

УДК 531.391: 521.93

Оценка влияния параметров вращения земли в задаче координатно-временного обеспечения навигационных спутников

Ву Виет Чунг

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: vuviettrung@yandex.ru

Аннотация

Высокоточное обеспечение эфемерид навигационных спутников на требуемом интервале времени является одной из важнейших основополагающих задач навигационных спутниковых систем. Сложность математического описания всех возмущающих факторов, действующих на космический аппарат (КА), вызывает ошибки определения и прогноза их орбитального движения. В статье рассматривается построение алгоритма вычисления эфемерид на текущий момент и их прогноза с учетом параметров вращения Земли (ПВЗ) методом численного интегрирования с целью повышения точности навигации. Прецессия, нутация, колебания земного полюса и неравномерность вращения Земли описываются математическими уравнениями, являющимися функциями от времени, с высокой точностью вычисления на ЭВМ. Реализация перехода от небесной к земной системе координат с учетом ПВЗ позволяют решать не только задачи, связанные с орбитальным движением спутника, но и могут быть использованы для решения ряда астрономических, геофизических, геодезических и других задач.

Ключевые слова

земной полюс, поправка к всемирному времени, прецессия, нутация, навигационный спутник, небесная система координат, гринвичская система координат.

Введение

Достижение высоких точностей эфемеридно-временного обеспечения навигационных спутников (НС), а также их прогноз на коротком интервале времени продолжает оставаться важнейшей проблемой глобальных навигационных систем.

В настоящее время перед навигационными системами стоят задачи, требующие обеспечения значительно более длительного времени прогноза эфемерид с сохранением высокой точности. Так, высокоманевренные объекты не имеют возможности чтения передаваемых из спутников эфемерид, так как для этого требуется, чтобы спутник непрерывно находился в поле зрения антенны навигационного приемника минимум 30 с, а такая возможность для этих объектов не всегда обеспечивается [1]. Тогда эфемериды должны быть заложены в навигационный приемник, а в самом приемнике должны быть реализованы алгоритмы высокоточного прогноза этих эфемерид на более длительный интервал времени.

Для повышения точности прогноза необходимо разработать такую модель движения НС, которая бы учитывала ряд возмущений, заметно влияющих на орбиту КА. Достижение высоких точностей координатно-временного обеспечения НС тесно связано с фундаментальной проблемой построения динамических моделей вращательно-колебательного движения Земли, адекватных данным наблюдений Международной службы вращения Земли (МСВЗ).

Дифференциальные уравнения движения спутника с учетом параметров вращения Земли

На орбитальное движение спутников помимо центральной силы тяготения действуют также силы, обусловленные: нецентральностью поля тяготения; влиянием гравитационных полей Солнца, Луны, планет и других небесных тел; солнечным давлением; лунно-солнечными приливами; релятивистскими эффектами, электромагнитным полем и др. Кроме перечисленных возмущений на орбитальное движение КА влияют возмущения, вызванные вращательно-колебательным движением Земли в пространстве: прецессией и нутацией, колебаниями земного полюса, неравномерностью вращения Земли. Построение теоретических моделей всех возмущающих факторов достаточно трудоемкий процесс, поэтому с целью выявления влияния параметров вращения Земли на движение спутника в рамках данной работы будем рассматривать только основные возмущения и возмущения, обусловленные вращательно-колебательным движением Земли [2-5].

Математически уравнения движения спутника выражаются дифференциальными уравнениями второго порядка при интегрировании которых задаются начальные условия движения в виде векторов координат и скоростей в начальную эпоху. Рассчитанные на некоторое время вперед положения спутников сравниваются с их положением, полученным из наблюдений и измерений. Расхождения между этими положениями можно использовать для улучшения моделей возмущений, действующих на спутник, и уточнения начальных условий движения и координат станций наблюдений. Возмущенное движение спутника в околоземном пространстве под действием внешних возмущающих факторов описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x, & \frac{dy}{dt} &= v_y, & \frac{dz}{dt} &= v_z, \\ \frac{dv_x}{dt} &= \sum a_x, & \frac{dv_y}{dt} &= \sum a_y, & \frac{dv_z}{dt} &= \sum a_z. \end{aligned} \tag{1}$$

где $x, y, z, v_x, v_y, v_z, \sum a_x, \sum a_y, \sum a_z$ – проекции векторов координат, скоростей и суммарных ускорений космического аппарата (КА) на оси земной (гринвичской) системы координат (ГСК) соответственно.

