

Научная статья

УДК 629.785

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180657>

ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКУЮ ОРБИТУ С НАКЛОНЕНИЕМ 30° К ПЛОСКОСТИ СОЛНЕЧНОГО ЭКВАТОРА

Михаил Сергеевич Константинов¹, Виктория Витальевна Шевченко² ✉

^{1,2} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия

¹ mkonst@bk.ru

² vv.shevchenko5894@gmail.com ✉

Аннотация. Анализируется выведение космического аппарата (КА) на рабочую гелиоцентрическую орбиту с целью обеспечить требуемое наклонение 30° к плоскости солнечного экватора за счет применения серии пассивных гравитационных маневров (ГМ) у Земли и Венеры. КА выводится на низкую околоземную орбиту с помощью ракеты-носителя «Союз-2.1б». КА оснащен комбинированной двигательной установкой (ДУ), состоящей из химического разгонного блока (ХРБ) «Фрегат», участвующего в старте КА с опорной околоземной орбиты с последующим его отделением, и электроракетной двигательной установки (ЭРДУ) на базе одного двигателя «СПД-140Д». Траектория выведения оптимизируется с использованием принципа максимума Понтрягина. Выбранная схема полета позволила значительно уменьшить время выведения на заданную гелиоцентрическую орбиту с 5 до 3,206 лет, масса КА на этой орбите составила 1499,3 кг.

Ключевые слова: проектно-баллистический анализ, электроракетная двигательная установка, пассивный гравитационный маневр, рабочие гелиоцентрические орбиты

Для цитирования: Константинов М.С., Шевченко В.В. Проектно-баллистический анализ выведения космического аппарата на гелиоцентрическую орбиту с наклонением 30° к плоскости солнечного экватора // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 2. С. 144–154. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180657>

Original article

PROJECT-AND-BALLISTIC ANALYSIS OF A SPACECRAFT INSERTION INTO THE HELIOCENTRIC ORBIT WITH THIRTY DEGREES INCLINATION TO THE SOLAR EQUATOR PLANE

Mikhail S. Konstantinov¹, Viktoriya V. Shevchenko² ✉

^{1,2} Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russia

¹ mkonst@bk.ru

² vv.shevchenko5894@gmail.com ✉

Abstract

The presented article deals with consideration of one of the possible trajectories for the Sun exploration from low heliocentric orbits with a given inclination of 30 degrees to the plane of the solar equator. The purpose of this analysis consists in the efficiency increasing of the space transportation systems while the interplanetary transfer realization by a series of passive gravity assist maneuvers near Earth and Venus.

For the transportation system, consisting of a launch vehicle “Soyuz-2.1b”, chemical upper stage “Fregat” and a spacecraft (SC) equipped with an electric rocket propulsion based on a single engine “SPD-140D”, a solution to the problem of a spacecraft insertion into the last working heliocentric orbit, was obtained within the framework of this study.

Characteristics of the SC insertion scheme were being found from the solution of the boundary value problem of the Pontryagin’s maximum principle, which allowed reducing the optimization problem to a boundary value problem for a system of ordinary differential equations. The SC mass launched into the last heliocentric orbit was considered as an optimization criterion.

The analyzed launch definition includes the following trajectory sections:

- the launch is performed from Baikonur Cosmodrome;
- the “Fregat” chemical upper stage ensures sufficient impulse of SC velocity for the of heliocentric Earth-to-Earth flight realization, on which the SC electric rocket propulsion activation is possible;
- the gravity assist maneuver near Earth is performed. It is considered passive, as well as all subsequent gravity assist maneuvers;
- on the heliocentric section of the Earth-to-Venus flight the SC thrust propulsion system turning on is possible as well;
- a series of four passive gravity assist maneuvers near Venus with the 1 : 1 order of resonances (the period of the Venus orbit is equal to the SC period). Heliocentric sections of the Venus-to Venus trajectory were considered passive;
- characteristics of the last gravity assist maneuver near Venus were selected in such a way as to satisfy the given inclination of the last working heliocentric orbit.

The launch date of November 7, 2031 (Julian date 2463177.979005602) turned out to be optimal for the considered launch epoch and the analyzed route. Other characteristics of the obtained trajectory are as follows:

1. At the SC launch from the Earth referenced orbit, the value of the chemical upper stage velocity impulse was equal to $\Delta V = 3468.293$ m/s. It ensured the value of hyperbolic excess velocity at the launch from the Earth equal to $V_{\infty} = 1305.019$ m/s.

2. The maximum fuelling of the “Fregat” chemical upper stage was used. The SC mass after the separation of the “Fregat” chemical upper stage was 1865.983 kg.

3. At the heliocentric Earth-to-Earth section, the SC thruster propulsion system was switched on three times. Three active sections and three passive sections of the electric rocket propulsion operation were obtained. The Earth-to-Earth flight duration was 447.367 days. It required 366.66 kg of xenon.

4. The SC hyperbolic velocity excess near Earth was 8690,038 m/s. The SC mass after the gravity assist maneuver near Earth was 1499.3 kg.

5. The angle of rotation of the hyperbola asymptote during the gravity assist maneuver near Earth turned out to be equal to the maximum permissible angle of 51.96°.

6. The Earth-to-Venus flight duration is 49.45 days. The Earth-to-Venus flight is passive.

7. The value of the hyperbolic excess velocity when SC approaching Venus was of 15,901 km/s.

8. The maximum angle of rotation of the hyperbola asymptote near Venus is 19,119°. The gravity assist maneuver near Venus was realized at the minimum flyby altitude near the planet.

9. The SC mass near Venus was 1499.3 kg.

It was noted that while the SC launching scheme implementation, the final mass of the SC was 590 kg more than in the launching of the SC with the chemical propulsion system, and 169.5 days earlier the SC reached the specified inclination of 30 degrees to the plane of the solar equator.

