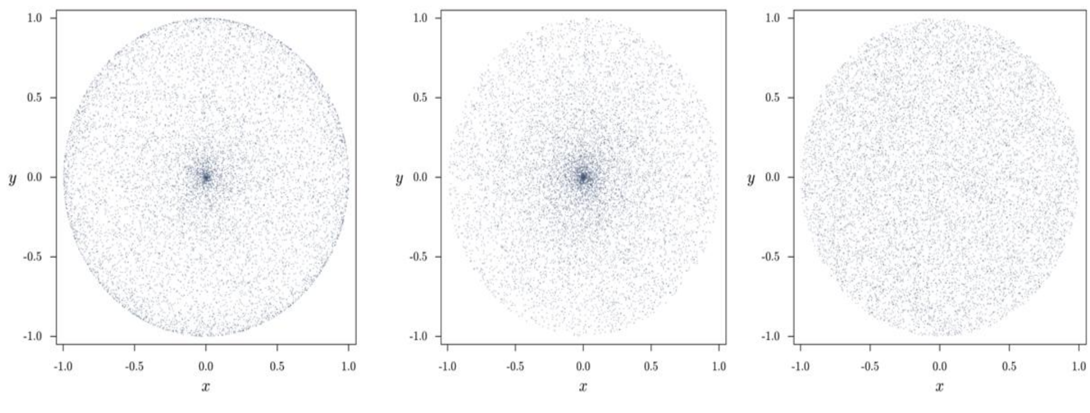


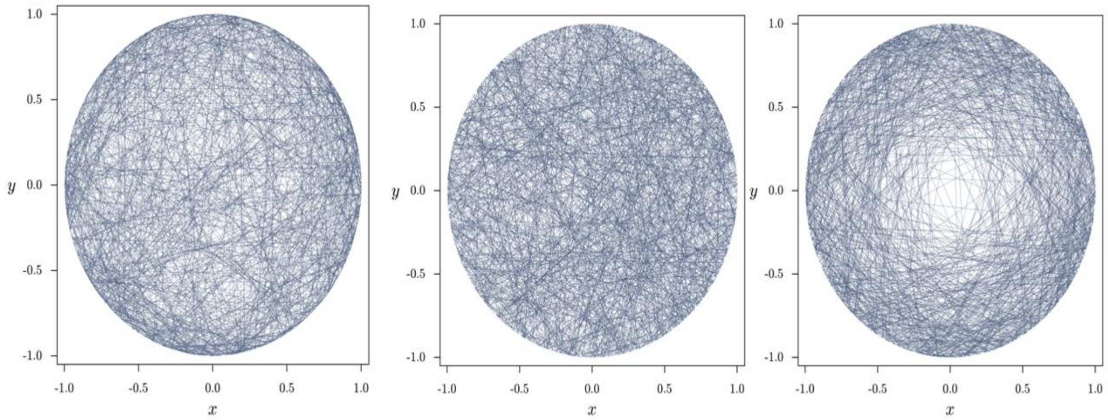
Рис.5. Зависимость числа π от количества бросков n.

Данная модель проверялась несколькими математическими центрами и показала свою устойчивость и хорошее соответствие реальности [5]. Из Рис.5 видно, что при увеличении числа опытов, частота стабилизируется около истинного значения проверяемой величины. Чтобы понять насколько модель удовлетворяет свойству трансформационной инвариантности, рассмотрим падение иглы в некоторую круглую область и оценим результаты для моделей с различными мерами. На рис.6 и 7 представлены результаты моделирования попадания центра иглы в круглую область и следа иглы, которым в нашей задаче является линия осколочного поражения, для трёх мер, предложенных Бертраном в классическом опыте по выявлению искомого свойства.



а) б) в)

Рис.6 Распределение попадания центра иглы.



а) б) в)

Рис.7. Распределение линий осколочного поражения.

