

УДК 629.735.33.015.3:533.5

**Косвенный метод определения аэродинамических углов:  
угла атаки и угла скольжения**

**Максимов А.К.**

*Научно-исследовательский институт авиационного оборудования, ул. Туполева,  
д.18, Жуковский, Московская обл., 140185, Россия  
e-mail: akm\_point@mail.ru*

**Аннотация**

Рассмотрен косвенный метод вычисления угла атаки и угла скольжения летательного аппарата (ЛА) по параметрам полета, измеряемым самолетными системами. По уравнениям динамики полета, которые включают параметры: скоростной напор, вес и площадь крыла ЛА, нормальную перегрузку, вычислялся коэффициент подъемной силы. Используя графики зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки, полученные путем продувки моделей ЛА в аэродинамической трубе, методом аппроксимации были получены аналитические выражения этой зависимости. При этом, используя известную зависимость скоростного напора от динамического давления, по каждому значению динамического давления, определяемому в полете с помощью трубки Пито, вычисляется скоростной напор. Показано, что косвенное определение угла скольжения возможно с использованием уравнения боковой силы. Рассмотрены возможные ошибки вычисления угла скольжения и угла ата-

ки. Эти ошибки оцениваются с учетом ошибок измерения параметров, входящих в формулу его вычисления. Рассмотрена возможность оценки систематической и случайной составляющей ошибки. При большом числе измерений случайная ошибка подчиняется нормальному закону распределения. При малом числе измерений, доверительную вероятность и доверительный интервал ошибки оценивают, пользуясь распределением Стьюдента.

Произведены вычисления оценки погрешности косвенного определения коэффициента подъемной силы на типовом режиме полета для самолетов Як-52 и М101Т «Гжель». По продувкам самолетов определены погрешности косвенного определения угла атаки. Полученные результаты оценки точности удовлетворяют требованиям к точности измерений, известные из публикаций. Произведены вычисления по оценке погрешности косвенного определения угла скольжения на типовом режиме полета для самолета М101Т. Оценки удовлетворяют требованиям по точности, известные из публикаций.

**Ключевые слова:** угол атаки, угол скольжения, измерение, оценка точности, ошибка измерения, среднеквадратическое отклонение, случайная ошибка, нормальный закон распределения, уравнения косвенной оценки измерения.

Датчики измерения аэродинамических углов (угла атаки, угла скольжения) используются в системах предупреждения сваливания, системах навигации, системах автоматического управления. Однако физически точное измерение таких аэродинамических углов, как угол атаки и угол скольжения на борту летательного аппа-

рата (ЛА), представляет собой непростую задачу. Установка датчика аэродинамического угла в определенном месте ЛА позволяет измерить местный аэродинамический угол. При этом чаще всего воздушный поток в месте установки является искаженным. Возникает необходимость устанавливать несколько датчиков аэродинамических углов с целью вычисления истинного аэродинамического угла. Часто используемые флюгерные датчики имеют динамические погрешности. Системы измерения аэродинамических углов с использованием многофункциональных приемников воздушного давления (МПВД) требуют установки нескольких МПВД с необходимостью подогрева их для предотвращения обледенения, что ухудшает реальную надежность системы за счет увеличения числа элементов радиоэлектронного оборудования. Рассматриваемый метод определения аэродинамических углов основан на вычислении аэродинамических углов по первичным параметрам движения ЛА (динамическое давление, вектора перегрузки, веса ЛА и площади крыла), измеряемым в системах ЛА. Метод позволяет определять аэродинамические углы с использованием одного МПВД и может быть использован на борту ЛА как резервный с целью повышения надежности работы бортового оборудования.

Для определения угла атаки используются соотношения [1 стр. 352]:

$$C_{ya} = Y_a / (q \cdot S); \quad Y_a = n_{ya} \cdot mg; \quad (1)$$

где:  $C_{ya}$  - коэффициент подъемной силы;  $Y_a$  - подъемная сила;

$q$  - скоростной напор;  $S$  - площадь крыла ЛА;

$n_{ya}$  - нормальная скоростная перегрузка;

$mg$  - вес ЛА.

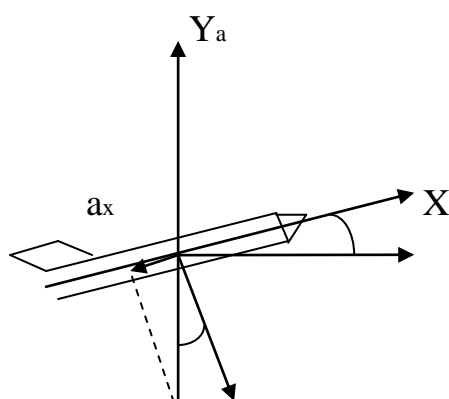
Приведенная зависимость аэродинамической силы от скоростного напора верна для крыла ЛА и для всего ЛА, включая фюзеляж, gondолы двигателей и хвостовое оперение, хотя в общем виде требуются поправки  $\Delta Y_a$ . Однако, на дозвуковых скоростях приращением подъемной силы ЛА вследствие взаимодействия его элементов без существенных погрешностей можно пренебречь [2 стр. 377],