Keywords: design-and-ballistic analysis, electric propulsion system, passive gravity maneuver, working heliocentric orbits

For citation: Konstantinov M.S., Shevchenko V.V. Project-and-Ballistic Analysis of a Spacecraft Insertion into the Heliocentric Orbit with Thirty Degrees Inclination to the Solar Equator Plane. *Aerospace MAI Journal*, 2024, vol. 31, no. 2, pp. 144-154. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180657>

Введение

Центральное тело нашей планетной системы, Солнце, является одним из главных объектов космического исследования. Большой интерес представляют основные характеристики Солнца: химический состав, структура и динамика его атмосферы, а также солнечная активность. С целью более эффективного и детального исследования физики Солнца и солнечно-земных связей с 2000-х гг. началась разработка отечественного проекта «Интергелиозонд» [1]. Разработчиками проекта было предложено несколько схем выведения КА на рабочие орбиты для внеэклиптического исследования Солнца за относительно небольшое время. При этом рассматривалось минимальное время, равное пяти годам [2]. На текущий момент проект «Интергелиозонд» приостановлен.

Реализованы два зарубежных проекта для проведения физических исследований Солнца с низких гелиоцентрических орбит: «Parker Solar Probe» [3] и «Solar Orbiter» [4]. Программа полета данных аппаратов состоит из более чем 22 витков вокруг Солнца, а длительность миссии рассчитана на 7–8 лет [5].

Целью данной работы является анализ одной из траекторий выведения КА на последнюю рабочую гелиоцентрическую орбиту с заданными ограничениями и возможностью сокращения времени выведения.

Схема выведения на рабочие гелиоцентрические орбиты

Запуск КА планируется осуществлять с космодрома Байконур ракетой-носителем (РН) «Союз-2.1б» в 2030–2031 гг. на опорную круговую околоземную орбиту высотой 200 км и наклоном $51,6^\circ$ [6]. Масса транспортной системы на опорной орбите составляет 8200 кг [7]. КА оснащен комбинированной ДУ, состоящей из ХРБ «Фрегат» [8], участвующего в старте КА с опорной околоземной орбиты с последующим его отделением, и ЭРДУ на базе одного двигателя «СПД-140Д» [9]. Удельный импульс ХРБ принят равным 333,1 с, а максимальный рабочий запас топлива разгонного блока составляет 5350 кг [10]. Конечная масса ХРБ равна 970 кг, в нее включены масса конструкции разгонного блока и масса невырабатываемых остатков топлива. Для двигателя «СПД-140Д» тяга принималась равной 0,29 Н при удельном импульсе 1770 с [11].

Анализируемая схема выведения КА состоит из следующих участков:

- выведение КА на круговую околоземную орбиту ракетой-носителем «Союз-2.1б»;

- переход КА на отлетную траекторию, обеспечиваемый включением ДУ ХРБ «Фрегат»;

- полет на гелиоцентрической траектории Земля–Земля, где предусматривается возможность работы ЭРДУ КА;

- пассивный ГМ у Земли;

- гелиоцентрический участок перелета Земля–Венера, на котором также возможно включение маршевой ЭРДУ КА;

- последовательность пассивных ГМ у Венеры с выведением КА на систему гелиоцентрических траекторий, резонансных с орбитой Венеры. На этих гелиоцентрических орбитах включение маршевой ЭРДУ не предусматривается;

- последний ГМ у Венеры, обеспечивающий выведение КА на последнюю рабочую гелиоцентрическую орбиту с заданным наклоном к плоскости солнечного экватора.

Все гелиоцентрические орбиты, которые формируются за счет ГМ у Венеры, рассматриваются как рабочие, предполагается возможность проводить на них исследование Солнца.

При анализе траектории выведения КА применялся метод грависфер нулевой протяженности. Пассивные участки траектории после сближения с Венерой анализировались в рамках ограниченной задачи двух тел.

Ограничения рассматриваемой траектории выведения космического аппарата

Ограничения, накладываемые на траекторию, связаны с требованиями возможности работы служебных систем КА и комплекса научной аппаратуры, который должен обеспечивать:

- тепловой режим КА;

- функционирование бортового радиотехнического комплекса;

- исследование характеристик магнитного поля в приполярных областях Солнца;

- необходимое угловое поле для съемки короны Солнца в оптическом диапазоне и др.

Ограничениями на траекторию выведения КА являются:

- длительность выведения КА на последнюю рабочую гелиоцентрическую орбиту не должна превышать 5 лет;

- минимальная высота пролета КА при проведении ГМ ограничена размерами планеты и высотой ее атмосферы и принята равной 400 км;

- минимальная величина перигелия рабочих орбит 60 радиусов Солнца (R_{SUN}) ($0,279 \text{ а. е.}$), максимальная величина перигелия – $130 \cdot R_{\text{SUN}}$ ($0,605 \text{ а. е.}$);

- величина афелия рабочих орбит не более 1 а. е. ;

– наклонение последней рабочей орбиты КА к плоскости солнечного экватора должно быть не менее 30° [12].

Гравитационные и другие потери в скорости при старте КА с низкой околоземной орбите учитываются введением 5-процентного увеличения характеристической скорости ХРБ. То есть при расчете требуемого количества топлива ХРБ «Фрегат» его характеристическая скорость $V_{хар}^{РБ}$ рассчитывалась по значению импульса скорости ΔV , обеспечивающего нужное значение гиперболического избытка скорости отлета от Земли V_{∞} :

$$V_{хар}^{РБ} = 1,05 \cdot \Delta V; \tag{1}$$

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu_E}{r_0} + V_{\infty}^2} - \sqrt{\frac{\mu_E}{r_0}}, \tag{2}$$

где μ_E – гравитационный параметр Земли, r_0 – радиус низкой околоземной орбиты, на которую ракета-носитель выводит КА.

Формулировка оптимизационной задачи

Для анализируемой траектории выведения КА в качестве выбираемых параметров и функций управления рассматривались следующие характеристики:

- дата старта КА с околоземной орбиты T_{start} ;
- величина и направление вектора гиперболического избытка скорости при старте от Земли, представленного в виде трех его компонент $[V_{\infty x}, V_{\infty y}, V_{\infty z}]$;
- программа управления движением КА на гелиоцентрических участках перелета Земля–Земля и Земля–Венера: количество активных и пассивных участков, даты начала и конца этих участков, направление вектора тяги ЭРДУ на активных участках перелета;
- дата проведения ГМ у Земли $T_{grEarth}$;
- дата выполнения первого ГМ у Венеры $T_{grVenus1}$;
- число ГМ у Венеры;
- параметры пассивных ГМ у Земли и Венеры;
- порядок резонансов гелиоцентрических орбит после ГМ у Венеры $n : m$, где n и m – количество витков КА и Венеры вокруг Солнца между ГМ у Венеры.