Как показало моделирование, выбранная мера, на рисунках показана под пунктом "б", обладает свойством трансформационной инвариантности, так как вне зависимости от сужения или смещения области, плотность заполнения линиями остаётся постоянной, а центры линий соответствуют математическому ожиданию [5]. В перспективе планируется доработать меру таким образом, чтобы помимо трансформационной инвариантности она включала бы в себя чувствительность к наиболее вероятному смещению падения бомбы в сторону курса ЛА.

3. Этап построения антагонистической игры.

Если вероятность попасть достаточно велика, то возникает вопрос как лучше всего сбросить бомбу так, чтобы при этом не быть сбитым. Здесь в ход вступает теория игр. Имея информацию о собственном вооружении, частичную информацию о вооружении противника и информацию о возможных манёврах, которые может совершить ЛА в данный момент времени, можно построить конечное семейство параметров, которые будут отвечать различным стратегиям. Но некоторые параметры являются вероятностными, и неизвестно какие стратегии выберет противник, поэтому будем искать выигрышную стратегию в классе смешанных решений. Игра будет задаваться матрицей, так как количество стратегий конечно. Тогда получим постановку задачи в классе смешанных стратегий.

Пусть имеется смешанное расширение нормальной антагонистической игры Γ с матрицей A: $\Gamma_A = (X, Y, \varphi)$, где X – множество стратегий первого игрока, Y – множество стратегий второго игрока, φ – функция выигрыша. Для поиска оптимальной стратегии решается задача линейного программирования $\min(x;u),\ xA \geq \omega,\ x \geq 0$ либо двойственная ей задача: $\max(y;\omega),\ Ay \leq u,\ y \geq 0$ [4]. Рассматриваются случаи, в которых невозможно выделить доминирующие стратегии, следовательно, при большом числе стратегий, для поиска решения будем использовать симплекс метод Данцига [6].

После того как выбрано семейство параметров и способ подсчёта вероятностей принятия решений противником, задача поиска оптимальной стратегии становится тривиальной за исключением построения функции выигрыша. Этот процесс не поддаётся формализации и требует творческого подхода. Отличительной особенностью построения программного комплекса является конструирование функции выигрыша, методика построения этой функции следующая: выбирается некоторая базисная функция выигрыша, которую можно параметризировать, далее на основе результатов работы этой функции на множестве тестовых канонических примеров подбираются оптимальные параметры.

Рассмотрим построение матрицы игры. В общем случае она имеет вид

$$A_{m\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \text{ где } a_{ij}\in[-10;10]=Z_A \text{ и } a_{ij}=\begin{cases} z_1\in Z_A, z_1>0 \Leftrightarrow s_1; \\ z_2\in Z_A, z_2<0 \Leftrightarrow s_2; \\ z_3\in Z_A, z_3=0 \Leftrightarrow s_3, \end{cases}$$

причем s_1 – стратегия, при которой атака будет и безопасной и точной; s_2 – стратегия, которая может быть небезопасной или неточной, или одновременно неточная и небезопасная; s_3 – стратегия, обозначающая равновесную ситуацию, в которой атака может быть и эффективной и неэффективной, n – число стратегий первого игрока, m – число стратегий второго игрока. Элементы матрицы – значения функции выигрыша φ игры Γ_A для фиксированных стратегий ($Z_A = E(\varphi)$), которые отражают, какое количество условных балов по 10-тибальной шкале может выиграть игрок. Описание построения самих стратегий приведено далее. Постановка задачи линейного программирования будет иметь вид

$$\begin{cases} \min(\sum_i \xi_i); \\ (a_j^T;\xi)\geq 1; \\ \xi_i\geq 0; i\in\overline{1,m}; j\in\overline{1,n}, \end{cases}$$

где ξ_i вероятность выбора i–ой стратегии первым игроком, a_j – j-ый столбец матрицы A.

