

Труды МАИ. 2022. № 122
Trudy MAI, 2022, no. 122

Научная статья
УДК 004.942:621.452.322
DOI: [10.34759/trd-2022-122-19](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-19)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГТД ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ

Юрий Александрович Эзрохи^{1✉}, Сергей Мирославович Каленский²

^{1,2}Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, ЦИАМ,
Москва, Россия

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия

¹yaezrokhi@ciam.ru✉

²30105@ciam.ru

Аннотация. В статье рассмотрены основные положения математического моделирования рабочего процесса газотурбинного двигателя. На основе проведенного анализа определены задачи и структура этапов идентификации разрабатываемой математической модели двигателя. Даны подходы к предварительной оценке экспериментальных данных по количественным и качественным показателям. Описан выбор корректируемых в процессе идентификации параметров и процесс их согласования с экспериментальными данными.

В заключение приведены рекомендации по процессу настройки модели при идентификации математической модели по данным проведенных испытаний.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация математической модели, верификация и валидация, цифровой аналог физического объекта, газотурбинный двигатель, экспериментальные данные, поправочные коэффициенты, согласованная математическая модель

Для цитирования: Эзрохи Ю.А., Каленский С.М. Идентификация математической модели ГТД по результатам испытаний // Труды МАИ. 2022. № 122. DOI: [10.34759/trd-2022-122-19](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-19)

IDENTIFICATION OF GTE MATHEMATICAL MODEL BY TEST DATA

Yuri A. Ezrokhi¹✉, Sergey M. Kalenskii²

^{1,2}Central Institute of Aviation Motors named after P.I. Baranov, CIAM,
Moscow, Russia

¹Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russia

¹yaezrokhi@ciam.ru✉

²30105@ciam.ru

Abstract. One of the important tools applied at all stages of the aviation gas turbine engine (GTE) life cycle is the mathematical modelling of GTE operation. Such the engine mathematical model (EMM) allows to calculation of its altitude-velocity and throttle performances to form the initial data for gas dynamic calculations and designing of GTE units, for control system design, for planning of various kinds of tests, carrying out of GTE

diagnosis and also decisions of other problems arising during the GTE creation and operation.

Efficiency EMM at various stages of the engine creation depends on adequacy of the modelling to its real operation. In this connection increase of accuracy EMM is rather important problem on which decision the expediency and productivity of application EMM in the practice substantially depends.

The problem of EMM accuracy and adequacy increase can be resolved during some stages.

At the first stage the initial aprioristic EMM was analyzed by audit of basic equations, inequalities, logic conditions, and also approximating dependences about conformity to those physical processes for which they were got.

So, in particular, at this stage correctness of use in EMM the thermodynamic equations applied to enthalpy and temperature of a working medium and its thermo physical properties, approximating dependences for the unit performance (received in advance by means of independent tests or calculations) from the viewpoint of their interpolation and extrapolation from area of their preliminary settlement-experimental definition is checked.

Besides, correctness of the continuity equation on an engine flowing path (taking into account possible selections, leaks and supplies of a working medium), conservation of energy and an impulse, and also the laws of engine control (taking into account accuracy of regulation and limitations), defining fuel flow into the combustion chamber, position of the compressors guide vanes and jet nozzle door (if these elements are changed from a one mode to other) is checked.

Generally the method of EMM identification with the engine tests results is reduced to a finding of certain number of correction factors to conditionally constant EMM parameters (to units performance, the sections of a flowing path area values, values of selections and leaks of a working medium and another), capable of the least divergence of the settlement and experimental results.

Keywords: the mathematical model, the identification of mathematical model, verification and validation, the digital analogue of the physical object, the gas turbine engine, experimental data, the correction factors, the identified mathematical model.

For citation: Ezrokhi Yu.A., Kalenskii S.M. Identification of gte mathematical model by test data. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. DOI: [10.34759/trd-2022-122-19](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-19)

Введение

Одним из важных инструментов, применяемых на всех этапах жизненного цикла авиационного газотурбинного двигателя (ГТД), и в первую очередь, на этапах его проектирования и доводки, является математическое моделирование рабочего процесса двигателя [1-3]. Математическая модель двигателя (ММД) позволяет проводить расчеты его высотно-скоростных (ВСХ) и дроссельных характеристик, формировать исходные данные для газодинамических расчетов и проектирования узлов ГТД, для разработки САУ ГТД [4, 5], для планирования различных видов

испытаний, проведения диагностики состояния ГТД, а также решения других задач, возникающих в процессе создания и эксплуатации двигателя.