Основной задачей проектирования траектории перелета КА является нахождение выбираемых характеристик, которые удовлетворяют заданным ограничениям, и сокращение времени выведения КА на последнюю рабочую орбиту.

Критерием оптимальности является масса КА, доставляемая на последнюю рабочую гелиоцентрическую орбиту с наклонением 30° к плоскости солнечного экватора. Поскольку работа маршевой

ДУ КА предполагается только на траектории Земля–Земля–Венера, а дальнейшее движение КА после первого пролета Венеры является пассивным, то в качестве критерия оптимизации целесообразно рассматривать массу КА в момент его первого подлета к Венере. Эта масса максимизируется.

Используемый в работе метод оптимизации – принцип максимума Понтрягина [13, 14].

Математическая модель для описания анализируемой траектории выведения

Перелет Земля–Земля и Земля–Венера. На гелиоцентрических участках перелета Земля–Земля и Земля–Венера проводилась оптимизация траектории КА с ЭРДУ. Вся траектория анализируется в солнечной экваториальной системе координат в рамках ограниченной задачи двух тел. Учитываются тяга ЭРДУ и притяжение КА Солнцем. Применялся принцип максимума Понтрягина, который позволяет свести задачу оптимального управления к краевой задаче с системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}; \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{P \cdot \delta}{m} \cdot \frac{\lambda_V}{\lambda_r}; \\ \frac{dm}{dt} = -\delta \cdot q; \\ \frac{d\lambda_r}{dt} = \frac{\lambda_V}{r^3} - \frac{3\mathbf{r}(\lambda_V, \mathbf{r})}{r^5}; \\ \frac{d\lambda_V}{dt} = -\lambda_r; \\ \frac{d\lambda_m}{dt} = \frac{P \cdot \delta \cdot \lambda_V}{m^2}, \end{cases} \tag{3}$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор КА; t – время; \mathbf{V} – вектор гелиоцентрической скорости КА; P – тяга ЭРДУ; δ – функция включения/выключения маршевой ДУ КА; m – масса КА; λ_r – вектор, сопряженный к радиус-вектору КА; λ_V – базис-вектор (вектор, сопряженный к вектору скорости); λ_m – сопряженная переменная к массе КА.

Все величины в (3) представлены в безразмерном виде. За единицу расстояния была принята астрономическая единица, за единицу массы – масса транспортной системы на опорной околоземной орбите, за единицу скорости – гелиоцентрическая местная круговая скорость на расстоянии 1 а. е. от Солнца, за единицу ускорения – отношение гравитационного параметра Солнца к квадрату единицы расстояния, за единицу тяги – произведение единичной массы на единичное ускорение.

Из условия максимума гамильтониана определяется оптимальный закон функции тяги (функции включения/выключения ДУ): если

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } \psi > 0; \\ 0, & \text{если } \psi \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

где ψ – функция переключения:

$$\psi = \frac{\lambda_V}{m} - \frac{\lambda_m}{w}, \quad (5)$$

где w – безразмерный удельный импульс ЭРДУ.

Пассивный гравитационный маневр. В рамках метода грависфер нулевой протяженности продолжительностью ГМ можно пренебречь. ГМ рассматривается как мгновенное изменение вектора гелиоцентрической скорости КА.

В качестве выбираемых параметров ГМ принимаются угол поворота вектора гиперболического избытка скорости β и угол γ , фиксирующий положение плоскости пролетной гиперболы. Угол β не должен превышать максимально допустимого значения β_{\max} :

$$\beta_{\max} = 2 \arcsin \left(1 + \frac{r_{\text{пл}}^{\min} \cdot V_{\infty}^2}{\mu_{\text{пл}}} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где $\mu_{\text{пл}}$ – гравитационный параметр планеты, у которой реализуется ГМ; V_{∞} – гиперболический избыток скорости КА; $r_{\text{пл}}^{\min}$ – минимальный радиус перицентра пролетной гиперболы (6771 км для Земли и 6451,8 км для Венеры).

На угол γ никаких ограничений не накладывается.

Зная вектор гиперболического избытка скорости при подлете к планете, можно определить двухпараметрическое семейство векторов гиперболического избытка скорости после пассивного ГМ [15]:

$$V_{\infty}^+(\beta, \gamma) = \begin{pmatrix} V_{\infty x}^- & -\frac{V_{\infty y}^- \cdot V_{\infty z}^-}{V_{\infty xy}^-} & -\frac{V_{\infty x}^- \cdot V_{\infty z}^-}{V_{\infty xy}^-} \\ V_{\infty y}^- & \frac{V_{\infty x}^- \cdot V_{\infty z}^-}{V_{\infty xy}^-} & -\frac{V_{\infty y}^- \cdot V_{\infty z}^-}{V_{\infty xy}^-} \\ V_{\infty z}^- & 0 & V_{\infty xy}^- \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \cdot \cos(\gamma) \\ \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $V_{\infty x}^-$, $V_{\infty y}^-$, $V_{\infty z}^-$ – компоненты вектора гиперболического избытка скорости при подлете к планете; $V_{\infty xy}^- = \sqrt{V_{\infty x}^{-2} + V_{\infty y}^{-2}}$ – проекция вектора гиперболического избытка скорости при подлете к пла-

нете на плоскость XOY в анализируемой системе координат.

Последовательность резонансов гелиоцентрических рабочих орбит после гравитационных маневров у Венеры. Двухпараметрическое семейство векторов гиперболического избытка скорости после пассивного ГМ у Венеры можно найти, используя (7), зная вектор гиперболического избытка скорости при подлете к Венере.