Далее рассмотрены примеры работы программы, написанной на основе изложенного алгоритма, на нескольких типах стандартных входных данных. Таковыми являются информация о динамике полёта: угловые скорости $\omega_1,\omega_2,\omega_3$, линейные скорости V_x,V_y,V_z, тяга двигателя F_t. Также требуется информация о вооружении бомбардировщика: количество бомб разных типов N_1, N_2, N_3, их мощности P_1, P_2, P_3 и информация о количестве установок ПВО противника по левому и по правому фронту атаки M_1, M_2, соответственно. Результатом является вектор, состоящий из: вероятности попадания в область для данной конфигурации полёта; вероятности пересечения линии атаки бомбой; стороны фланга атаки, на которой нужно устраивать бомбометание; типа бомбы, которую требуется сбрасывать; и скорости, на которой нужно проходить область бомбометания. Площадь области поражения S_1 считается заданной, а площадь области эффективного разброса $S_2 = S_2(\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \vec{V}, \vec{\omega}, H, \vec{U}, P_i)$ рассчитывается на основе скоростных параметров самолёта, высоты полёта H, скорости ветра $\vec{U}$ и типа бомбы P_i, для которой ищется эта площадь.

Вероятность попадания в область рассчитывается как отношение площадей $\frac{S_1}{S_2}$. Вероятность пересечения оси эффективного разлёта осколков и проекции линии курса ЛА ищется как отношение объемов в фазовом пространстве, рассчитываемых по заранее выбранной механической модели, зависящей от баллистических параметров снаряда и параметров a, b. Пример расчета такой вероятности – формула (3).

Все данные для выходного вектора содержатся в оптимальной стратегии, которая определяется на основе функции выигрыша $\varphi(\vec{V}, \vec{\omega}, F_t, \vec{N}, \vec{P}, \vec{M}, S_1, S_2)$, зависящей от всех входных параметров, а также площадей области поражения и области эффективного разброса. Множество стратегий является комбинацией всех возможных действий по рекомендации к атаке. Далее строится отношение предпочтения на множестве пар стратегий и параметров. Но некоторые предоставленные параметры являются непрерывными функциями, как например, скорости. Чтобы свести задачу к конечной игре, области значений этих непрерывных функций скоростей разбиваются на конечное число интервалов, которые являются новыми дискретными параметрами. Т.к. таких комбинаций может быть большое количество, то для решения задачи линейного программирования выбирается симплекс метод. Число стратегий 1-го игрока, например, можно вычислить таким образом: если k_1 – число дискретных параметров каждый из которых принимает α_1 возможных значений, k_2 – число непрерывных параметров, α_2 – число дискретных участков на которое разбивается каждый непрерывный параметр, то число стратегий $m = \prod_{k_1} \alpha_1(k_1) + \prod_{k_2} \alpha_2(k_2)$. Следовательно, даже при относительно небольшом числе параметров, размерность матрицы игры в зависимости от шага дискретизации может значительно вырасти.

Сама же функция выигрыша – есть функция полезности на отношении предпочтения. В процессе отладки алгоритма отношения уточняются и совершенствуются по принципу схожему с принципами машинного обучения. В программе эти отношения реализованы в виде базы данных, где для каждой ситуации в игре заданно число, которое прибавляется к выигрышу. Например, выигрыш уменьшается, если направление скорости ветра и скорости ЛА совпадают, а также, если скорость ЛА велика, то есть если Φ - значение функции выигрыша для всех ситуаций в конкретной стратегии без учтённого отношения предпочтения относительно скорости ветра, то при условии того, что $\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \geq V_{крит}$ или $\vec{V} \uparrow\uparrow \vec{U}$, то $\Phi_{полное} = \Phi - 1$ (или $\Phi_{полное} = \Phi - 2$, если два условия выполнены одновременно). В таком случае из механических соображений ясно, что бомбой, которая не обладает тормозным парашютом сложнее попасть в область с маленькой площадью. Для остальных предпочтений в программе заранее заданны аналогичные правила.

Рассмотренный на рис.8 пример работы программы демонстрирует случай, когда в силу динамики полёта и параметров, заданных в тесте (малой площади области поражения и высокой скорости попутного ветра), осуществить бомбометание затруднительно, об этом сигнализируют величины соответствующих вероятностей и предупреждение на сигнальном табло внизу левой информационной панели.