Параметры, подлежащие измерению: вес ЛА, проекции перегрузки, скоростной напор. Площадь крыла – константа, известная из конструкции ЛА. Скоростной напор можно вычислить из соотношения :  $P_{\text{дв}} = q(1 + \varepsilon)$ ; где  $P_{\text{дв}}$  - динамическое давление, получаемое из системы воздушных сигналов (СВС) или может быть получено автономно как разность полного и статического давлений, получаемых с приемника воздушных давлений (ПВД). Поправочный коэффициент  $\varepsilon$  согласно [3 стр. 308] с достаточной степенью точности может быть вычислен из соотношения:

$\varepsilon \approx M^2 / 4 + M^4 / 40$  , где  $M$ - число Маха. Для ЛА, летающих на малых скоростях, поправочный коэффициент ничтожно мал а для скоростных ЛА поправочный коэффициент необходимо вычислять, используя число  $M$ , получаемое с СВС. В результате приведенных соотношений мы можем вычислить текущий коэффициент подъемной силы  $C_{ya}$ . Используя соотношение:  $C_{ya} = f(\alpha)$ ; можно получить угол

атаки  $\alpha$ . Но тогда необходимо заложить эту функцию в бортовой вычислитель. Данная функция известна из продувок для конкретного ЛА, В противном случае ее можно вычислить по конструктивным параметрам ЛА [4]. Приведенные соотношения (1) верны для скоростной системы координат. Рассмотрим понятие перегрузки, определяемое, как [5, стр.30] отношение векторов тяги и полной аэродинамической силы к величине силы тяжести  $n=(P+R_a)/mg$ . Величину тяги не будем учитывать, т.к. проекция силы тяги на ось  $Y_a - P\sin\alpha$  достаточно мала. В то же время мы должны учесть инерционные силы, такие как центробежная сила, возникающая в криволинейном полете в вертикальной плоскости. Для этого удобно использовать акселерометры. Конструкция современного МЭМС одноосного акселерометра построена на использовании консольно закрепленной пластины, которая отклоняется пропорционально ускорению, в том числе ускорению силы тяжести, в направлении оси чувствительности. 3-х степенные акселерометры содержат 3 одноосных акселерометра. Можно рассмотреть баланс сил, действующих на ЛА с помощью показаний 3-х степенного акселерометра, оси чувствительности которого располагаются по осям связанной системы координат ЛА. Известно сила  $F=am$ , где  $a$ -ускорение,  $m$ -масса.

Рассмотрим режимы полета, на которых применение соотношения (1) оправдано. В горизонтальном прямолинейном полете (Рис. 1) подъемная сила  $Y_a$  уравновешивается силой веса, которая направлена вдоль вектора ускорения  $a$ . Поэтому в



формулу (1) целесообразно подставить вместо  $n_{ya} a=\sqrt{(a_x^2+a_y^2)}$ . Тогда будем иметь более точное значение коэффици-



пока не получим  $(C_{yan+1}-C_{yan})<\delta$  или  $(\alpha_{n+1}-\alpha_n)<\delta_1$ , где  $\delta$  и  $\delta_1$  – достаточно малые числа. Указанный алгоритм применим и в случае прямолинейного полета со снижением (Рис.3) с той лишь разницей, что значение угла  $\varphi$  определяется как  $\varphi_n=(\vartheta_1+\alpha_{n-1})$ . Знак операции в формуле  $\varphi$  определяется знаком  $a_x$ .

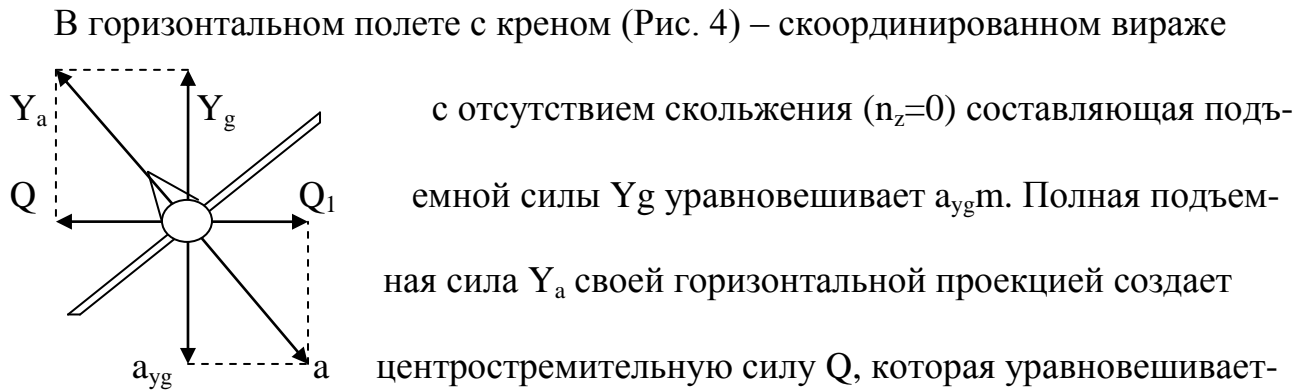


Рис. 4

Вектор  $a=\sqrt{(a_x^2+a_y^2)}$ . При рас-

четах по формуле (1) подставляется значение  $a$ . На Рис. 1-4 приведены основные режимы полета неманевренных самолетов. Следует также заметить, что [6, стр. 45] «обычно в практике летных испытаний пользуются не углом атаки  $\alpha$ , измерение которого затруднительно, а зависящим от него коэффициентом подъемной силы  $C_y$ ».