Суммарный вектор ускорения в правой части (1) включает ряд различных по природе возмущающих составляющих, приведенных в таблице 1. Здесь введены стандартные обозначения $C_{20} = -1082.62575 \cdot 10^{-6}$ – коэффициент при второй зональной гармонике разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям; $\mu = 398600.4418 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2$ – константа гравитационного поля Земли; $R_e = 6378136 \text{ м}$ – радиус Земли; $\xi_k, \eta_k, \iota_k, r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – направляющие косинусы и величина радиус-вектора возмущающих тел в инерциальной системе координат (ИСК) [6]; $\mu_k = \frac{\mu}{r^2}, x_k = \frac{x}{r}, y_k = \frac{y}{r}, z_k = \frac{z}{r}; \Delta_k = \sqrt{(\xi_k - x_k)^2 + (\eta_k - y_k)^2 + (\iota_k - z_k)^2}$; (k – индекс возмущающего тела ($k = л$ для Луны и $k = с$ для Солнца) влияния которых на движение ИСЗ принято считать независимыми друг от друга); $\Delta\omega(t) = \omega_z(t) - \omega_0$ – отклонение истинной скорости вращения Земли от номинальной величины; $\omega_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$; x_p, y_p – текущие значения смещения полюса Земли (выражаемые в радианах) относительно оси Z в направлении осей X и Y ГСК соответственно; Ω_x, Ω_y – проекции суммарной угловой скорости прецессии и нутации Земли на оси X, Y ИСК в эпохе $J2000.0$; $A_{ij}(i, j = 1..3)$ – матрица перехода от ИСК к ГСК [1].

Основу модели геопотенциала составляют численные коэффициенты разложения в ряд по сферическим функциям. Современные модели содержат более тысячи коэффициентов разложения. Вклад возмущений от притяжения Луны и Солнца наиболее значителен для объектов, находящихся на высоких орбитах. Возмущения, обусловленные лунно-солнечными приливами упругой Земли, убывают с увеличением расстояния от поверхности [6].

Основные возмущающие ускорения				
	Составляющие, учитывающие коэф. C_{20} при разложении геопотенциала в ряд по сферическим функциям	Составляющие, учитывающие ускорения, вызываемые действием Луны и Солнца [6]	Составляющие, учитывающие силу Кориолиса	Составляющие, учитывающие центробежную силу
$\sum a_x =$	$\frac{3}{2}C_{20} \frac{\mu R_e}{r^5} x \left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k \left(\frac{\xi_k - x_k}{\Delta_k^3} - \xi_k \right) +$	$2\omega_z v_y +$	$\left(\omega_z - \frac{\mu}{r^3} \right) x +$
$\sum a_y =$	$\frac{3}{2}C_{20} \frac{\mu R_e}{r^5} y \left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k \left(\frac{\eta_k - y_k}{\Delta_k^3} - \eta_k \right) +$	$2\omega_z v_x +$	$\left(\omega_z - \frac{\mu}{r^3} \right) y +$
$\sum a_z =$	$\frac{3}{2}C_{20} \frac{\mu R_e}{r^5} z \left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) +$	$\bar{\mu}_k \left(\frac{l_k - z_k}{\Delta_k^3} - l_k \right) +$		$-\frac{\mu}{r^3} z +$
Возмущающие ускорения, обусловленные вращательно-колебательным движением Земли				
	Составляющие, учитывающие неравномерность вращения Земли [1]	Составляющие, учитывающие движение земного полюса [1]	Составляющие, учитывающие прецессию и нутацию [1]	
$\sum a_x$	$+2\omega_0 \Delta \omega x + 2\Delta \omega v_y +$	$-x_p \omega_z^2 z + 2y_p \omega_z^2 v_z +$	$-A_{11} \Omega_y v_z + A_{12} \Omega_x v_z +$ $A_{13} \left(\Omega_y (v_x - \omega_z y) + \Omega_x (v_y + \omega_z x) \right)$	
$\sum a_y$	$+2\omega_0 \Delta \omega y - 2\Delta \omega v_x +$	$y_p \omega_z^2 z + 2x_p \omega_z^2 v_z +$	$-A_{21} \Omega_y v_z + A_{22} \Omega_x v_z +$ $A_{23} \left(\Omega_y (v_x - \omega_z y) + \Omega_x (v_y + \omega_z x) \right)$	
$\sum a_z$	$+2\omega_0 \Delta \omega z +$	$-x_p \omega_z^2 x + y_p \omega_z^2 y -$ $-2y_p \omega_z^2 v_x + 2x_p \omega_z^2 v_y +$	$-A_{31} \Omega_y v_z + A_{32} \Omega_x v_z +$ $A_{33} \left(\Omega_y (v_x - \omega_z y) + \Omega_x (v_y + \omega_z x) \right)$	

