

УДК 629.7.05

**Разработка алгоритма повышения точности идентификации  
аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных  
сигналов**

**Моунг Хтанг Ом<sup>1\*</sup>, Чжо Зин Латтё<sup>1\*</sup>,  
Приходько С.Ю.<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*<sup>2</sup>Московский вертолетный завод им. М.Л. Миля, ул. Гаршина, 26/1, пос. Томилино, Люберецкий район, Московская область, 140070, Россия*

*\*e-mail: [mounhtangom50@gmail.com](mailto:mounhtangom50@gmail.com)*

**Аннотация**

Статья посвящена проблеме алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов самолёта по данным летных экспериментов. Все сигналы, используемые в процессе идентификации коэффициентов, содержат шумы измерений, аппроксимируемые нормально распределёнными случайными величинами с нулевым средним и заданными дисперсиями. Для повышения точности идентификации рассмотрен метод декомпозиции гармонических сигналов. Представлены результаты, показывающие высокую точность идентификации коэффициентов при высоких уровнях шумов измерений.

**Ключевые слова:** идентификация, входные и выходные сигналы, измерение, аэродинамические коэффициенты, декомпозиция, шум измерения, точность оценок идентификации.

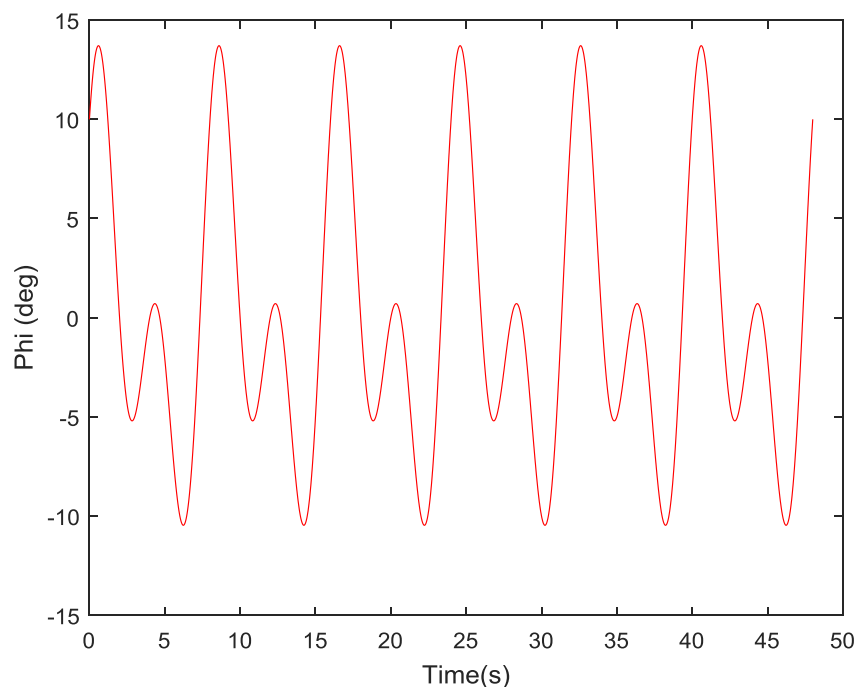
## **Введение**

В настоящее время хорошо развиты общие методы идентификации динамических систем [1, 2] и их приложения к идентификации математических моделей воздушных судов [3-6]. Идентификация аэродинамических параметров имеет важное значение при решении задач летных испытаниях [7-10] и при моделировании для целей динамики полета [11, 12]. Идентификация аэродинамических параметров также используется для оценки систематических ошибок бортовых измерительных систем самолета [13-17]. Поскольку хорошо известно, что шумы измерения и формы входного сигнала влияют на процесс идентификации [18-20], необходимо разработать некоторый метод повышения точности идентификации. В данной работе предлагается следующий подход. Обычно для идентификации используются режимы полета, на которых управляющий сигнал задается летчиком. Очевидно, что высокоточное воспроизведение формы сигнала при ручном управлении невозможно. Следовательно, точное априорное знание тестового входного сигнала в этом случае невозможно, что определяет сильную зависимость от погрешностей измерений. Поэтому предлагается применить аппаратно генерируемый тестовый сигнал, например, комбинацию двух синусоидальных волн с разными частотами. Для линейного объекта такой двухчастотный сигнал порождает отклики на тех же двух частотах. Поскольку теперь форма входных и выходных сигналов нам известна