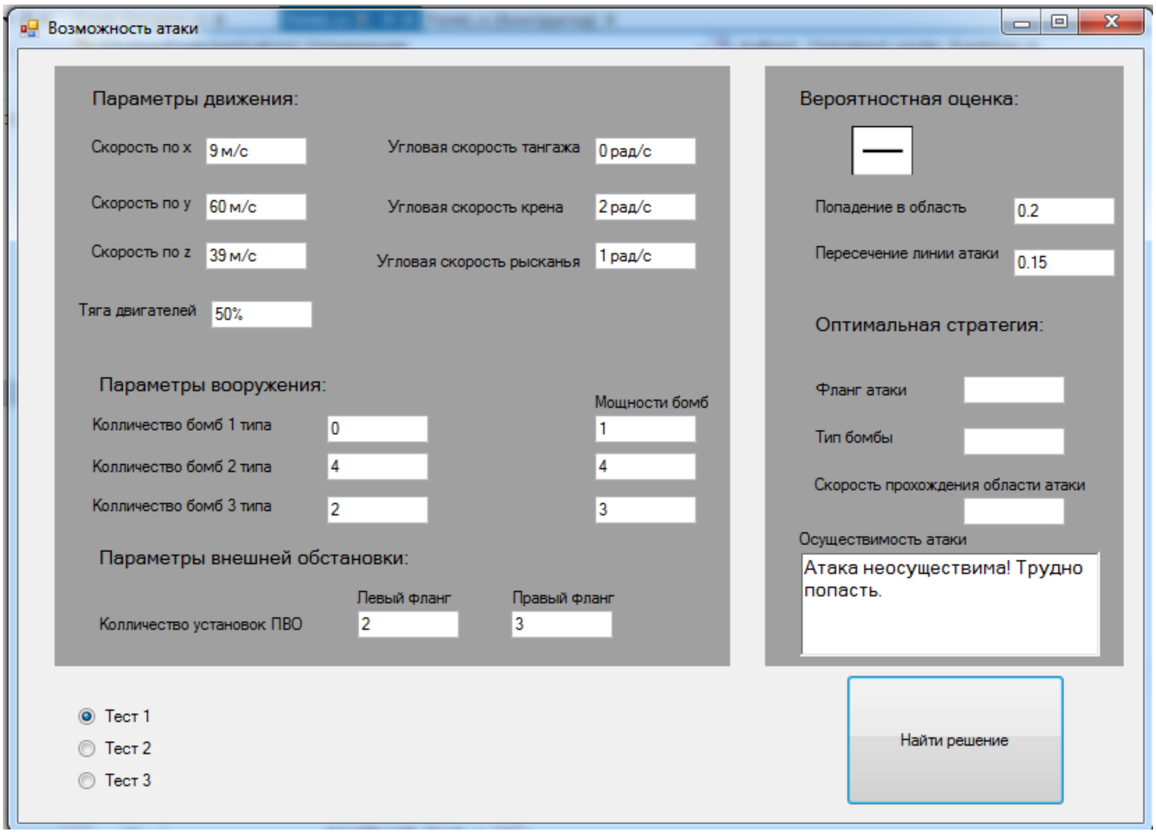


Рис.8. Пример с неосуществимым попаданием.

На рис.9 рассмотрена ситуация, когда с заданными параметрами области поражения и скорости подлёта к этой области можно осуществить эффективное бомбометание, но в силу соображений безопасности лучше к сбросу не приступать, поскольку ЛА может быть сбит. Функция выигрыша в данной ситуации ведёт себя таким образом, что при увеличении числа установок ПВО у противника и при ухудшенной маневренности растёт проигрыш для каждой стратегии.