Приведенные соотношения для угла атаки верны в стационарных режимах полета, когда не выполняются маневры, связанные с изменением угловых положений ЛА. В случае появления угловых скоростей необходимо учитывать приращение угла атаки, связанное с появлением конкретной угловой скорости. Приращение местного угла атаки за счет угловой скорости вокруг продольной оси ЛА имеет различные значения в зависимости от расстояния от продольной оси ЛА. Наибольшее значение приращение имеет на конце крыла за счет большей линейной скорости перемещения, поэтому его надо учитывать при вычислениях. Его можно выразить следующим

выражением:  $\Delta\alpha = \arctg \frac{V_y}{V_x}$ , где  $V_y$  – линейная скорость, нормальная к продольной

оси ЛА, а  $V_x$  – воздушная скорость ЛА, которая всегда должна быть на борту ЛА.

$V_y$  можно вычислить из выражения:  $V_y = \omega_x l / 2$ , тогда  $\Delta\alpha = \omega_x l / (2 \cdot V_x)$ , учитывая,

что  $\Delta\alpha$  мал. Здесь  $l$  – размах крыла ЛА. При возникновении  $\omega_z$  приращение угла

атаки в полете без крена можно получить с помощью операции интегрирования [6,

стр. 149]:  $\alpha(t) = \alpha_{нач} + \Delta\theta - \int_{t_{i\dot{\alpha}}}^t \omega_{z\dot{\delta}} dt$ , где  $\omega_{z\dot{\delta}} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{g}{V} \Delta n_y$  – угловая скорость касательной к траектории движения.  $\omega_y$  учитывается при вычислении угла скольжения.

С целью анализа требований к точности измеряемых параметров полета рассмотрим, как можно вычислить среднеквадратическую погрешность (СКП) функции

в зависимости от среднеквадратической погрешности аргументов [7 стр.109]. Пусть

задана функция в общем виде:  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ; где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – аргументы, по-

лученные в результате измерений с СКП  $m_{x_i}$ . Тогда СКП функции вычисляется по

$$\text{формуле } m_y^2 = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} \right]^2 \cdot m_1^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial x_2} \right]^2 \cdot m_2^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial x_3} \right]^2 \cdot m_3^2 + \dots + \left[ \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]^2 \cdot m_n^2,$$

где  $m_y$  – СКП функции,  $m_1$  – СКП аргумента  $x_1$ ,  $m_2$  – СКП аргумента  $x_2$ ,  $m_n$  –

СКП аргумента  $x_n$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x_1}$  – частная производная от функции по аргументу  $x_1$  и т. д.



Переходя к измерениям аэродинамических углов, уравнение (1) можно переписать в виде:  $C_{ya} = n_{ya} \cdot G / (q \cdot S)$ ; где  $G$  - вес ЛА. Возьмем частные производные по

$$\text{аргументам: } \frac{\partial c_{ya}}{\partial n_{ya}} = G / (q \cdot S); \quad \frac{\partial c_{ya}}{\partial G} = n_{ya} / (q \cdot S); \quad \frac{\partial c_{ya}}{\partial q} = -\frac{n_{ya} \cdot G}{q^2 \cdot S};$$

$$\frac{\partial c_{ya}}{\partial S} = -\frac{n_{ya} \cdot G}{q \cdot S^2}.$$

В общем виде погрешность определения коэффициента подъемной силы можно получить из выражения:

$$\sigma_{c_{ya}} = \sqrt{\left[ \frac{G}{q \cdot S} \right]^2 \sigma_{n_{ya}}^2 + \left[ \frac{n_{ya}}{q \cdot S} \right]^2 \sigma_G^2 + \left[ \frac{n_{ya} G}{q^2 \cdot S} \right]^2 \sigma_q^2 + \left[ \frac{n_{ya} G}{q S^2} \right]^2 \sigma_S^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma_i$  - среднеквадратическое отклонение измеряемого параметра. В данном случае мы исходим из предположения, что текущая погрешность носит случайный характер и имеет две составляющие: систематическую и случайную [7 стр.80]. Систематическая погрешность может быть определена при измерении параметра путем установления закономерности в ее поведении. При постоянной систематической погрешности дисперсия результатов измерений не зависит от ее величины и математическая обработка результатов измерений не позволяет ее обнаружить [7 стр. 98]. Обнаружить систематическую погрешность можно путем сравнения измеренного параметра с эталоном или сравнением этой величины с другой более точной измеренной величиной того же параметра в тот же момент времени. Таким образом, кор-

рекцию измерений при наличии постоянной составляющей систематической погрешности необходимо производить на этапе заводских испытаний или в полете сравнением показаний с показаниями резервной системы.

Переменные систематические погрешности выявляются путем исследования ряда измерений, например, сравнением с показаниями дублирующих систем измерений методами дисперсионного анализа. Среди наиболее распространенных методов учета систематической погрешности можно отметить группу методов, учитывающих влияние условий эксплуатации на показания измерительных каналов, а также группу методов, основанных на использовании функциональных элементов [7 стр. 99]: корректоров, дифференциальных входных устройств, модуляторов, образцовых сигналов и т.п.

Случайные погрешности измеряемого параметра характеризуются отсутствием функциональной зависимости результата измерения от какого-либо фактора и в электронных измерительных каналах могут быть наблюдаемы как шум, наложенный на полученное значение измеряемого параметра. В цифровых каналах это проявляется в “дрожании” младших разрядов, наблюдаемых в двоичной или другой системе счисления при выводе измеряемого параметра на экран компьютера или электронного индикатора. При многократных измерениях одного и того же фиксированного параметра результат измерения  $x_i$  можно рассматривать как независимую случайную величину. Наиболее универсальным способом описания случайных величин являются их интегральные и дифференциальные функции распределения. Чаще все-

го имеет место нормальное распределение. Дифференциальная функция распределения результатов измерения имеет вид [7 стр. 88]:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right]; \text{ где } m_x - \text{математическое ожидание.}$$

Вероятность попадания результатов измерения в заданный интервал  $(x_1, x_2]$  будет:

$$p(x_1 < x \leq x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] dx.$$

Этот интеграл можно вычислить с помощью таблиц.