точно, мы можем представить их как композицию четырех линейно независимых гармонических составляющих. Для нахождения коэффициентов следует применить метод множественной регрессии [1-2]. В данном случае он обладает высокой эффективностью, потому что опорные гармоники нам известны точно. Таким образом, выполняются основные требования регрессионного анализа, обеспечивающие несмещенность оценок коэффициентов при наличии шумов измерений сигналов объекта. Далее, используя коэффициенты разложения, восстанавливаем сигналы, которые теперь в высокой степени очищены от шумов. К восстановленным сигналам применяется какой либо алгоритм параметрической идентификации, точность которого будет высокой, поскольку шумы измерений всех используемых сигналов значительно ослаблены. В этом заключается основная идея метода. Рассмотрим теперь алгоритмическую реализацию и выполним тестирование методом моделирования.

### **1. Моделирование и измерение входного и выходных сигналов**

В данной работе рассматривается входной сигнал, соответствующий отклонениям стабилизатора исследуемого самолета. Он представляет собой сумму двух синусоидальных сигналов с разными частотами и нулевой фазой (рис.1.1).



**Рис. 1.1** Входной сигнал, являющийся суммой двух гармонических сигналов

Для исследования предлагаемого алгоритма необходимо сформировать модель объекта и вычислить выходные сигналы. Для формирования модели объекта используются дифференциальные уравнения угла атаки и угловой скорости тангажа самолета. Для численного интегрирования выбран относительно простой метод Эйлера.

Обычно моделирование лучше проводить в дискретной форме, поэтому здесь моделируются все сигналы по следующей формуле:

$$\alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + \Delta t[-Y^\alpha \alpha(t_i) + \omega_z(t_i) - \varphi(t_i)] \quad (1)$$

$$\omega_z(t_{i+1}) = \omega_z(t_i) + \Delta t[M_Z^\alpha \alpha(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_z(t_i) - M_Z^\varphi \varphi(t_i)] \quad (2)$$

где  $\alpha(t_{i+1})$  – угол атаки на момент времени  $(t_{i+1})$  (рад),  $\omega_z(t_{i+1})$  – угловая скорость тангажа на момент времени  $(t_{i+1})$  (рад/с),  $\alpha(t_i)$  – угол атаки на момент времени  $(t_i)$ ,  $\omega_z(t_i)$  – угловая скорость тангажа на момент времени  $(t_i)$ ,  $\Delta t =$

$t_{i+1} - t_i$  – временной интервал дискретизации,  $Y^\alpha, Y^\varphi, M_Z^\alpha, M_Z^{\omega_z}, M_Z^\varphi$  – аэродинамические параметры, которые при моделировании известны, а при идентификации подлежат определению.