Гелиоцентрическая траектория после первого ГМ у Венеры анализируется с использованием изолиний на плоскости выбираемых параметров ГМ. Выбор параметров ГМ (β и γ) осуществляется таким образом, чтобы КА переходил на гелиоцентрическую орбиту Венера–Венера, находящуюся в орбитальном резонансе с орбитой Венеры. Поскольку на траекторию выведения КА наложены ограничения, описанные выше, то выбор допустимых резонансных орбит относительно небольшой. С целью уменьшения времени выведения КА на последнюю рабочую орбиту анализировались следующие резонансы: 1 : 1, 2 : 1, 3 : 2 и 4 : 3. Наиболее предпочтительными порядками резонансов являются 1 : 1 и 2 : 1.

Для определения возможных порядков резонансов анализируется диапазон периода гелиоцентрической орбиты после ГМ. Каждому допустимому порядку резонанса $n : m$ на плоскости параметров ГМ β и γ можно построить изолинию, соответствующую периоду орбиты КА, равному периоду орбиты Венеры, умноженному на $m : n$. Назовем такую линию на графике изолиний резонансной. В дальнейшем исследуются орбиты КА после ГМ у Венеры вдоль резонансной линии с учетом ограничений на радиусы перигелиев, афелиев и наклонов. Выбирается точка на резонансной линии, которая соответствует необходимым значениям радиусов и наклона. Соответствующие этой точке параметры ГМ (β_i и γ_i) можно использовать для дальнейшего исследования траектории.

В качестве примера на рис. 1 приведены изолинии траектории Венера–Венера для варианта порядка резонанса 1 : 1. Дата ГМ 18 марта 2033 года (юлианская дата 2463674.8003502195). Вектор гиперболического избытка скорости при первом подлете к Венере:

$$V_{\infty}^-(t_{\text{grm1}}) = \begin{pmatrix} -14,253 \\ -6,987 \\ -0,937 \end{pmatrix} \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Гиперболический избыток равен 15,901 км/с. Максимальный угол поворота асимптоты гиперболы при ГМ $\beta_{\max} = 19,119^\circ$. По оси абсцисс отложен угол β . Крайняя левая точки оси соответствует нулевому

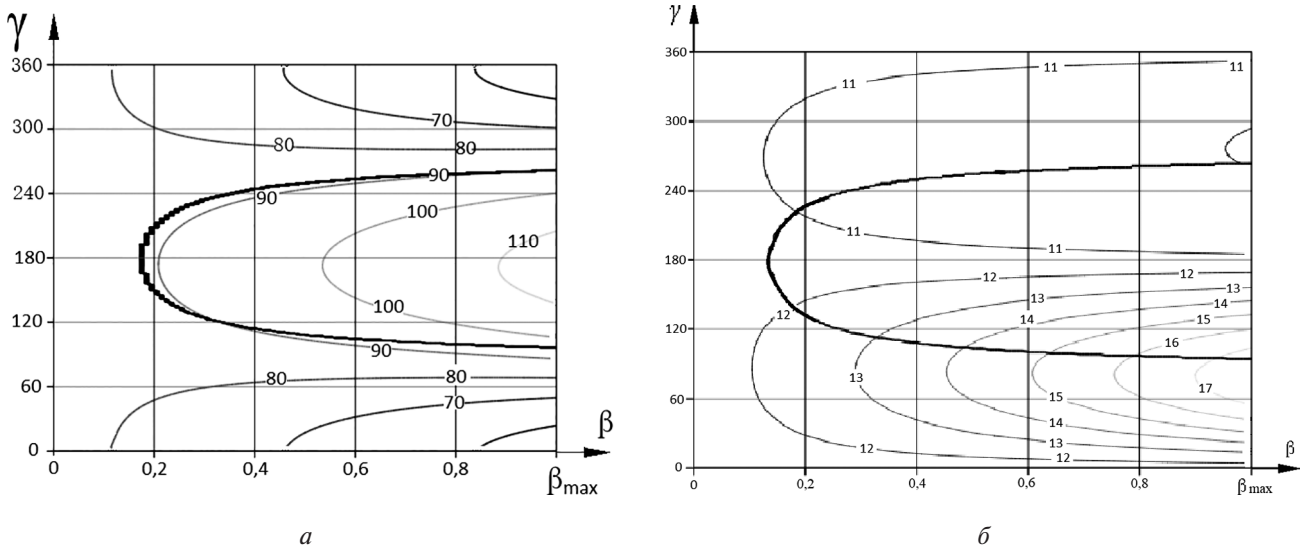


Рис. 1. Графики изолиний радиуса перигелия (а) и наклоения (б) после пассивного ГМ у Венеры

значению этого параметра. Крайняя правая точка оси соответствует β_{max} . По оси ординат отложен угол γ . Нижняя точка оси OY соответствует нулевому значению этого угла, а верхняя точка – 360° . Изолинии перигелиев и наклоений серого цвета. Единицы измерения радиусов перигелиев на рис. 1,а отображены в радиусах Солнца, а наклонение на рис. 1,б – в градусах. Резонансная линия, соответствующая порядку резонанса 1 : 1, – жирная черная линия.

Параметры последнего ГМ у Венеры выбирались из условия обеспечения заданного наклоения (30°) рабочей орбиты КА к плоскости солнечного экватора.

Выбираемые параметры и краевые условия для анализируемой траектории Земля–Земля–Венера

Задача сквозной оптимизации сформулирована как краевая задача принципа максимума, где неизвестными параметрами являются:

- дата старта КА с околоземной орбиты T_{start} ;
- дата проведения ГМ у Земли $T_{grEarth}$;
- дата выполнения первого ГМ у Венеры $T_{grVenus1}$;
- величина вектора гиперболического избытка скорости при старте с опорной орбиты у Земли V_∞ и его направление (углы прямого восхождения α и склонения δ);
- параметры ГМ у Земли (β_1 и γ_1);
- вектор сопряженных переменных к радиус-вектору КА в начальной точке гелиоцентрического перелета $\lambda_r(T_{start})$;
- вектор сопряженных переменных к радиус-вектору КА после ГМ у Земли $\lambda_r(T_{grEarth})$.