Из центральной предельной теоремы теории вероятностей [8 стр.79] следует, что распределение погрешностей измерения будет близко к нормальному, если результаты наблюдений формируются при большом числе независимых погрешностей. Чтобы закон распределения погрешностей измерения был близок к нормальному, число частных погрешностей должно быть, как показывает опыт, не менее 3-4. Такое число измерений легко может быть получено на стендовых испытаниях при проверке на земле. Однако при измерениях параметров на борту ЛА не всегда удается получить достаточно большое число измерений одного параметра одновременно. Поэтому при конечном числе измерений  $k$  пользуются не среднеквадратическим отклонением а его оценкой

$$S_k = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 / (k - 1)}, \quad (3)$$

а среднее квадратическое отклонение для среднего значения погрешности будет

$$S_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^k (\dot{\Delta}_i - \bar{x})^2 / k(k-1)}, \quad (4)$$

где  $\dot{\Delta}_i$  - числовое значение случайной погрешности при ограниченном  $k$ .

При малом числе измерений, когда неизвестно  $\sigma(x)$  доверительную вероятность и доверительный интервал определяют, пользуясь законом распределения Стьюдента.

При  $k \rightarrow \infty$  распределение сходится к нормальному. Границы доверительного интервала находят, задавшись доверительной вероятностью  $P$  при данном  $k$  и получив из таблицы [9 стр. 37] значение коэффициента Стьюдента  $t$ , получают

$\varepsilon_1 \varepsilon_2 = S_0 t$ . Здесь  $\varepsilon_1 \varepsilon_2$  - доверительный интервал. Статистический критерий обнаружения грубых погрешностей при малом  $k$  [9 стр. 38]:

$$V_i = (\bar{x} - x_i) / S_n.$$

Значение числа  $\beta$  для данного  $k$  и принятой вероятности  $P$  берется из таблицы [9 стр. 39]. Если  $V_i \geq \beta$ , то результат  $V_i$  отбрасывается как грубый.

Косвенное измерение угла скольжения можно выполнить, воспользуясь следующими соотношениями для поперечной силы [1 стр. 177]:

$$Z = C_z^\beta q S \beta, \quad (5)$$

где  $C_z^\beta$  - производная коэффициента поперечной силы по углу скольжения,

$q$  - скоростной напор невозмущенного потока,  $S$  - площадь крыла,  $\beta$  - угол скольжения.

$$Z = n_z mg, \quad (6)$$

где  $n_z$  - боковое ускорение,  $mg$  - вес ЛА.

Уравнение (5) верно при малых углах скольжения (9 – 14,5 град.).

Из уравнений (5) и (6) можно получить:

$$\beta = n_z mg / C_z^\beta q S \quad \text{или} \quad \beta = n_z G / C_z^\beta q S, \quad (7)$$

где  $G$  - вес самолета.

Для оценки точности косвенного вычисления угла скольжения  $\beta$  получим частные производные по аргументам функции (7):

$$\frac{\partial \beta}{\partial n_z} = G / C_z^\beta q S; \quad \frac{\partial \beta}{\partial G} = n_z / C_z^\beta q S; \quad \frac{\partial \beta}{\partial S} = -\frac{n_z \cdot G}{q \cdot S^2 C_z^\beta}; \quad \frac{\partial \beta}{\partial q} = -\frac{n_z \cdot G}{q^2 \cdot S C_z^\beta};$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial C_z^\beta} = -\frac{n_z \cdot G}{q \cdot S (C_z^\beta)^2};$$

Погрешность определения угла скольжения можно выразить следующим соотношением:

$$\sigma_\beta = \sqrt{\left[ \frac{G}{C_z^\beta q S} \right]^2 \sigma_{n_z}^2 + \left[ \frac{n_z}{C_z^\beta q S} \right]^2 \sigma_G^2 + \left[ \frac{n_z G}{C_z^\beta q^2 S} \right]^2 \sigma_q^2 + \left[ \frac{n_z G}{C_z^\beta q S^2} \right]^2 \sigma_S^2 + \left[ \frac{n_z G}{(C_z^\beta)^2 q S} \right]^2 \sigma_{C_z^\beta}^2}$$

Определим случайную погрешность косвенного вычисления коэффициента подъемной силы  $C_{ya}$  для самолета ЯК-52 [10 стр.35] с площадью крыла  $S=15 \text{ м}^2$  и

весом  $G=1200$  кгс при полете на высоте  $1000$  м со скоростью  $V=270$  км/час с перегрузкой  $n_y = +2$ . Единицы измерения параметров будем брать в международной системе СИ.

Вычислим скоростной напор по известной формуле  $q = \frac{\rho V^2}{2}$ . Плотность воздуха

на высоте  $1000$  м находим из таблицы 1 [10 стр. 11]  $\rho = 0,1134 \text{ кгс} \cdot \tilde{h}^2 / \tilde{t}^4$ .

Скорость  $V=75$  м/с. Тогда получим  $q = 318,9 \text{ кгс} / \tilde{t}^2$ .