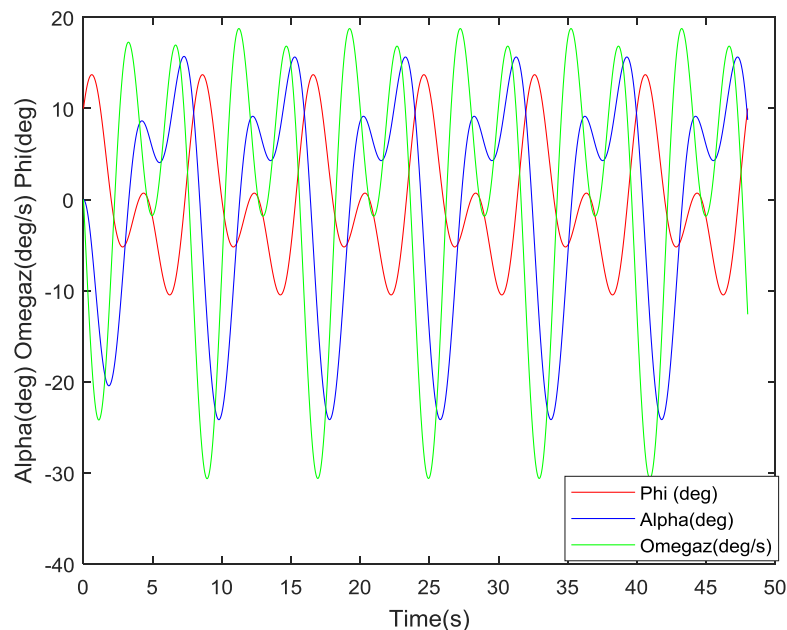
Перегрузка моделируется по формуле

$$n_y(t_i) = \left[ \frac{V}{g} (Y^\alpha \alpha(t_i) + Y^\varphi \varphi(t_i)) \right] \quad (3)$$

где  $n_y(t_i)$  - перегрузка для момента времени  $(t_i)$ ,  $V$  - воздушная скорость (м/с),  $g$  - гравитационное ускорение (м/с<sup>2</sup>).

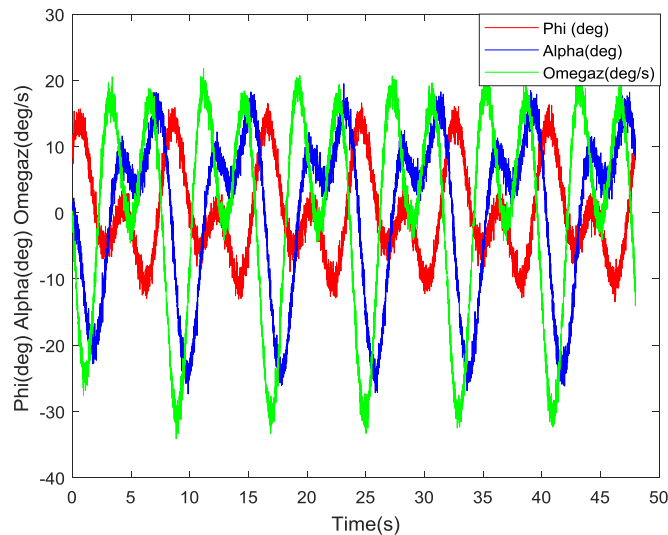
Для моделирования частота дискретизации (соответствует частоте регистрации данных в полете) составляет 32 Гц. Эта частота также влияет на процесс оценивания и на точность оцениваемых параметров. Следовательно, временной интервал дискретизации  $\Delta t = 1/32$  с.

Вначале входной сигнал стабилизатора и выходные сигналы - угол атаки и угловая скорость тангажа моделируются по рекуррентным формулам (1)-(2) без шумов (рис. 1.2). Затем добавляются шумы измерений (рис. 1.3).



**Рис. 1.2** Моделирование сигналов без шумов измерения

В качестве шумов измерения используются нормально распределённые случайные величины с нулевым математическим ожиданием и различными среднеквадратическими отклонениями.