Все 14 выбираемых параметров должны удовлетворять следующим 14 краевым условиям:

1. В конечной точке каждого сегмента траектории перелета необходимо удовлетворить три скалярных условия попадания в окрестность Земли и Венеры для проведения ГМ у них [16]:

$$\mathbf{r}_{SC}(T_{grEarth}) = \mathbf{r}_E(T_{grEarth}); \tag{8}$$

$$\mathbf{r}_{SC}(T_{grVenus1}) = \mathbf{r}_V(T_{grVenus1}), \tag{9}$$

где \mathbf{r}_{SC} – безразмерный радиус-вектор КА; \mathbf{r}_E – безразмерный радиус-вектор Земли; \mathbf{r}_V – безразмерный радиус-вектор Венеры.

2. Условия оптимальности всех характерных дат: даты старта (10), дат ГМ у Земли (11) и Венеры (12) [17]:

$$\lambda_r(T_{start})^T \cdot \mathbf{V}_\infty - \Psi(T_{start}) \cdot P \cdot \delta(T_{start}) = 0; \tag{10}$$

$$\lambda_r^{+T} \cdot V_{\infty Earth}^+ - \lambda_r^{-T} \cdot V_{\infty Earth}^- = 0; \tag{11}$$

$$\frac{\lambda_V(T_{grVenus1})}{m(T_{grVenus1})} - \frac{\lambda_m(T_{grVenus1})}{w_{EP}} = 0, \tag{12}$$

где w_{EP} – скорость истечения ЭРДУ КА.

3. Условие оптимальности величины вектора гиперболического избытка скорости при старте с околоземной орбиты [18]:

$$\lambda_V(T_{start}) + \lambda_m(T_{start}) \cdot \frac{dm_0}{dV_\infty} = 0. \tag{13}$$

4. Два условия оптимальности направления вектора гиперболического избытка скорости при ГМ [19]:

- если КА выполняет ГМ на минимальной высоте (400 км) у планеты:

$$\left(\lambda_{V^-}, \left[\mathbf{V}_{\infty}^- \times \mathbf{V}_{\infty}^+ \right] \right) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\mathbf{V}_{\infty}^- \cdot \mathbf{V}_{\infty}^+}{|\mathbf{V}_{\infty}^-| \cdot |\mathbf{V}_{\infty}^+|} = \cos(\beta_{\max}); \quad (15)$$

– если КА выполняет ГМ на высоте больше минимальной:

$$\frac{\lambda_{V_x^-}}{V_{\infty x}^-} = \frac{\lambda_{V_y^-}}{V_{\infty y}^-} = \frac{\lambda_{V_z^-}}{V_{\infty z}^-}. \quad (16)$$

Результаты проектно-баллистического анализа на траектории Земля–Земля–Венера

Для рассматриваемой эпохи запуска и анализируемого маршрута оказалась оптимальной дата старта 7 ноября 2031 года (юлианская дата 2463177.979005602). Другие характеристики полученной траектории:

1. При старте КА с опорной околоземной орбиты импульс скорости ХРБ оказался равным $\Delta V = 3468,293$ м/с. Этот импульс обеспечил гиперболический избыток скорости при старте от Земли $V_{\infty} = 1305,019$ м/с.

2. Использовалась максимальная заправка ХРБ «Фрегат». Масса КА после отделения ХРБ «Фрегат» составила 1865,983 кг.

3. На гелиоцентрическом участке Земля–Земля маршевая двигательная установка КА включалась три раза. Траектория состоит из трех активных и трех пассивных участков. Длительность перелета Земля–Земля составила 447,367 суток. На траектории истрачено 366,66 кг ксенона.

4. Гиперболический избыток скорости КА при подлете к Земле составил 8690,038 м/с. Масса КА после ГМ у Земли составила 1499,3 кг.

5. Угол поворота асимптоты гиперболы при ГМ у Земли оказался равным максимально допустимому углу – 51,96°.

6. Длительность перелета Земля–Венера составила 49,45 суток. Перелет пассивный.

7. Гиперболический избыток скорости при подлете к Венере составил 15,901 км/с.

8. Максимальный угол поворота асимптоты гиперболы у Венеры равен 19,119°. Первый ГМ у Венеры реализовался на минимальной высоте пролета у планеты.

9. Масса КА у Венеры составила 1499,3 кг.

На рис. 2 показана гелиоцентрическая траектория Земля–Земля–Венера в солнечных экваториальных координатах. В качестве единиц измерения на рис. 2 используются астрономические единицы. Орбита Земли показана тонкой штриховой линией, а Венеры – штрихпунктирной. Положение Солнца представлено в виде серого кружка. Положение Земли в момент старта КА с опорной орбиты показано в виде квадрата. Положение Земли в момент ГМ КА около нее обозначено ромбом, положение Венеры в момент ГМ КА у нее – треугольником.

Активные участки траектории показаны жирной черной линией, а пассивные – жирной светло-серой.

На рис. 3 изображены функции переключения двигателя вдоль траектории гелиоцентрического перелета Земля–Земля и Земля–Венера. По оси абсцисс отложена длительность перелета в сутках, по оси ординат – функция переключения. Актив-