Определим  $C_{ya} = \frac{1200 \cdot 2}{318,9 \cdot 15} = 0,5017$ .

Определим частные производные коэффициента подъемной силы по аргументам:

$$\frac{\partial c_{ya}}{\partial n_{ya}} = G / (q \cdot S) = \frac{1200}{318,9 \cdot 15} = 0,25; \quad \frac{\partial c_{ya}}{\partial G} = n_{ya} / (q \cdot S) = \frac{2}{318,9 \cdot 15} = 0,0004181;$$

$$\frac{\partial c_{ya}}{\partial q} = -\frac{n_{ya} \cdot G}{q^2 \cdot S} = -\frac{2 \cdot 1200}{318,9^2 \cdot 15} = 0,001573;$$

$$\frac{\partial c_{ya}}{\partial S} = -\frac{n_{ya} \cdot G}{q \cdot S^2} = \frac{2 \cdot 1200}{318,9 \cdot 15^2} = 0,03345.$$

Определимся с погрешностями измерения параметров, являющихся аргументами функции коэффициента подъемной силы. По интерфейсу ARINC429 нормальная перегрузка согласно [11 стр.77] передается с максимальной погрешностью  $0.001$ , однако, практика показывает, что в реальных измерительных каналах присутствуют шумы, и поэтому необходимо учитывать случайную составляющую ошибки изме-

рений, которая проявляется в «дрожании» младших разрядов измеренной величины в двоичном представлении ее. Шумы измерительного канала являются следствием наличия шумов в датчике-преобразователе, усилителе, АЦП, цепях питания.

На практике величина ошибки измерения нормальной перегрузки для инерциальных систем средней точности (СБКВ-2В) составляет 0,01g. Теоретическая погрешность передачи измеренного веса ЛА по интерфейсу ARINC429, согласно [11 стр.54] составляет 18 кг, что составляет 1,5% от веса самолета. Примем погрешность определения веса 48 кг, что составит 4%. Погрешность определения скоростного напора будем определять по погрешности измерения динамического давления. Согласно [11 стр.64] разрешающая способность передачи динамического давления по интерфейсу ARINC429 составляет 0,03125 мбар, что соответствует  $0,31865 \text{ кгс/} \dot{v}^2$ . Для систем воздушных сигналов (СВС-96) точность измерения динамического давления составляет 1,7 мбар, что соответствует  $17,33 \text{ кгс/} \dot{v}^2$ . Погрешность определения площади крыла определим как  $0,4 \dot{v}^2$ . Погрешность косвенного вычисления коэффициента подъемной силы будет составлять

$$\begin{aligned} \sigma_{c_{ya}} &= \sqrt{\left[\frac{G}{q \cdot S}\right]^2 \sigma_{n_{ya}}^2 + \left[\frac{n_{ya}}{q \cdot S}\right]^2 \sigma_G^2 + \left[\frac{n_{ya} G}{q^2 \cdot S}\right]^2 \sigma_q^2 + \left[\frac{n_{ya} G}{q S^2}\right]^2 \sigma_S^2} = \\ &= \sqrt{[0,25]^2 \cdot 0,01^2 + [0,0004181]^2 \cdot 48^2 + [0,001573]^2 \cdot 17,33^2 + [0,03345]^2 \cdot 0,4^2} = \\ &= 0,0364. \end{aligned}$$

Наибольший вклад в общую погрешность вносит погрешность, связанная с измерением скоростного напора. Подсчитаем величину скоростного напора, кото-

рая является критической в определении точности коэффициента подъемной силы. Варьируя  $q$ , получим минимальное значение  $q=190,74 \text{ кгс}/\dot{\alpha}^2$ , что соответствует  $V=208,8 \text{ км/час}$  при  $n_y=2$ , а для  $n_y=1$  получим  $q=130,63 \text{ кгс}/\dot{\alpha}^2$  и  $V=172,8 \text{ км/час}$  соответственно. При уменьшении скорости погрешность в определении угла атаки будет возрастать больше 1 град. В посадочном режиме:  $G=1040 \text{ кг}$  с выработанным топливом при  $H=0$  ( $\rho=0,125$ ) максимальная погрешность вычисления угла атаки 1 градус будет складываться при  $q=123 \text{ кгс}/\dot{\alpha}^2$  и  $V=160,2 \text{ км/час}$ . Если в этом режиме варьировать ошибкой определения веса  $G$  до 100 кг, то ошибка в определении угла атаки увеличится на 0,177 градуса и составит 1,177 градуса.

Подсчитаем погрешность определения коэффициента подъемной силы для самолета М-101Т «Гжель» [10] с данными: площадь крыла  $S=17,04 \dot{\alpha}^2$ , взлетная масса максимальная  $G=3000 \text{ кг}$  при полете на высоте  $H=5000 \text{ м}$  со скоростью  $V=612 \text{ км/ч} = 170 \text{ м/с}$  с перегрузкой 1,4. На этой высоте плотность воздуха [10 стр.11]  $\rho=0,0751 \text{ кгс} \cdot \tilde{n}^2 / \dot{\alpha}^4$ ,  $q = 1085,2 \text{ кгс}/\dot{\alpha}^2$ . Примем погрешность в определении веса 4%, т.е. 120 кг.