**Рис. (1.3)** Сигналы с шумами измерения

## 2. Разработка метода декомпозиции с гармоническими сигналами

Применяемый входной сигнал содержит две гармонические составляющие с двумя различными частотами. Понятно, что для декомпозиции такого сигнала достаточно сформировать четыре опорных гармонических сигнала, которые состоят из двух синусоидальных сигналов и двух косинусных сигналов на этих частотах. Тогда все сигналы, входящие в этот процесс декомпозиции, можно записать в следующем виде;

$$\varphi_k(t_i) = (p_1(\sin(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (p_2(\cos(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (p_3(\sin(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) + (p_4(\cos(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) \quad (4)$$

$$\alpha_k(t_{(i)}) = (a_1(\sin(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (a_2(\cos(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (a_3(\sin(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) + (a_4(\cos(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) \quad (5)$$

$$\omega_{z_k}(t_{(i)}) = (o_1(\sin(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (o_2(\cos(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (o_3(\sin(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) + (o_4(\cos(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) \quad (6)$$

$$n_{y_k}(t_{(i)}) = (n_1(\sin(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (n_2(\cos(2 \times \pi \times f1 \times t_i))) + (n_3(\sin(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) + (n_4(\cos(2 \times \pi \times f2 \times t_i))) \quad (7)$$

где  $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$  – коэффициенты, которые нужно оценить.

В общем виде для произвольного момента  $t_i$  каждое из уравнений (4)-(7) можно выразить следующим образом:

$$Z(t_i) = a_0 + a_1 x_1(t_i) + a_2 x_2(t_i) + a_3 x_3(t_i), \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

Где  $a_0, a_1, a_2, a_3$  – оцениваемые параметры,  $N$  – количество измерений.

Уравнение (8) есть уравнение метода множественной регрессии [1,2]. Для общепринятого квадратичного критерия оценки параметров равны

$$\hat{a} = (F F^T)^{-1} F^T Z, \quad (9)$$

где матрица регрессоров и вектор выходных сигналов при  $N$  измерениях

$$F = \begin{bmatrix} 1 & x_{1t(1)} & x_{2t(1)} & x_{3t(1)} \\ 1 & x_{1t(2)} & x_{2t(2)} & x_{3t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1t(N)} & x_{2t(N)} & x_{3t(N)} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z(t_1) \\ Z(t_2) \\ \dots \\ Z(t_N) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

При идентификации коэффициентов  $p_1, p_2, p_3$  и  $p_4$  уравнения (4) по формулам (9)-(11) четыре гармонических сигнала используются для формирования матрицы  $F$ , а сигнал отклонений – для формирования вектора  $Z$ . При идентификации коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$  и  $a_4$  уравнения (5) матрица  $F$  не изменяется, а угол атаки используется в формировании вектора  $Z$ . Коэффициенты для уравнений (6) и (7) определяются аналогично.

### 3. Разработка алгоритма повышения точности идентификации

Оценки  $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$  далее используются для моделирования всех сигналов. Это существенно ослабляет влияние шумов и, следовательно, повышает точность идентификации. Моделирование выполняется по формулам, аналогичным (4)-(7). В результате получаем восстановленные сигналы  $\varphi_{\text{к\_мод}}(t_i)$ ,  $\alpha_{\text{к\_мод}}(t_i)$ ,  $\omega_{z\_к\_мод}(t_i)$ ,  $n_{y\_к\_мод}(t_i)$ .

Для того чтобы оценить аэродинамические коэффициенты был использован метод регрессии (9)-(11). В формировании матрицы  $F$  для идентификации коэффициентов  $Y^\alpha$  и  $Y^\varphi$  используются восстановленный входной сигнал  $\varphi_{\text{к\_мод}}(t_i)$  и угол атаки  $\alpha_{\text{к\_мод}}(t_i)$ . Для формирования выходной матрицы  $Z$  при этом лучше использовать перегрузку  $n_{y\_к\_мод}(t_i)$ . Для целей идентификации коэффициентов  $M_Z^\alpha$ ,  $M_Z^{\omega_z}$  и  $M_Z^\varphi$ , лучше представить уравнение (2) в форме;

$$\frac{d\omega_{z\_к\_мод}(t_i)}{dt} = M_Z^\alpha \alpha_{\text{к\_мод}}(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_{z\_к\_мод}(t_i) - M_Z^\varphi \varphi_{\text{к\_мод}}(t_i) \quad (15)$$

В этом случае матрица регрессоров формируется из восстановленных сигналов  $\alpha_{\text{к\_мод}}(t_i)$ ,  $\omega_{z\_к\_мод}(t_i)$ ,  $\varphi_{\text{к\_мод}}(t_i)$ , а выходной вектор  $Z$  состоит из оценок аналитической производной по времени угловой скорости. Аналитическое



дифференцирование в данном случае выполняется просто, поскольку сигнал представлен как сумма четырех гармонических функций.