Эффективность применения ММД на различных этапах создания двигателя зависит от адекватности описания рабочего процесса в проточной части двигателя реальному его протеканию. В связи с этим повышение точности ММД является весьма важной задачей, от решения которой в значительной степени зависит целесообразность и результативность применения ММД на практике.

Основные положения математического моделирования рабочего процесса газотурбинного двигателя

Математическая модель (ММ) рабочего процесса авиационного двигателя представляет собой совокупность формул, уравнений, неравенств и логических условий, которая связывает термодинамические характеристики двигателя и его узлов, а также параметры рабочего тела в различных сечениях проточного тракта с исходными данными (характеристиками узлов и элементов двигателя, геометрические размеры проточной части, описание воздушной системы и др.), внешними условиями (условия полета, состояние атмосферы и т.д.) и наложенными ограничениями (законами регулирования двигателя) [1].

По существу такая модель является математическим (виртуальным) аналогом физического объекта, в котором совершается рабочий процесс. Математическая модель обычно охватывает достаточно широкий диапазон эксплуатационных режимов двигателя и позволяет варьировать номенклатуру исходных данных и

результатов, то есть рассматривать различные варианты постановки задачи, возникающие в практике авиадвигателестроения.

На рис. 1 представлена условная блок - схема рассматриваемой ММ газотурбинного двигателя.

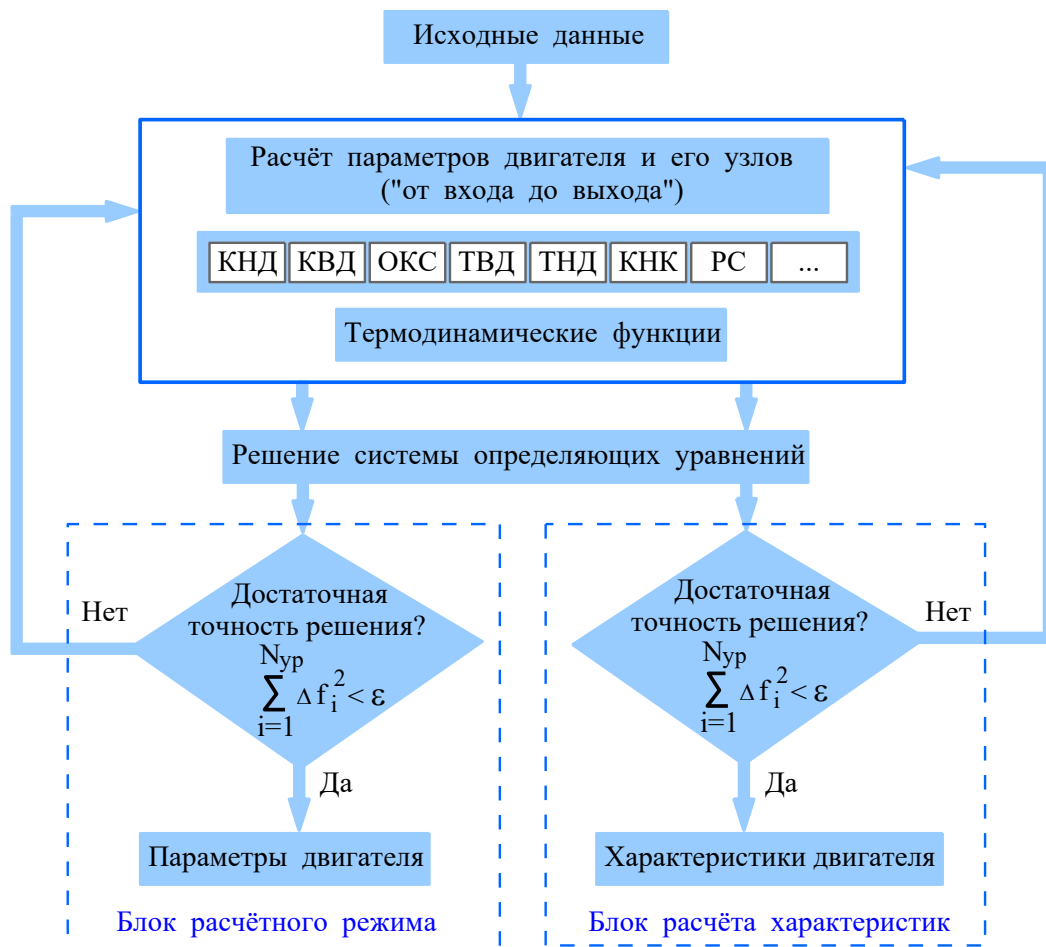


Рис. 1. Блок-схема ММД.