Таблица 1. Основные возмущения и возмущения от вращательно-колебательного движения Земли, действующие на орбитальное движение спутника.

Ранее были разработаны математические модели вращательно-колебательного движения Земли, адекватные данным наблюдений и измерений МСВЗ [7]. Уравнения колебаний земного полюса имеет вид [2, 3]:

$$\begin{aligned}
 x_p(\tau) &= c_x(\tau) - a_x^c \cos 2\pi N\tau + a_x^s \sin 2\pi N\tau - Nd_x^c \cos 2\pi\tau - d_x^s \sin 2\pi\tau, \\
 y_p(\tau) &= c_y(\tau) + a_y^c \cos 2\pi N\tau + a_y^s \sin 2\pi N\tau - Nd_y^c \cos 2\pi\tau + d_y^s \sin 2\pi\tau.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где $N = 0.840 \div 0.845$ – чандлеровская частота, которая выбирается на основе дисперсионного анализа. Неизвестные $c_{x,y}$, $a_{x,y}^{c,s}$, $d_{x,y}^{c,s}$ – величины, подлежащие вычислению с помощью метода наименьших квадратов (МНК) [8] по данным МСВЗ [7].

Величина скорости вращения Земли $r(t)$ выведена из публикуемых значений вариаций длительности суток $l.o.d.$ (length of day change) [4, 5]

$$r(t) = \left[1 + \frac{d(UT1 - TAI)}{dt} \right] r_0 \approx \left[1 - \frac{l.o.d.(t)}{86400} \right] r_0, \quad (3)$$

$$l.o.d.(t) = D(t) - 86400 \text{ с}, \quad D(t) = \frac{r_0}{r(t)} 86400 \text{ с}.$$

где $\delta r(t) = r(t) - r_0$; r_0 – постоянная (средняя) угловая скорость собственного вращения Земли $r_0 = 7.292115 \cdot 10^{-5}$ рад/с; $D(t)$ – длительность суток в секундах ТАИ (Международное атомное время) и соответствующая повороту Земли на 360° , т.е. возрастанию времени на 24 часа в UT1 (основная версия всемирного времени, вычисляется пропорционально углу вращения Земли относительно международной небесной системы координат (ICRF)). Выражение для разности UT1-UTC имеет вид [4, 5]:

$$\begin{aligned} \frac{[UT1 - UTC](\tau)}{365.25} &= - \int l.o.d.(\tau) d\tau = const - c\tau - \\ &- \frac{1}{2\pi} \left[a_c^s \sin(2\pi\tau) - a_s^s \cos(2\pi\tau) \right] - \frac{1}{4\pi} \left[b_c^s \sin(4\pi\tau) - b_s^s \cos(4\pi\tau) \right] - \\ &- \frac{1}{2\pi\nu_m} \left[a_c^L \sin(2\pi\nu_m\tau) - a_s^L \cos(2\pi\nu_m\tau) \right] - \\ &- \frac{1}{2\pi\nu_f} \left[b_c^L \sin(2\pi\nu_f\tau) - b_s^L \cos(2\pi\nu_f\tau) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\nu_m = 13.28$, $\nu_f = 26.68$ [циклов/год] – частоты месячного и двухнедельного колебаний, обусловленных лунным возмущением; неизвестные c , $a_{c,s}^{S,L}$, $b_{c,s}^{S,L}$ – величины, подлежащие вычислению с помощью МНК [8] по данным МСВЗ [7].