Для того чтобы исследовать статистическую точность идентификации коэффициентов и влияние шумов измерения, данные моделирования и обработка этих данных по предложенному методу были повторены много раз.

#### 4. Анализ погрешностей разработанного алгоритма идентификации

Для анализа погрешностей разработанного алгоритма идентификации, используются различные уровни шумов измерения, среднеквадратические значения которых представлены в таблице 4.1.

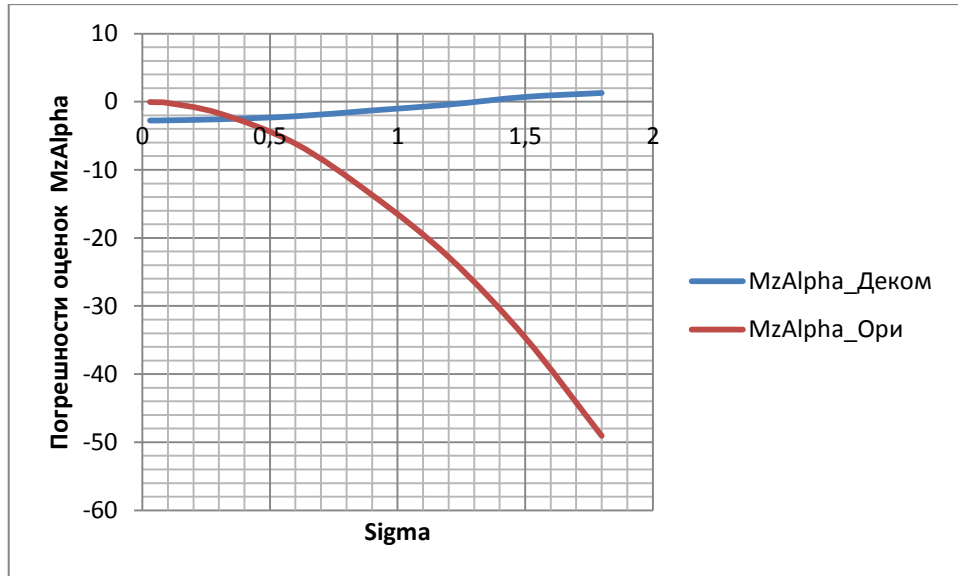
**Таблица 4.1** Различные значения среднеквадратического отклонения шумов измерения

$\sigma_\alpha, \sigma_\omega, \sigma_\varphi$ градус и градус/с	0.03	0.06	0.09	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8
$\sigma_{n_y}$ ед.перегрузки	0.01	0.02	0.03	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6