Блок ввода информации предусматривает задание исходных данных по узлам двигателя, условиям его работы, параметрам на входе в двигатель, виду и характеристикам топлива и т.д.

Блок расчетного режима в задачах моделирования вновь проектируемого двигателя служит для его «завязки», то есть определения основных проектных параметров и геометрических размеров его проточной части (площади на входе в каскады компрессора, проходных сечений сопловых аппаратов каскадов турбины, канала наружного контура ТРДД, затурбинного диффузора, сечения выходного тракта и др.). Для «выполненного» двигателя блок расчетного режима служит для уточнения эквивалентных («увязочных») значений площадей основных сечений проточного тракта исходя из измеренных параметров на одном из выбранных режимов (предположительно, наиболее «достоверном»).

Блок расчета характеристик предназначен для определения параметров рабочего процесса и характеристик двигателя на установившихся и переходных режимах работы исходя из заданной программы его регулирования. При этом значения параметров, определяющих режим работы двигателя (например, частота вращения одного из валов или температура газа перед турбиной, площадь выходного сечения реактивного сопла и др.), считаются известными.

Оба блока расчета построены по принципу формализации алгоритма и связаны с блоком решения системы определяющих уравнений, которое выполняется градиентным методом Ньютона-Рафсона. В блоке решения системы уравнений выполняется вычисление «невязок» (не равных нулю величин правых частей уравнений), а также определение их средней квадратичной величины - «нормы». Сами значения этих «невязок», в свою очередь, определяются в результате расчета двигателя «от входа до выхода» путем последовательного обращения к математическим моделям каждого узла и элемента двигателя. Блок расчета

термодинамических свойств рабочего тела предназначен для определения теплофизических констант (газовой постоянной R , показателя адиабаты k и теплоемкости при постоянном давлении C_p), а также взаимосвязей между изменениями энтальпии, температуры и давления в различных сечения проточного тракта двигателя.

Задачи и структура этапов идентификации ММД

Наиболее полное соответствие ММД реальному объекту достигается:

- структурной идентификацией – включением в ММ ряда уравнений, обеспечивающих наиболее полное описание рабочего процесса и свойств рабочего тела;

- параметрической идентификацией – уточнением по данным стендовых испытаний ГТД характеристик узлов двигателя.

Адекватность описания рабочего процесса и свойств рабочего тела проверяется верификацией, а точность результатов расчёта – валидацией ММ.

Задача повышения точности и адекватности ММД таким образом может решаться в несколько этапов [6]. На первом этапе - этапе верификации - проводится отработка исходной априорной ММД путем ревизии (или аудита) используемых в ней основных соотношений (уравнений, неравенств, логических условий, а также аппроксимационных зависимостей) на предмет соответствия тем физическим процессам, для описания которых они используются. Так, в частности, на этом этапе проверяется правильность использования в ММД термодинамических соотношений, применяемых для вычисления энтальпии и температуры рабочего тела и его

теплофизических свойств [7], аппроксимационные зависимости для задания характеристик узлов (полученных заранее с помощью автономных испытаний или расчетов) с точки зрения их интерполяции и экстраполяции за область их предварительного расчетно-экспериментального определения. Кроме этого, проверяется правильность составления уравнений неразрывности по тракту двигателя (с учетом возможных отборов, утечек и подводов рабочего тела), сохранения энергии и импульса, а также заложенных законов управления двигателем (с учетом точности регулирования и ограничений), определяющих подачу топлива в камеру сгорания, положение направляющих аппаратов компрессоров и створок реактивного сопла (если эти элементы изменяются от режима к режиму работы двигателя).

После такой предварительной верификации априорной ММД начинается второй этап проверки ее адекватности - этап валидации, то есть процесс согласования полученных с помощью ММД результатов расчета с результатами экспериментальных исследований моделируемого двигателя. Для этого ММД настраивается таким образом, чтобы «повторить» каждую экспериментальную точку расчетным путем, при этом на входе задаются те же условия, что и при испытании реального двигателя. Кроме того, либо задаются значения нескольких параметров, определяющих режим работы двигателя, либо значения этих параметров определяются в соответствии с заложенной в ММД программой регулирования двигателя [8]. После проведения расчета проводится сравнение значений одноименных параметров (расчетных и экспериментальных), и по разнице между ними судят об адекватности априорной ММД.