Матрицы перехода от земной к небесной системе координат и обратно с учетом параметров вращения Земли

Обработка астрометрических наблюдений небесного объекта, проводимых с Земли, требует знания матрицы преобразования от ИСК к ГСК. За инерциальную систему координат принимается следующая: начало находится в центре масс Земли O ; ось Z направлена по мгновенной оси вращения Земли к истинному северному полюсу мира; ось X направлена в экваториальной плоскости к истинной точке весеннего равноденствия; ось Y дополняет систему до правой системы координат. Гринвичская (земная) система вращается вместе с Землей и не является инерциальной. Ориентация осей вращающейся Гринвичской (земной) системы : ось z является средней осью вращения Земли и направлена в опорный полюс; ось x лежит в плоскости опорного меридиана; ось y дополняет систему до правой системы координат [9].

Вращение ГСК относительно ИСК задается тремя углами Эйлера. Однако удобнее оказалось ввести промежуточную систему, движение которой относительно ИСК определяется принятой теорией прецессии-нутаии, а движение ГСК – относительно промежуточной системы параметрами вращения Земли. Переход между двумя системами координат осуществляется с помощью 5 углов: угловых координат земного полюса (x_p, y_p) измеряемых в земной системе координат, поправок к всемирному времени $UT1-UTC$ и поправки к прецессионным и нутационным углам $(\delta\psi, \delta\epsilon)$, которые находятся из наблюдений как поправки к вычисленным на основе принятой теории прецессии и нутации МАС углам $\Delta\psi, \Delta\epsilon$. Заметим, что эти пять углов определяются относительно оси, направленной в небесный эфемеридный полюс, а не относительно мгновенной оси вращения Земли.

Введем следующие матрицы элементарных поворотов [9]

$$\mathbf{R}_1(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}; \quad \mathbf{R}_2(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{R}_3(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$
(5)

Результирующая система координат формируется поворотом (5) начальной системы координат на угол ϕ относительно своих осей x , y , z соответственно.

Учет прецессии и нутации (переход от среднего экватора и равноденствия эпохи T_0 – геоцентрическая небесная система координат (ГНСК) к истинному экватору и равноденствию эпохи T – промежуточная ИСК) выполняется с помощью выражения [9]

$$\mathbf{r}_{IRS} = \mathbf{N}(t) \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{r}_{GCRS};$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}_1(-\eta_0) \mathbf{R}_2(\xi_0) \mathbf{R}_3(d\alpha_0).$$
(6)

где \mathbf{r}_{IRS} , \mathbf{r}_{GCRS} , $\mathbf{P}(t)$, $\mathbf{N}(t)$ – векторы в ИСК и ГНСК, матрицы учета прецессии и нутации, соответственно; \mathbf{B} – матрица перехода от ГНСК к небесной системе координат, соответствующей динамическому среднему экватору и равноденствию эпохи $J2000.0$ ($d\alpha_0 = -22.9'$, $\xi_0 = 9.1'$, $\eta_0 = -19.9'$) [9]; время t измеряется в юлианских столетиях (по 36525 суток) от эпохи $J2000.0$.

Для вычисления матрицы преобразования координат вектора от промежуточной небесной системы координат к ГСК необходимо выполнить три поворота осей земной системы: сначала относительно оси y на угол x_p затем относительно оси x на угол y_p и вокруг оси z на угол $GAST$ (Greenwich mean sidereal time) – гринвичское истинное звездное время [9]

$$\mathbf{r}_{IRS} = \mathbf{R}_3(-GAST) \mathbf{R}_1(y_p) \mathbf{R}_2(x_p) \mathbf{r}_{TRS};$$
(7)

Так как преобразование от промежуточной системы к средней системе, заданной на эпоху $J2000.0$, описывается уравнением (6), то имеем:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{GCRS} &= \mathbf{A} \mathbf{r}_{TRS}; \\ \mathbf{A} &= \mathbf{B}^T \mathbf{P}^T(t) \mathbf{N}^T(t) \mathbf{R}_3(-GAST) \mathbf{R}_1(y_p) \mathbf{R}_2(x_p); \end{aligned} \quad (8)$$

Значение гринвичского истинного звездного времени $GAST$ можно выразить через Всемирное время UT1 [9]

$$\begin{aligned} GAST &= GMST + \varepsilon_\gamma / 15; \\ GMST &= 86400 \cdot \theta + (0.014506 + 4612.156534 T + 1.3915817 T^2 - \\ &\quad - 0.00000044 T^3 - 0.000029956 T^4 - 0.000000368 T^5) / 15; \\ \theta &= 0.7790572732640 + 1.00273781191135448 D_U + [JD(UT1)]; \\ D_U &= JD(UT1) - 2451545.0; \\ UT1 &= UTC + (UT1 - UTC) \approx dUT1. \end{aligned} \quad (9)$$