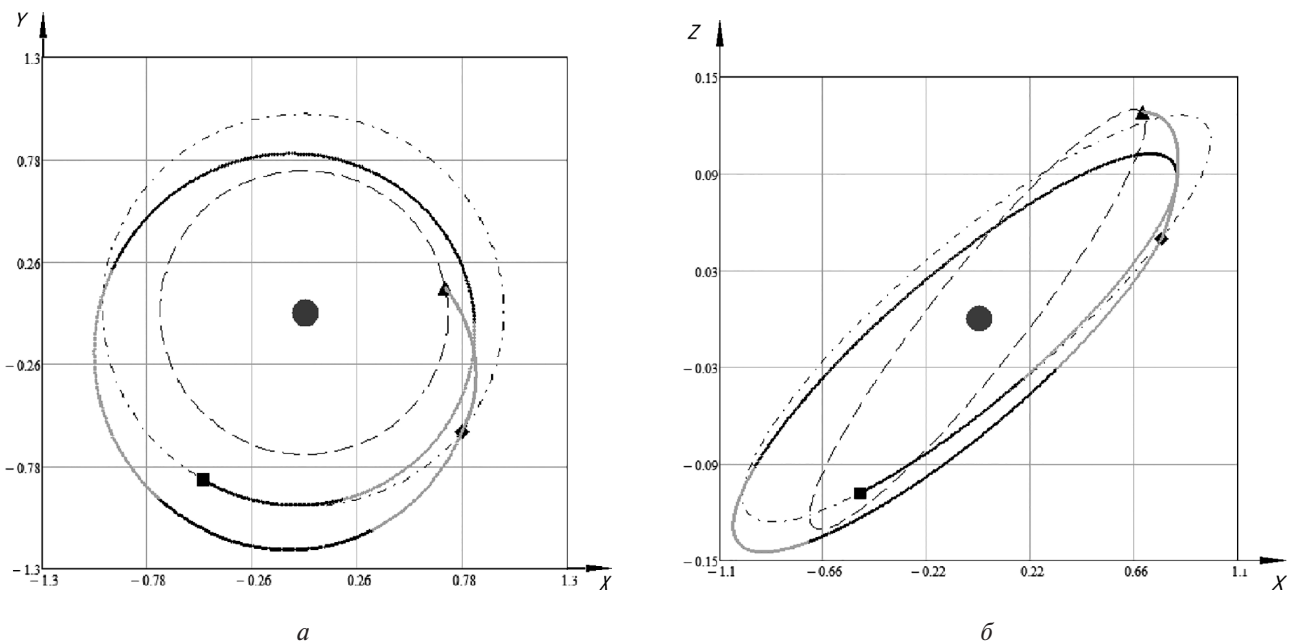


Рис. 2. Проекция гелиоцентрической траектории Земля–Земля–Венера на плоскости xOy (а) и xOz (б) в солнечной экваториальной системе координат

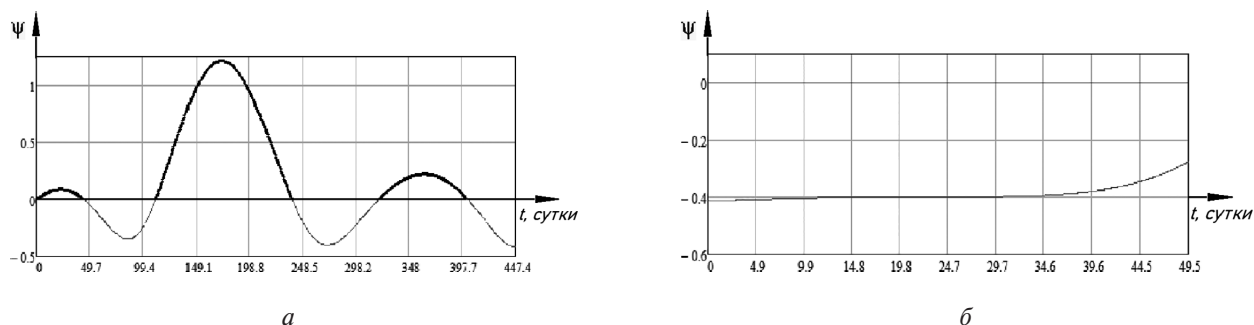


Рис. 3. Функция переключения двигателя КА вдоль траектории гелиоцентрического перелета Земля–Земля (а) и Земля–Венера (б)

ные участки перелета выделены жирным черным цветом на графиках функций.

Результаты численного анализа гелиоцентрических траекторий КА

Временные характеристики рабочих гелиоцентрических орбит представлены в табл. 1.

На рис. 4 приведена проекция на плоскость xOy системы рабочих гелиоцентрических орбит в солнечной экваториальной системе координат, а на рис. 5 – проекция на плоскость xOz в той же системе координат.

В качестве единиц измерения на рис. 4 и 5 используются астрономические единицы. Орбита

Таблица 1

Временные характеристики рабочих гелиоцентрических орбит

Дата первого ГМ у Венеры	18 марта 2033 года (юлианская дата 2463674.8003502195)
Длительность нахождения на первой рабочей орбите	224,701 суток
Дата второго ГМ у Венеры	29 октября 2033 года (юлианская дата 2463899.5009979294)
Длительность нахождения на второй рабочей орбите	224,701 суток
Дата третьего ГМ у Венеры	10 июня 2034 года (юлианская дата 2464124.2016456393)
Длительность нахождения на третьей рабочей орбите	224,701 суток
Дата четвертого ГМ у Венеры	21 января 2035 года (юлианская дата 2464348.902293349)
Длительность нахождения на четвертой рабочей орбите	655,288 суток

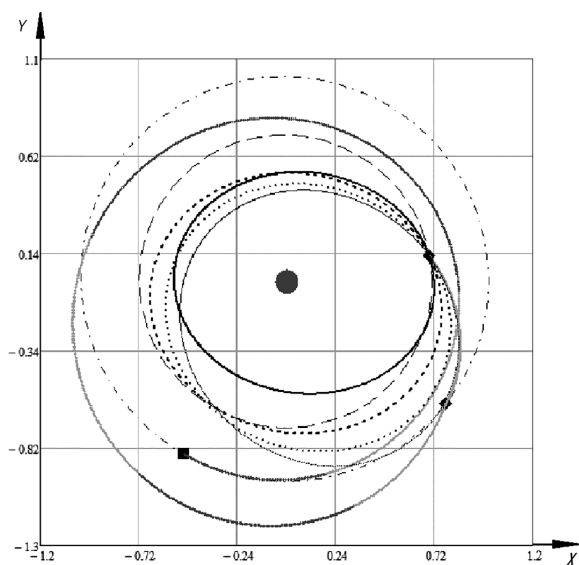


Рис. 4. Проекция траектории выведения КА на плоскости xOy в солнечной экваториальной системе координат