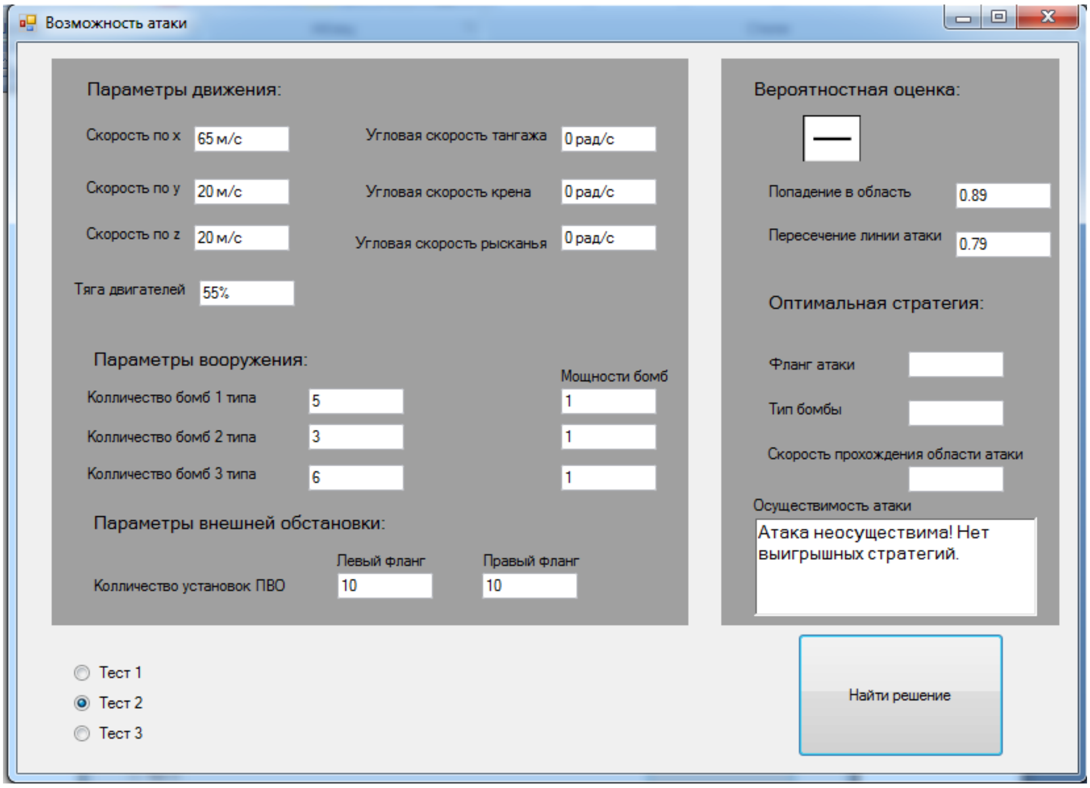


Рис.9 Пример с отсутствием оптимальных стратегий.

На рис.10 рассмотрена ситуация когда все параметры полёта благоприятствуют точному и безопасному сбросу бомбы. Можно заметить на данном примере некоторую специфику функции выигрыша: она увеличивает выигрыш той стратегии, для которой выбирается направление бомбометания на фронт атаки с отсутствующими установками ПВО противника.