Если расхождение между этими параметрами достигают существенных значений, необходимо провести процесс коррекции (согласования) ММД по экспериментальным данным, условная схема проведения которой представлена на рисунок 2.



Рисунок 2 - Условная схема проведения согласования ММД с результатами испытаний двигателя.

В настоящее время на практике нашли широкое применение методы согласования ММД по результатам испытания двигателя [9, 10 и другие]. В основном, в этих методах используется формализованный подход к определению уточняющих поправок к характеристикам узлов двигателя, которые обеспечивают

достижение минимума некоторой целевой функции, например, суммы квадратов невязок между измеренными и рассчитанными по ММ параметрами двигателя. Недостатком этих методов является ограничение количества уточняющих поправок числом замеренных в эксперименте величин, а также допущение о независимости между собой уточняющих поправок. Это может привести к тому, что будет найдено формальное решение, обеспечивающее хорошую сходимость расчётных и экспериментальных данных, но не имеющее физического смысла.

Предварительная оценка экспериментальных данных

Несколько слов следует сказать о количестве и «качестве» экспериментальной информации. Обычно при испытании двигателя имеется определенный недостаток экспериментальной информации, то есть из-за известных трудностей препарирования экспериментального объекта замеряются далеко не все необходимые параметры двигателя и рабочего тела, что делает задачу согласования не вполне корректной. С другой стороны, вследствие часто имеющих место ошибок измерений, связанных с не достаточно корректным расположением датчиков, их дефектами и/или дефектами преобразователей их сигналов, некоторые значения измеряемых параметров являются явно «ошибочными».

В связи с этим имеющаяся экспериментальная информация еще до начала процесса согласования ММД должна быть подвергнута серьезному анализу и отранжирована по степени достоверности, в том числе и с применением статистических методов обработки экспериментальных данных [11]. При этом возможно, а в ряде случаев и необходимо привлечение дополнительной

информации, например, касающейся влияния эксплуатационных факторов, имеющих место в процессе проведения испытаний. В частности, это может относиться к влиянию числа Рейнольдса на характеристики элементов двигателя (если характеристики отдельных узлов получены расчетным путем или экспериментально при автономных испытаниях в стандартных условиях, а испытания двигателя проводились, в том числе и в условиях пониженных чисел Re) [12]. Кроме того, это может относиться к влиянию влажности и водности атмосферного воздуха [13] и/или его «загрязнения» продуктами сгорания при экспериментальном моделировании повышенной по сравнению с атмосферной температуры на входе подмешиванием к воздуху продуктов сгорания топлива от вспомогательного двигателя [14].

Выбор корректируемых в процессе идентификации параметров

В общем случае метод решения задачи согласования ММД с результатами испытаний двигателя сводится к нахождению определенного числа поправочных коэффициентов к «условно постоянным» параметрам ММД (характеристикам узлов, значениям площади характерных сечений проточного тракта, значениям отборов и утечек рабочего тела и другим), обеспечивающих наименьшее расхождение расчетных и экспериментальных результатов [15].

Физический смысл коррекции характеристик узлов, полученных расчетным путем или в результате испытаний на автономных узловых стендах, в ММД может быть связан со следующим.

Как известно, ряд узлов, в первую очередь, лопаточные машины при работе в системе двигателя показывают характеристики, весьма отличные от экспериментальных, полученных при автономных испытаниях [16]. Это может быть объяснено имеющей место в проточной части двигателя неравномерностью потока на входе в рассматриваемый узел [17] вследствие влияния узлов и элементов, расположенных выше по потоку [18]. Этот же эффект может быть связан с некоторым нарушением автомодельности, например, из-за влияния радиальных зазоров как на КПД [19], так и на протекание напорных веток компрессора и турбины [20], а также вследствие влияния числа Рейнольдса [21]. Кроме того, подвод охлаждающего воздуха в горячие элементы турбины и выдув его в проточную часть также может оказывать различное влияние на режим течения в межлопаточном канале турбины и тем самым «изменять» его пропускную способность и потери в нем полного давления [22].

Что касается основной камеры сгорания, то часто полученные в результате ее холодных продувок зависимости потерь полного давления от приведенного значения скорости на входе в диффузор могут заметно отличаться от протекания этого параметра в реальных «горячих» условиях работы ОКС в системе двигателя. Аналогичная картина касается значений полноты сгорания, полученных при автономных испытаниях с помощью химического анализа продуктов сгорания.

Возможная коррекция «газодинамической» площади реактивного сопла даже в случае его фиксированных геометрических размеров связана с изменением от режима к режиму реального истечения в выходной части сопла и может быть оценена коэффициентом расхода [23].