Определим  $C_{ya} = \frac{3000 \cdot 1,4}{1085,2 \cdot 17,04} = 0,22743$ .  $\sigma_{C_{ya}} =$

$$= \sqrt{[0,16]^2 \cdot 0,01^2 + [0,0000757]^2 \cdot 120^2 + [0,00021]^2 \cdot 17,33^2 + [0,01333]^2 \cdot 0,4^2} =$$

$= 0,011257$ . Для режима  $H=0$ ,  $V=208,8 \text{ км/час}$  погрешность будет 0,1111, а погрешность в определении угла атаки составит 1 градус. При посадочном весе  $G=2738 \text{ кг}$



[12] минимальная скорость на посадке составит 205,2км/час. При увеличении погрешности в определении веса  $G$  до 200кг увеличение погрешности в определении угла атаки составит 0,21 градус и достигнет 1,21 градус.

В системе предупреждения режима сваливания можно использовать текущий  $\tilde{N}_{y\dot{\alpha}}$ , зная его максимальное значение для данного режима полета. Однако, можно вычислить и угол атаки, если заложить в бортовой вычислитель аэродинамические характеристики  $\tilde{N}_{y\dot{\alpha}} = f(\alpha)$ . В нашем случае требуется получить обратную функцию  $\alpha = f^{-1}(C_{ya})$ . Как правило, эти функции линейны, и в общем виде можно записать  $\alpha = a + b C_{ya}$ . Для ЯК-52, используя характеристику  $\tilde{N}_{y\dot{\alpha}} = f(\alpha)$  [10 стр.51], можно определить  $\alpha = -1 + 12,22 \cdot C_{ya} = 5,132^\circ$ . Для М101Т по характеристикам, приведенным в [12], видно, что на многих режимах коэффициенты  $a$  и  $b$  мало отличаются, значительное отличие имеется только по максимальному  $\tilde{N}_{y\dot{\alpha}}$ . Для  $M=0,5$  можно принять  $\alpha = -1 + 9,524 C_{ya}$ . На максимальных скоростях и максимальных высотах угол наклона может снижаться до 8,6. Угол атаки будет  $\alpha = 1,3825^\circ$ . Имея характеристику  $\alpha = f^{-1}(C_{ya})$  можно вычислить точность угла атаки.

$$\sigma_\alpha = \frac{d\alpha}{dC_{ya}} \sigma_{C_{ya}} = 12,22 \cdot 0,0364 = 0,445^\circ \text{ для самолета ЯК-52 и } \sigma_\alpha = 0,1072^\circ \text{ для са-}$$

молета М-101Т. Полученные результаты удовлетворяют требованиям по точности к сигналам по аэродинамическим углам [13 стр. 180] 0,5-1,0 град.

Чтобы определить погрешность косвенного определения угла скольжения на самолете М-101Т найдем в [12] значение  $C_z^\beta$ . Это значение практически постоянно при различных числах М и оно равно  $-0,0125$ . Пусть  $n_z = 0,1$ . Определим угол скольжения:  $\beta = 3000 \cdot 0,1 / (-0,0125 \cdot 1085,2 \cdot 17,04) = -1,298^\circ$ . Определим частные производные функции (7) от аргументов:

$$\frac{\partial \beta}{\partial n_z} = G / C_z^\beta q S = 3000 / (-0,0125 \cdot 1085,2 \cdot 17,04) = -12,98;$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial G} = n_z / C_z^\beta q S = 0,1 / 231,15 = -0,00043; \quad \frac{\partial \beta}{\partial S} = -\frac{n_z \cdot G}{q \cdot S^2 C_z^\beta} = \frac{0,1 \cdot 3000}{1085,2 \cdot 17,04^2 \cdot 0,0125} =$$

$$= 0,0762; \quad \frac{\partial \beta}{\partial q} = -\frac{n_z \cdot G}{q^2 \cdot S C_z^\beta} = \frac{300}{1085,2^2 \cdot 17,04 \cdot 0,0125} = 0,001196;$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial C_z^\beta} = -\frac{n_z \cdot G}{q \cdot S (C_z^\beta)^2} = -\frac{300}{1085,2 \cdot 17,04 \cdot 0,0125^2} = -103,826.$$

Ошибка косвенного определения угла скольжения будет:  $\sigma_\beta =$

$$= \sqrt{13^2 \cdot 0,01^2 + 0,00043^2 \cdot 120^2 + 0,076^2 \cdot 0,4^2 + 0,0012^2 \cdot 0,4^2 + 103,83^2 \cdot 0,001^2} =$$

$$= \sqrt{0,017 + 0,0027 + 0,00043 + 0,00093 + 0,01078} = 0,178 \text{ град.}$$

Полученная точность удовлетворяет требованиям по точности к аэродинамическим углам [13 стр.180]. Варьируя  $n_z$ , получим при  $n_z = 0,4$  ошибка в определении угла скольжения будет  $0,5^\circ$ . Варьируя  $q$ , получим минимальную скорость  $V = 270 \text{ км/час}$ , при которой ошибка возрастет до  $1^\circ$ . При увеличении ошибки оценки веса  $G$  до

300кг ошибка угла скольжения может возрасти до  $0,21^\circ$ . При посадочном весе и высоте  $H=0$  скорость, при которой ошибка в определении  $\beta$  может возрасти до  $1^\circ$ , будет равна  $V=201\text{км/час}$ .