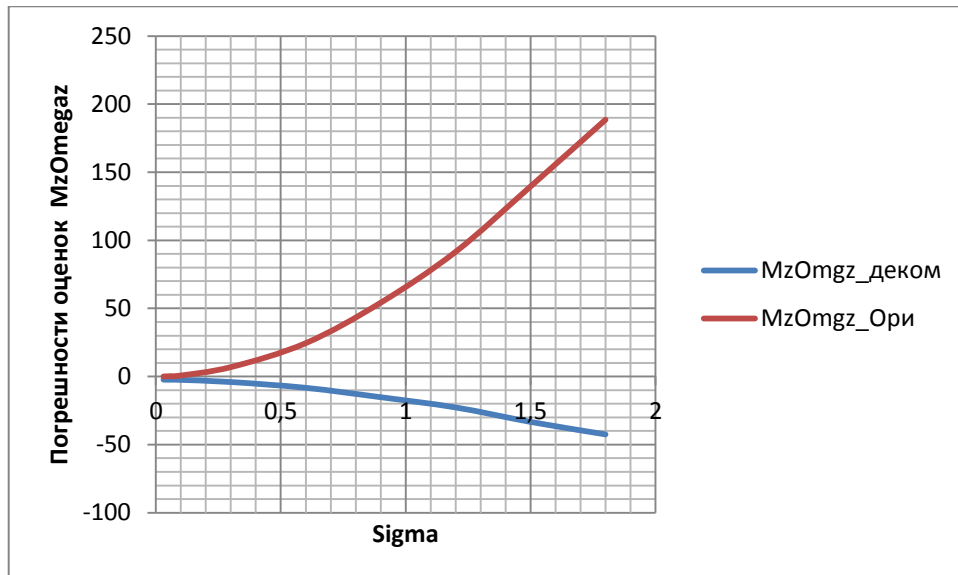
В таблице  $\sigma_\alpha, \sigma_\omega, \sigma_\varphi$  означают шумы измерения угла атаки, угловой скорости тангажа и входного сигнала,  $\sigma_{n_y}$  означает шум измерения перегрузки.

При обработке одни и те же данные обрабатывались как предложенным алгоритмом, использующим декомпозицию, так и стандартным методом множественной регрессии. На рис. 4.1 представлены оценки обоих методов для

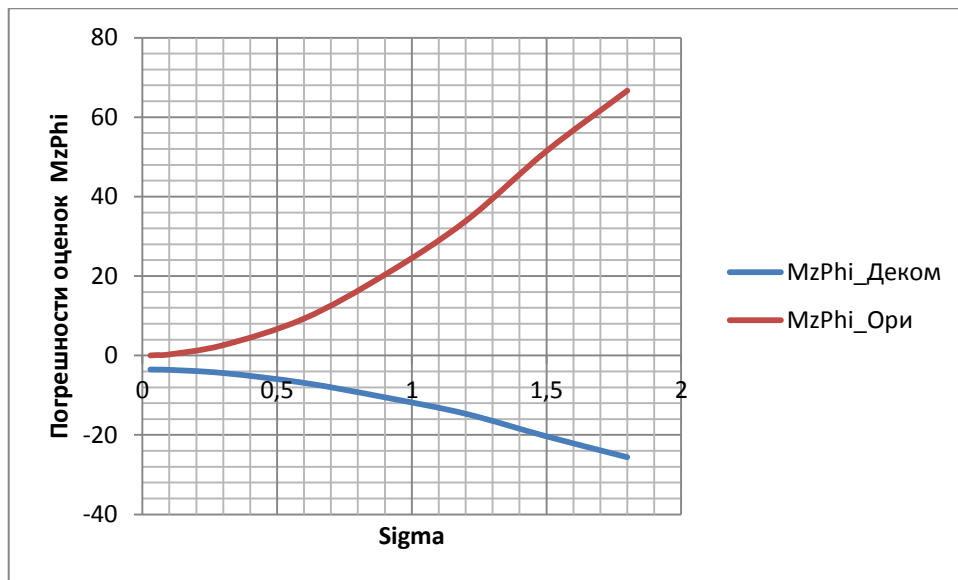
коэффициентов момента тангажа. На рисунке 4.1 Sigma означает шумы измерения угловых величин и они отложены по оси X. Относительные погрешности оценок параметров отложены по оси Y.



(а) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^\alpha$



(б) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^{\omega_z}$



(в) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^\varphi$

**Рис. 4.1** Сравнение относительных погрешностей оцениваемых коэффициентов  $M_Z^\alpha$ ,

$$M_Z^{\omega_z}, M_Z^\varphi$$

Анализ рис.4.1 показывает, что при малых уровнях шумов точность предложенного метода примерно совпадает со стандартным методом множественной регрессии, однако при увеличении уровня шумов точность предложенного метода декомпозиции существенно выше.