где ε_γ – уравнение равноденствия; GMST (Greenwich mean sidereal time) – гринвичское среднее звездное время; D_U – число суток UT1 от 12ч⁰⁰ 01 января 2000 г. UT1 (в сутках); θ измеряется в радианах или в градусах; время T в формуле (9) и далее измеряется в юлианских столетиях (по 36525) суток от эпохи $J2000.0$. Уравнение равноденствия, матрица прецессии $\mathbf{P}(t)$, матрица нутации $\mathbf{N}(t)$ вычисляются с высокой точностью через прецессионные и нутационные параметры по современной теории нутации, рекомендованной IAU [9].

Алгоритм вычисления прогноза эфемерид спутника с учетом параметров вращения Земли. Численное моделирование орбитальных движений навигационных спутников

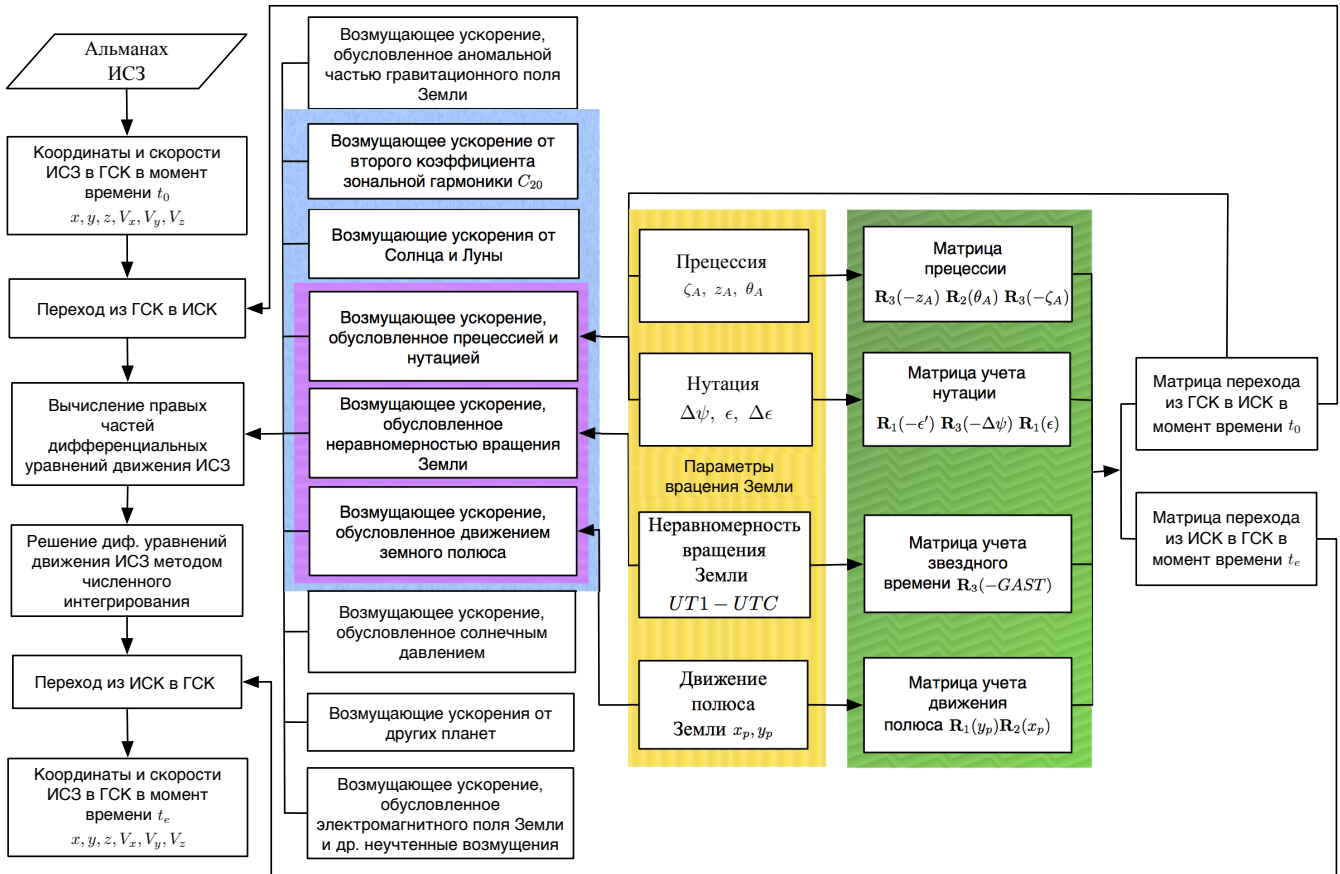


Рис. 1. Алгоритм вычисления текущей эфемериды и ее прогноз спутника с учетом ПВЗ

На рис. 1 приведен алгоритм вычисления как текущей эфемериды спутника, и так и для ее краткосрочного прогноза на основе численного интегрирования. На схеме изображен учет ПВЗ в задаче формирования матрицы перехода из ИСК к ГСК (и обратно) и возмущающих ускорений правых частей системы уравнений (1).

Текущие значения углов прецессии и нутации вычисляются по принятой теории нутации, рекомендованной МАС [9], а текущие значения смещения земного полюса x_p , y_p и поправки $UT1 - UTC$ вычисляются с помощью формул (3), (4). Реализация алгоритма моделирования движения земного полюса на коротком интервале времени по формуле (3) с интервалом интерполяции с 23.06.2013 по 13.07.2013, дает выражения:

$$\begin{aligned}
x_p(t) &= 0.06982 + 0.01335 \sin(0.01720t) + 0.08690 \cos(0.01720t) + \\
&\quad + 0.07812 \sin(0.014536t) - 0.07949 \cos(0.014536t); \\
y_p(t) &= 0.31365 - 0.01335 \sin(0.01720t) + 0.08690 \cos(0.01720t) + \\
&\quad + 0.07812 \sin(0.014536t) + 0.07949 \cos(0.014536t);
\end{aligned}
\tag{10}$$

значение поправки времени $UT1-UTC$ по формуле (4) с интервалом интерполяции с 13.06.2013 по 13.07.2013

$$\begin{aligned}
[UT1 - UTC](t) &= 0.54436 - 0.03025t + \\