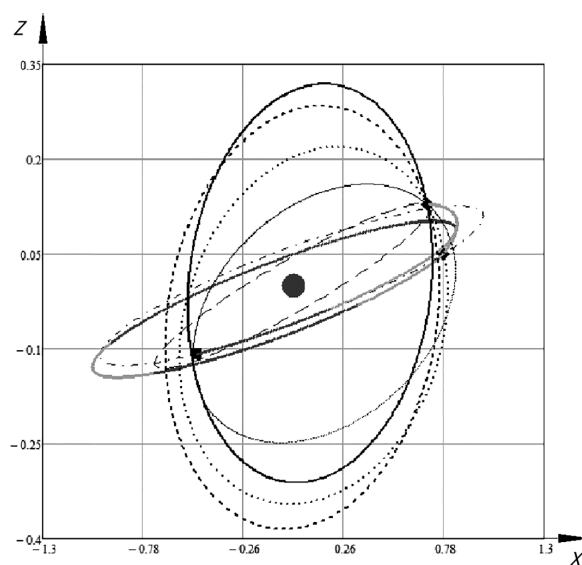


Рис. 5. Проекция траектории выведения КА на плоскости xOz в солнечной экваториальной системе координат

Таблица 2

Параметры рабочих гелиоцентрических орбит

№ ГМ	Порядок резонанса	Период орбиты, сутки	Угол β , градусы	Угол γ , градусы	Радиус перигелия, R_{sun}	Радиус афелия, а.е.	Наклонение орбиты к плоскости солнечного экватора, градусы
1	1 : 1	224,701	19,119	94,497	95,03	1	17,41
2	1 : 1	224,701	19,119	82,151	108,936	0,94	23,484
3	1 : 1	224,701	19,119	76,332	128,325	0,85	27,667
4	-	185,795	19,119	38,7	118,214	0,724	30

Земли показана штрихпунктирной линией, а Венеры – штриховой. Солнце изображено в виде серого кружка. Положение Земли в момент старта с опорной орбиты показано в виде квадрата, а при ГМ – в виде ромба, положение КА при ГМ у Венеры обозначено треугольником. Активные участки гелиоцентрической траектории Земля–Земля–Венера показаны сплошной темно-серой линией, а пассивные – сплошной светло-серой. Рабочие гелиоцентрические орбиты изображены черным цветом. Последняя рабочая орбита, соответствующая наклонению 30° , изображена жирной сплошной линией.

Основные характеристики рабочих гелиоцентрических орбит представлены в табл. 2.

Выводы

Проанализирована возможность уменьшения времени выведения КА на рабочую гелиоцентрическую орбиту с фиксированным наклонением 30° к плоскости солнечного экватора.

Благодаря выбору параметров схемы перелета, включающей один ГМ у Земли и последовательность из четырех ГМ у Венеры, удалось сократить время выведения до 3,2 лет для КА с ЭРДУ. В рассмотренной ранее схеме перелета с использованием ХДУ это время было равно 3,67 года [20].

Сокращение времени выведения позволяет снизить требования к ресурсу систем, обеспечивающих функционирование КА на последней рабочей орбите. При ресурсе этих систем 5 лет время активного функционирования КА на последней рабочей орбите составляет 655,29 суток.

Масса КА на рабочих орбитах 1499,3 кг. Затрачиваемая масса ксенона на траектории полета Земля–Земля–Венера равна 366,66 кг. Для сравнения: масса КА при использовании ХДУ составила 909,4 кг.

Характеристики предлагаемых для использования рабочих орбит:

- минимальная величина перигелия рабочих орбит равна 95,03 радиусов Солнца (0,442 а. е.);
- максимальная величина перигелия рабочих орбит 128,325 радиусов Солнца (0,597 а. е.);
- максимальная величина афелия равна 215

радиусов Солнца (1 а. е.) на первой рабочей гелиоцентрической орбите.

Список источников

1. Кузнецов В.Д. Научные задачи проекта «Интергелиозонд» // Механика, управление и информатика. 2012. № 6 (12). С. 5–14.
2. Леб Х.В., Петухов В.Г., Понов Г.А. Гелиоцентрические траектории космического аппарата с ионными двигателями для исследования Солнца // Труды МАИ. 2011. № 42. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=24275>
3. Kasper J.C., Klein K., Lichko E. et al. Parker Solar Probe Enters the Magnetically Dominated Solar Corona // Physical Review Letters. 2021. Vol. 127. No. 25: 255101. DOI:10.1103/PhysRevLett.127.255101
4. Müller D., Marsden R.G., St. Cyr O.C. et al. Solar Orbiter: Exploring the Sun-heliosphere connection // Solar Physics. 2013. Vol. 285, pp. 25–70. DOI: 10.1007/s11207-012-0085-7
5. Buckley M. NASA's Parker Solar Probe Completes 18th Close Approach to the Sun. - Johns Hopkins Applied Physics Laboratory, 2024. URL: <https://blogs.nasa.gov/parkersolarprobe/>
6. Ельников Р.В. Анализ перелета Земля–Марс с гравитационным маневром у Луны при использовании малой тяги // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 5. С. 38–44.
7. Ельников Р.В. Гравитационный маневр у Луны при межпланетных перелетах космического аппарата с малой тягой // Труды МАИ. 2012. № 50. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=27613>
8. Соцков И.А. Выбор проектных параметров разгонного блока при его экспериментальной отработке // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 2. С. 62–69. DOI: 10.34759/vst-2023-2-62-69
9. Мартынов М.Б., Петухов В.Г. Концепция применения электроракетной двигательной установки в научных космических проектах: преимущества и особенности, примеры реализации // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2011. № 2. С. 3–11.
10. Гнздор Р.Ю., Пятых И.Н., Каплин М.А., Румянцев А.В. Разработка и исследование характеристик инженерной модели двигателя СПД-70М, работающего на ксеноне и криптоне // Вестник Московского авиационного