### Заключение

Предложен метод идентификации, основанный на аппаратной генерации входных сигналов. Метод повышает точность идентификации в условиях шумов, поскольку использует априорную информацию о форме входного сигнала. Проведенное моделирование показало преимущество предложенного метода по сравнению с аналогичным традиционным алгоритмом идентификации.

## Библиографический список

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. - М.: Наука, 1991. - 432 с.
2. Корсун О.Н. Методы параметрической идентификации технических систем. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. - 69 с.
3. Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and Practice. USA, Reston, AIAA, 2006, 499 p.
4. Korsun O.N., Poplavsky B.K. Council of the Aeronautical Sciences. ICAS 2014. St. Petersburg, Russian Federation, 2014. Paper № 2014-0210.
5. Jategaonkar R.V. Flight vehicle system identification: A time domain methodology. USA, Reston, AIAA, 2006, 410 p.
6. Овчаренко В.Н. Аэродинамические характеристики идентификации самолетов полетными данными. - М.: Изд-во МАИ, 2017. - 181 с.
7. Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. – М.: Машиностроение, 1996. -745 с.
8. Корсун О.Н., Николаев С.В. Идентификация аэродинамических коэффициентов самолетов в эксплуатационном диапазоне углов атаки // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. № 9. С. 3 - 10.
9. Корсун О.Н., Николаев С.В., Поплавский Б.К. Алгоритмы проверки правильности полетных данных и оценивания нелинейностей при идентификации аэродинамических коэффициентов самолетов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18. №4. С. 270 - 278.

10. Набатчиков А.М., Бурлак Е.А. и др. Синхронизация информационных потоков при полунатурном моделировании движения летательных аппаратов // Инженерный вестник. 2013. № 10. С. 13 - 24.
11. Lawrence E. Hale, Mayuresh Patil, and Christopher J. Roy. Aerodynamic Parameter Identification and Uncertainty Quantification for Small Unmanned Aircraft // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, vol. 40, no. 3, pp. 680 - 691.
12. Wang Y., Dong J., Liu X., Zhang L. Identification and standardization of maneuvers based upon operational flight data // Chinese Journal of Aeronautics, 2015, vol. 28, no. 1, pp. 133 - 140.
13. Булгаков В.В., Корсун О.Н., Кулабухов В.С., Стуловский А.В. и др. Алгоритмы повышения точности расчета углов ориентации летательного аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 159 - 170.
14. Пушков С.Г., Горшкова О.Ю., Корсун О.Н. Математические модели погрешностей бортовых измерений скорости и угла атаки на режимах посадки самолета // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 8. С. 66 - 70.
15. Пушков С.Г., Корсун О.Н., Яцко А.А. Оценивание погрешностей определения индикаторной земной скорости в летных испытаниях авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 11. С. 771 - 776.
16. Пушков С.Г., Ловицкий Л.Л., Корсун О.Н. Методы определения скорости ветра при проведении лётных испытаний авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 65 - 70.

17. Корсун О.Н., Лысюк О.П. Комплексная оценка погрешностей бортовых измерений и регистрации в целях обеспечения задач безопасности полетов // Проблемы безопасности полетов. 2007. № 2. С. 31 - 41.
18. Moung Htang Om, Kyaw Zin Latt. Influence analysis of input signal forms on the accuracy of aerodynamic parameter identification in aircraft longitudinal motion // Cloud of Science, 2017, no. 4, pp. 636 - 649.
19. Htang Om M., Zin Latt K., Karapetyan T.S. Estimation of aerodynamic parameters in conditions of measurement // ITM Web of Conferences, 2017, vol. 10, pp. 01007.
20. Кобышева В.Ю., Максимов Н.А., Шаронов А.В. Вейвлет-анализ в задачах контроля и диагностики линейных динамических систем // Труды МАИ. 2017. № 97.  
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=87270>