&\quad + 2.19959 \sin(0.01720t) + 0.56451 \cos(0.01720t) - \\
&\quad - 0.25859 \sin(0.03440t) + 0.11607 \cos(0.03440t) + \\
&\quad + 0.00136 \sin(0.22845t) + 0.00061 \cos(0.22845t) - \\
&\quad - 0.00018 \cos(0.45896t) + 0.00038 \sin(0.45896t);
\end{aligned}
\tag{11}$$

в формулах (10) и (11) время t измеряется в стандартных сутках.

Промоделируем орбитальное движение навигационного спутника типа ГЛОНАСС. Начальными условиями для интегрирования на эпоху $t_0 = 1ч^{00}$ 14.07.2013 (время UTC) являются векторы координат и скоростей $\mathbf{r}(t_0)$, $\mathbf{v}(t_0)$, вычисляемые из альманаха ИСЗ или из навигационного кадра. Эти векторы необходимо пересчитать из ГСК $Oxyz$ в ИСК $OXYZ$. В качестве ГСК в системе ГЛОНАСС используется система ПЗ-90-02. Переход от ПЗ-90-02 к ITRF (фактически совпадает с системой WGS-84, которая используется в системе GPS) осуществляется следующим (значения координат измеряются в метрах):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS-84} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{PZ-90-02} + \begin{bmatrix} -0.36 \\ 0.08 \\ 0.18 \end{bmatrix};
\tag{12}$$

Затем полученный результат домножается на матрицу перехода, приведенную в формуле (8).

На моменты времени t_i вычислялись векторы состояний $\bar{\mathbf{r}}(t_i)$ и скорости $\bar{\mathbf{v}}(t_i)$ без учета ПВЗ. Для этих же условий по приведённому алгоритму вычислялись эти векторы $\tilde{\mathbf{r}}(t_i)$, $\tilde{\mathbf{v}}(t_i)$ с учетом фундаментальных составляющих ПВЗ по формулам (2), (3). Решение системы дифференциальных уравнений движения осуществлялось методом Рунге-Кутты 5-порядка с шагом 1 мин. Тогда разности $\Delta\mathbf{r}(t_i) = \tilde{\mathbf{r}}(t_i) - \bar{\mathbf{r}}(t_i)$, $\Delta\mathbf{v}(t_i) = \tilde{\mathbf{v}}(t_i) - \bar{\mathbf{v}}(t_i)$ показывают степень отклонения от реальной траектории в случае учета ПВЗ. Необходимо отметить, что динамическая модель вращательно-колебательного движения Земли хорошо согласуется с данным МСВЗ.