- института. 2023. Т. 30. № 2. С. 106–115. DOI: 10.34759/vst-2023-2-106-115
11. Синуцин А.А. Эффективность применения электроракетных двигательных установок в транспортной операции выведения космических аппаратов на геостационарную орбиту: Дисс. ... канд. техн. наук. – М., 2009. – 160 с.
 12. Константинов М.С. Сравнительный проектно-баллистический анализ использования химической и электроракетной двигательных установок в проекте солнечного зонда // Космические исследования. 2019. Т. 57. № 5. С. 347–360. DOI: 10.1134/s0023420619050042
 13. Николитчев И.А. Оптимизация многовитковых межорбитальных перелетов с двигателями малой тяги // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 5. С. 66–76.
 14. Петухов В.Г., Паинг С.Т.У. Оптимизация многовитковых траекторий межорбитального перелета с идеально-регулируемым двигателем малой тяги // Известия РАН, Энергетика. 2019. № 3. С. 140–154.
 15. Константинов М.С., Мин Т. Оптимизация траектории выведения космического аппарата на рабочую гелиоцентрическую орбиту // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=41510>
 16. The SOFA Software Libraries. International Astronomical Union. Division 1: Fundamental Astronomy, Commission 19: Rotation of the Earth, Standards of Fundamental Astronomy Board. 2013. URL: www.iausofa.org
 17. Ли Б.Л., Ельников Р.В. Межпланетные перелеты. Расчет траектории межпланетных КА к Марсу // Гагаринские чтения – 2020: Сборник тезисов докладов XLVI Международной молодежной научной конференции (14–17 апреля 2020; Москва). М.: Изд-во МАИ, 2020. С. 701–702.
 18. Konstantinov M.S., Thein M. Method of Interplanetary Trajectory Optimization for the Spacecraft with Low Thrust and Swing-bys // Acta Astronautica. 2017. Vol 136, pp. 297–311. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.02.018
 19. Casalino L., Colasurdo G., Pastrone D. Optimization Procedure for Preliminary Design of Opposition-Class Mars Missions // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1998. Vol. 21. No. 1, pp. 134–140. DOI:10.2514/2.4209
 20. Konstantinov M.S., Shevchenko V.V. Ballistic Design of a Solar Probe into a Heliocentric Orbit with a Large Inclination to the Solar Equator // AIP Conference Proceedings. 2023. Vol. 2549. No. 1: 120004. DOI: 10.1063/5.0107997

References

1. Kuznetsov V.D. *Mekhanika, Upravlenie i Informatika*, 2012, no. 6(12), pp. 5–14.
2. Leb Kh.V., Petukhov V.G., Popov G.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 42. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=24275>
3. Kasper J.C., Klein K., Lichko E. et al. Parker Solar Probe Enters the Magnetically Dominated Solar Corona. *Physical Review Letters*, 2021, vol. 127, no. 25: 255101. DOI:10.1103/PhysRevLett.127.255101
4. Müller D., Marsden R.G., St. Cyr O.C. et al. Solar Orbiter: Exploring the Sun-heliosphere connection. *Solar Physics*, 2013, vol. 285, pp. 25–70. DOI: 10.1007/s11207-012-0085-7
5. Buckley M. NASA's *Parker Solar Probe Completes 18th Close Approach to the Sun*. Johns Hopkins Applied Physics Laboratory, 2024. URL: <https://blogs.nasa.gov/parkersolarprobe/>
6. Elnikov R.V. The analysis of a transfer Earth Mars with a lunar gravity assist maneuver and use of a small thrust. *Aerospace MAI Journal*, 2012, vol. 19, no. 5, pp. 38–44.
7. Elnikov R.V. *Trudy MAI*, 2012, no. 50. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=27613>
8. Sotskov I.A. The upper stage project parameters selection while its experimental work-out. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 2, pp. 62–69. DOI: 10.34759/vst-2023-2-62-69
9. Martynov M.B., Petukhov V.G. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2011, no. 2, pp. 3–11.
10. Gnizdor R.Yu., Pyatykh I.N., Kaplin M.A., Rumyantsev A.V. Development and characteristics studying of the xenon and krypton operating SPD-70M thruster engineering model. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 2, pp. 106–115. DOI: 10.34759/vst-2023-2-106-115
11. Sinitsin A.A. *Effektivnost' primeneniya elektroraketnykh dvigatel'nykh ustanovok v transportnoi operatsii vyvedeniya kosmicheskikh apparatov na geostatsionarnuyu orbitu* (Effectiveness of the electric rocket propulsion systems application in the transport operation of a spacecraft launching into geostationary orbit), Doctor's thesis, Moscow, Issledovatel'skii tsentr im. M.V. Keldysha, 2009, 160 p.
12. Konstantinov M.S. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2019, vol. 57, no. 5, pp. 347–360. DOI: 10.1134/s0023420619050042
13. Nikolichev I.A. Optimization of the multirevolutional non-coplanar low-thrust orbital transfers. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 5, pp. 66–76.
14. Petukhov V.G., Paing S.T.U. *Izvestiya RAN, Energetika*, 2019, no. 3, pp. 140–154.
15. Konstantinov M.S., Min T. *Trudy MAI*, 2013, no. 67. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41510>
16. *The SOFA Software Libraries. International Astronomical Union. Division 1: Fundamental Astronomy, Commission 19: Rotation of the Earth, Standards of Fundamental Astronomy Board*. 2013. URL: www.iausofa.org
17. Li B.L., El'nikov R.V. *Materialy XLVI Mezhdunarodnoi molodezhnoi nauchnoi konferentsii "Gagarinskie chteniya – 2020" (14–17 April 2020; Moscow)*. Moscow, MAI, 2020, pp. 701–702.

18. Konstantinov M.S., Thein M. Method of Interplanetary Trajectory Optimization for the Spacecraft with Low Thrust and Swing-bys. *Acta Astronautica*, 2017, vol. 136, pp. 297-311. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.02.018
19. Casalino L., Colasurdo G., Pastrone D. Optimization Procedure for Preliminary Design of Opposition-Class Mars Missions. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, vol. 21, no. 1, pp. 134-140. DOI:10.2514/2.4209
20. Konstantinov M.S., Shevchenko V.V. Ballistic Design of a Solar Probe into a Heliocentric Orbit with a Large Inclination to the Solar Equator. *AIP Conference Proceeding*, 2023, vol. 2549, no. 1: 120004. DOI: 10.1063/5.0107997

Статья поступила в редакцию 14.02.2024; одобрена после рецензирования 28.02.2024; принята к публикации 29.02.2024.
The article was submitted on 14.02.2024; approved after reviewing on 28.02.2024; accepted for publication on 29.02.2024.