Расчеты по вычислению ошибок и варьировании параметров производились с использованием таблиц Excel. Качественную картинку зависимости ошибки определения угла атаки на посадочном режиме самолета М101Т можно видеть на Рис.5

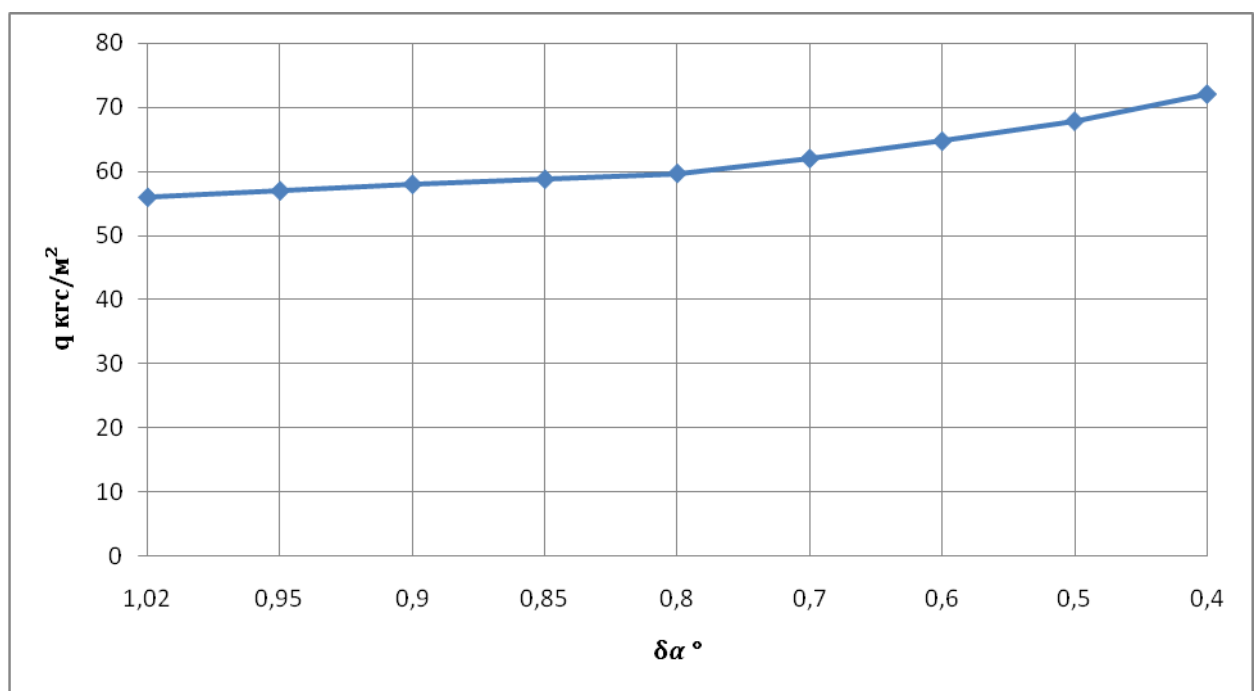


Рис. 5

Диапазон скоростей  $V$ , соответствующих графику составляет  $201,6-259\text{км/час}$ .

На показанных режимах дополнительное приращение ошибки угла  $\alpha$  за счет увеличения ошибки определения веса  $G$  до  $100\text{кг}$  будет примерно постоянно и составит  $0,05^\circ$ . На тех же режимах качественную картинку по зависимости ошибки определения угла  $\beta$  можно видеть на Рис. 6.