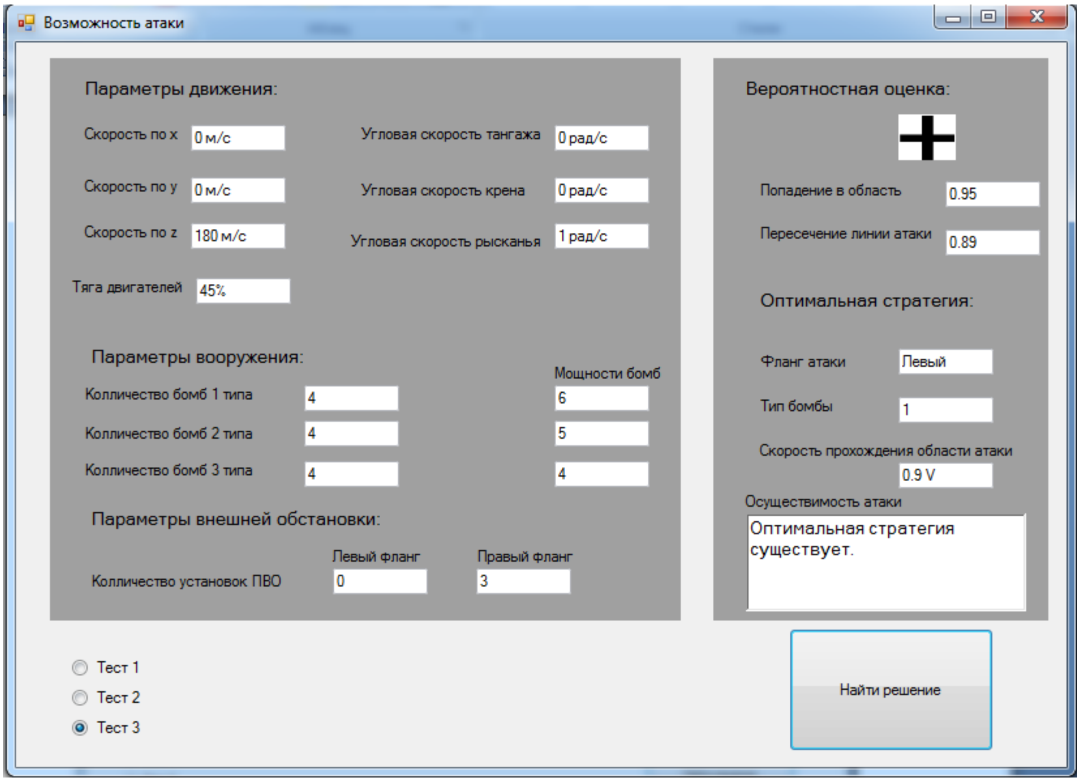


Рис.10. Пример с существующей оптимальной стратегией.

4. Выводы

1. В результате анализа системы взаимодействия «Бомбардировщик – система ПВО» была обоснована и построена первичная модель принятия решений для мгновенной тактической ситуации, а также, написана часть программного комплекса, отвечающая за поиск оптимальной стратегии.

2. При построении алгоритма применены геометрические методы теории вероятностей, алгоритмы теории игр и принятий решений, которые до этого не проходили серьёзной проверки системами реального времени.

3. В результате построения формальной модели, была написана часть программного комплекса, отвечающая за поиск оптимальной возможности безопасного поражения цели. На основе входных данных о мгновенной тактической ситуации, динамики полёта и данных об области поражения, строится

вероятностная оценка эффективности попадания в эту область и оценка эффективного разброса осколков по заранее выбранной механической модели разрыва бомбы. Программа строит возможные стратегии путём комбинирования всех заданных действий по сбросу бомбы. Функция выигрыша, представляющая собой отношение предпочтения на нечётком множестве, задаёт поощряющие или штрафные слагаемые для каждой ситуации на множестве пар стратегий и комбинаций всех заданных в программе дискретных и непрерывных параметров, которые для конечности задачи дискретизируются. В итоге, оптимальная стратегия, если она существует, выводится на экран для рекомендаций по сбросу бомбы. За исключением конкретных параметров сброса, рассматриваются три основные ситуации: сброс не рекомендован в силу малой вероятности попадания в зону поражения; сброс не рекомендован в силу опасности самого процесса; сброс рекомендован, и параметры сброса предоставляются пилоту. Отметим, что наибольшая часть исследований проводимых в данной работе посвящена именно построению отношения предпочтения для конструирования функции выигрыша.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-1404.2014.8 и РФФИ 15-08-01902-а.

Библиографический список

1. Краснов А.М. Управление поражением цели в комплексе авиационного вооружения со случайным изменением структуры // Электронный журнал "Труды МАИ", 2011, №49: https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=27946

2. Краснов А.М. Основы анализа процесса прицеливания в авиационных системах управления вооружением // Электронный журнал "Труды МАИ", 2012, №61: https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=35640

3. Пугачёв В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Наука, 2002. - 496 с.

4. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А. Шевкопляс Е.В. Теория игр. - СПб.: БХВ-Петербург, 2012. - 432 с.

5. Секей Г. Парадоксы в теории вероятности и математической статистики. - М.: Мир, 1990. - 249 с.

6. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. - М.: Высшая школа, 2005.- 544 с.