После интегрирования полученные в ИСК координаты $X(t_i)$, $Y(t_i)$, $Z(t_i)$ и составляющие вектора скорости КА $v_x(t_i)$, $v_y(t_i)$, $v_z(t_i)$ могут быть переведены в связанную с Землей ГСК.

На рис. 2 показаны временные зависимости отклонений $\Delta\mathbf{r}(t_i)$, $\Delta\mathbf{v}(t_i)$ навигационных спутников в группировке за 6-ти часовой интервал времени от 1ч⁰⁰ 14.07.2013. За первый час, ошибки прогноза невелики (меньше 10 м по координатам, 0.01 м/с по скоростям), но начиная со второго часа моделирования эти ошибки достигают значительных величин (от десятков до сотен метров (до ~ 500 метров) по координатам, и до ~ 0.08 м/с по скоростям).

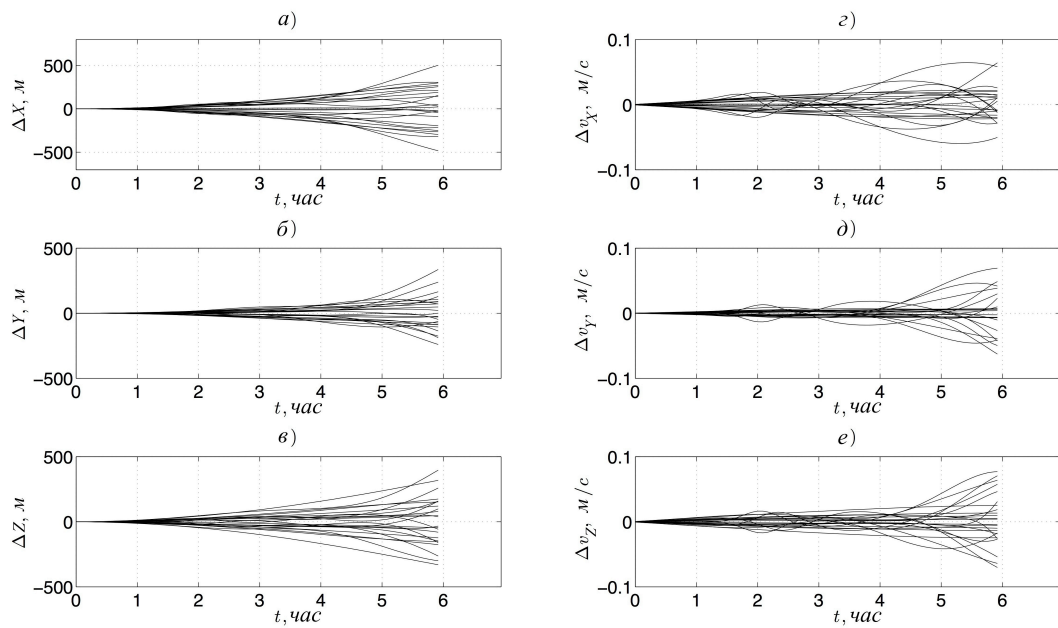


Рис. 2. Разности $\Delta \mathbf{r}(t_i)$ (слева) и $\Delta \mathbf{v}(t_i)$ (справа) прогноза эфемерид навигационных спутников за 6-ти часовой интервал времени : а, г) по продольной давности; б, д) по высоте; в, е) по боковой дальности.