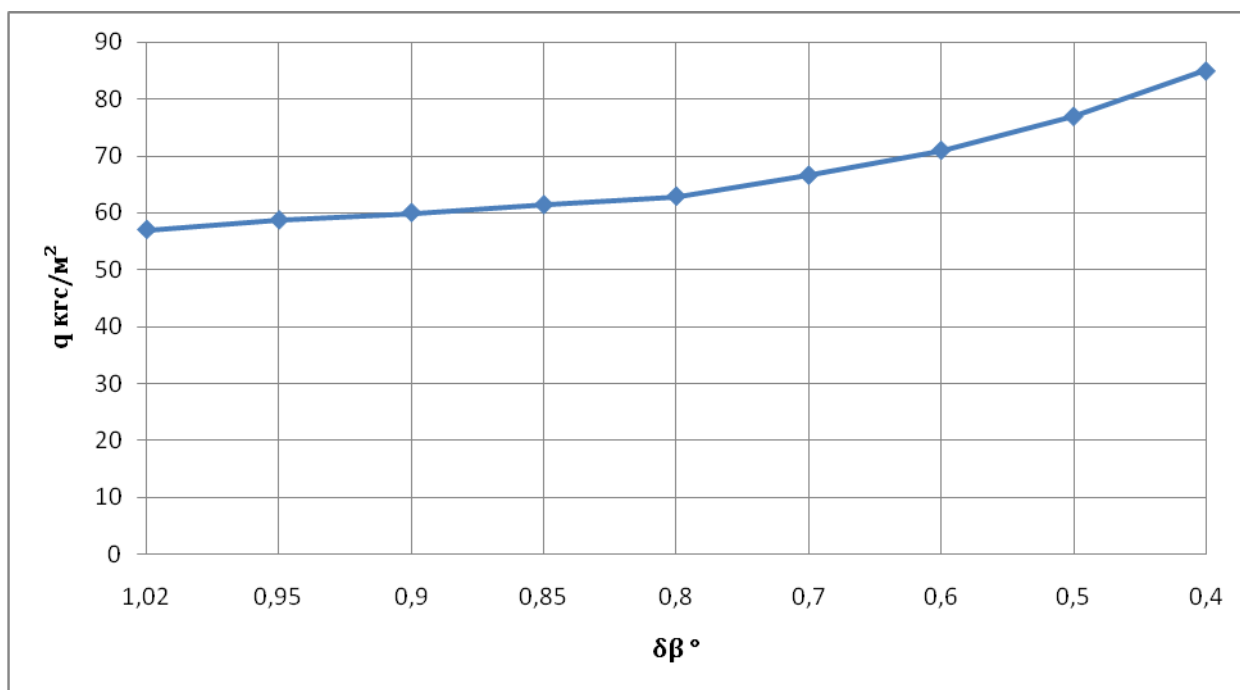


Рис. 6

На этих режимах приращение ошибки угла  $\beta$  за счет увеличения ошибки определения веса  $G$  до 200кг составило от  $0,05^\circ$  до  $0,03^\circ$ .

Процедуры косвенных вычислений аэродинамических углов позволяют иметь дополнительный (резервный) канал измерения их на борту ЛА, который требует наличия работоспособным только одного ПВД, в то же время для измерения аэродинамических углов традиционными способами требуется по крайней мере 2 ПВД. Таким образом, можно повысить надежность измерительной системы.

В АО «НИИАО» в рамках соответствующей НИР разработаны измерительный канал дифференциального давления воздуха, включающий датчик дифференциального давления ТДМ2-Д (МИЭТ, г.Зеленоград), микроконтроллер С8051F350 с встроенным 24-разрядным АЦП (SiLabs, США), интерфейсом RS-232-USB; канал измерения перегрузок с 3-х степенным МЭМС датчиком-акселерометром ADXL345

(Analog Devices, США), 16-разрядным АЦП (Burr-Brown, США), микроконтроллером Atmega32a (Atmel, США), интерфейсом RS-232-USB; а также канал измерения угловых ускорений с 3-х степенным МЭМС датчиком угловых скоростей - вибрационным гироскопом L3G4200 (STM, Франция-Италия) и остальными электронными компонентами, как в канале измерения перегрузок.

### **Выводы:**

1. Описанная выше процедура косвенного вычисления аэродинамических углов: угла атаки и угла скольжения позволяет использовать измеренные на борту ЛА воздушно-скоростные и инерциальные параметры полета а также конструктивные параметры ЛА для вычисления аэродинамических углов. В отличие от прямых измерений аэродинамических углов рассмотренная процедура не имеет динамических ошибок приемников и преобразователей направления воздушного потока и не нуждается в их подогреве. Результатом вычисления является истинный угол атаки и истинный угол скольжения в пределах рассмотренных погрешностей. Необходимы только один ПВД, измеритель нормальной перегрузки и боковой перегрузки.
2. Предложен рекуррентный, корректирующий точность вычислений алгоритм определения текущего коэффициента подъемной силы и угла атаки.
3. Полученные в статье оценки точности косвенного вычисления аэродинамических углов на основе точности измерения высотно-скоростных, инерциальных параметров и точности оценки конструктивных параметров ЛА по-

зволяют применять косвенное вычисление аэродинамических углов на практике в дополнение к традиционным схемам измерения или как автономную систему косвенного измерения текущего коэффициента подъемной силы для системы предупреждения приближения к критическому режиму – сваливанию.

4. Учитывая необходимость резервирования систем измерения аэродинамических углов для достижения более высокого показателя безопасности, подобная система без существенных аппаратных затрат путем добавления дополнительных программ в бортовом вычислителе может существенно повысить функциональную надежность системы предупреждения приближения к критическому режиму и полета ЛА в сложных метеоусловиях в частности при сравнении вычисленного и критического коэффициентов подъемной силы.

### **Библиографический список**

1. Мхитарян А.М. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 1978. – 424 с.
2. Мхитарян А.М. Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1976. – 448 с.
3. Браславский Д.А., Логунов С.С., Пельпор Д.С. Расчет и конструирование авиационных приборов. - М.: Оборонгиз, 1954. – 584 с.
4. РДК-43. Руководство для конструкторов авиационных КБ. Том 1. - Жуковский, Изд-во Бюро новой техники НКАП, 1943. – 1053 с.

5. Аэромеханика самолета. Динамика полета / Под ред. А.Ф.Бочкарева, В.В.Андреевского, М.: Машиностроение, 1985. – 360 с.
6. Снешко Ю.И. Исследования в полете устойчивости и управляемости самолета. – М.: Машиностроение, 1971. - 328 с.
7. Прокин Н.С. Основы метрологии динамических измерений: Учебное пособие. - М.: Логос, 2003. – 256 с.
8. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М.: Изд-во физико-математической литературы, 1969. – 400 с.
9. Шевцов Е.К., Ревун М.П. Электрические измерения в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1989. – 168 с.
10. Коровин А.Е., Новиков Ю.Ф. Практическая аэродинамика и динамика полета самолетов ЯК-52 и ЯК-55. – М.: ДОСААФ, 1989. – 357 с.
11. РТМ 1495-75. Руководящий технический материал. Обмен информацией двуполярным кодом в оборудовании летательных аппаратов. – М.: Министерство радиопромышленности СССР, 1975. – 121 с.
12. Федоров Л.П. Методы и результаты расчетных исследований летно-технических характеристик самолетов авиации общего назначения. - Жуковский, ЦАГИ, 2005. – 253 с.
13. Солдаткин В.М. Методы и средства построения бортовых информационно-управляющих систем обеспечения безопасности полета. – Казань, Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. - 350 с.