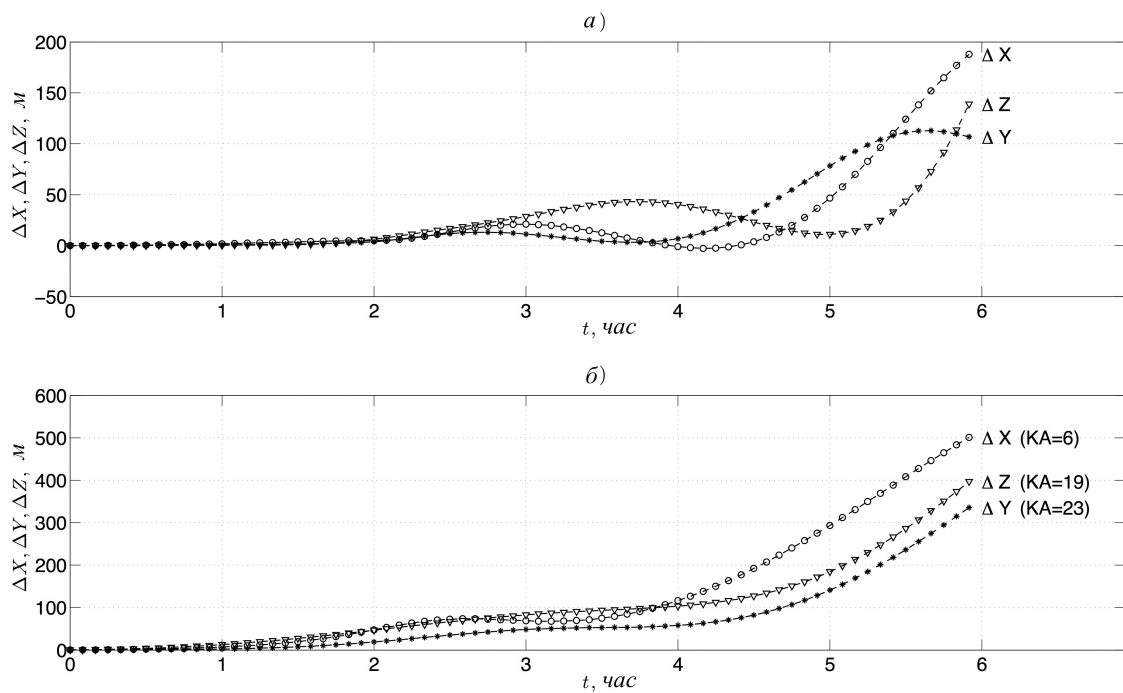


Рис. 3. Средние разности – рис. а) и максимальные разности $\Delta \mathbf{r}(t_i)$ – рис. б) прогноза эфемерид навигационных спутников за 6-ти часовой интервал времени;

На рис. 3 приведены средние и максимальные ошибки прогноза эфемерид 24 спутников в группировке за 6-ти часовой интервал времени от 1ч⁰⁰ 14.07.2013 по трем каналам. Средние значения ошибок прогноза координат по трем каналам за первые два часа остаются почти неизменными и близкие к нулю. Начиная с третьего часа эти ошибки накапливаются и резко возрастают до 100 м – 200 м. Максимальные ошибки прогноза (с указанием номера КА в группировке) до ~ 500, 400, 350 м по трем осям X , Y , Z соответственно в конце интервала моделирования.

Показано, что использованные математические модели ПВЗ (колебательного процесса земного полюса и неравномерности вращения Земли) и разработанные алгоритмы непосредственного их учета на основе данных МСВЗ позволяют продлить интервал времени, увеличить точность прогнозирования эфемерид спутника и могут быть реализованы в аппаратуре потребителя.

Библиографический список

1. Марков Ю. Г., Михайлов М. В., Почукаев В. П. Учет фундаментальных составляющих параметров вращения земли в формировании высокоточной орбиты навигационных спутников // *ДАН*. – 2012. – Т. 1. – С. 37-41.
2. Акуленко Л. Д., Кумакшев С. А., Марков Ю. Г. др. Высокоточный прогноз движения полюса Земли // *Астрономический журнал*. – 2006. – Т. 4(83). – С. 376-384.
3. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. Моделирование движения полюса Земли на коротком интервале // *ДАН*. – 2009. – Т. 2(425). – С. 1-6.
4. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. Неравномерности вращения Земли // *ДАН*. – 2007. – Т. 4(417). – С. 483-488.
5. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. Небесномеханическая модель неравномерности вращения Земли // *ДАН*. – 2012. – Т. 3(438). – С. 326-331.

6. Дубошин Г. Н. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. – Москва : Наука, 1971. – 584 с.
7. IERS Technical Note No. 29, 36 // Frankfurt am Mein: BKG. – 2010.
8. Губанов В. С. Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии. – Спб : Наука, 1997. – 318 с.
9. Circular No. 179 // The IAU Resolutions on Astronomical Reference Systems, Time Scales, and Earth Rotation Models: Explanation and Implementation / United states naval observatory. – 2005.