Наличие дополнительных (по сравнению с априорно принятыми) утечек рабочего тела из различных частей проточного тракта двигателя может быть вызвано как изменением от режима к режиму перепада давления в сечениях отбора и выпуска, так и наличием в реальном двигателе определенных мест «негерметичности» его проточного тракта.

Выбор параметров, по которым проводится идентификация

В связи с этим при согласовании ММД с результатами испытаний двигателя обычно вводятся поправки на следующие параметры характеристик узлов и систем двигателя:

- компрессор - на значения приведенного расхода воздуха $K_{G_{np}}^k$ и коэффициента полезного действия K_{η}^k ;
- турбина - на значения площади критического сечения первого соплового аппарата $K_{F_{CA}}^T$ или его пропускную способность $K_{G_{np}}^T$ и коэффициента полезного действия K_{η}^T ;
- основная камера сгорания - на значения полноты сгорания топлива $K_{\eta}^{окс}$ и коэффициента потерь полного давления $K_{\sigma}^{окс}$;
- реактивное сопло - на значение площади критического или выходного сечения $K_{F_c}^{pc}$, определяющей расход рабочего тела через двигатель;
- воздушная система - на значения относительных расходов воздуха, отбираемых из проточной части тракта сжатия, и выпускаемых в

атмосферу и/или канал наружного контура, а также в проточный тракт расширения (элементы турбины и сопла).

Схематично процесс согласования выглядит следующим образом. Для каждой выбранной экспериментальной точки воспроизводятся все условия на входе в двигатель:

- значения статического p_H и полного давления p_{ex}^* рабочего тела;
- статической T_H и полной температуры T_{ex}^* рабочего тела;
- особенности состава рабочего тела (влажность, возможное содержание продуктов сгорания при экспериментальном моделировании повышенной температуры на входе подмешиванием выхлопных газов от вспомогательного двигателя);
- содержание и параметры используемого при испытании топлива (его химический состав, низшая теплотворная способность H_u , стехиометрическое соотношение L_0 , энтальпия i_{T0} или температура t_{T0} подачи в камеру сгорания).

В качестве параметров, определяющих режим работы двигателя, выбираются параметры, значения которых вызывают наибольшее доверие. Так, например, для случая двухвального ТРДД без форсажной камеры - это может быть либо расход топлива в камеру сгорания G_m , либо частота вращения одного из валов n (чаще всего - вала низкого давления $n_{нд}$, определяющего расход воздуха через двигатель), а также значение «газодинамической» площади выходного сечения реактивного сопла.

Рекомендации по процессу настройки модели при идентификации

После завершения этапа выбора параметров для валидации проводится расчет двигателя в заданных условиях, и находятся значения «невязок», то есть разности между расчетными и экспериментальными значениями соответствующих параметров $(y^i_{\text{мд}} - y^i_{\text{эксн}})$. После этого в зависимости от соотношения числа измеренных параметров $N_{\text{изм}}$ и количества поправочных коэффициентов $N_{\text{коэф}}$ решается задача подбора значений поправочных коэффициентов.

В наиболее типичном случае, когда число измеренных параметров больше числа поправочных коэффициентов ($N_{\text{изм}} > N_{\text{коэф}}$), подбор этих значений осуществляется путем решения задачи минимизации функционала, представляющего собой сумму квадратов отклонений соответствующих расчетных по ММД $y^i_{\text{мд}}$ и экспериментальных $y^i_{\text{эксн}}$ значений по всем измеряемым параметрам,

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_{\text{изм}}} (y^i_{\text{мд}} - y^i_{\text{эксн}})^2 \quad [24].$$

В случае «бедного» набора измеряемых параметров, когда их число меньше числа поправочных коэффициентов ($N_{\text{изм}} < N_{\text{коэф}}$), задача подбора значений поправочных коэффициентов становится некорректной и не имеет однозначного решения; в связи с этим делается попытка уменьшения числа поправочных коэффициентов за счет отбрасывания поправок на параметры тех узлов и элементов, характеристики которых вызывают наибольшее доверие, а также те параметры, изменение которых оказывает слабое влияние (или вовсе не оказывает влияния) на значение измеряемого параметра на этом режиме. Выявление таких

«слабовлияющих» поправок может быть осуществлено либо путем нескольких промежуточных параметрических расчетов двигателя на этом режиме, либо путем анализа имеющейся таблицы коэффициентов влияния [25] на измеряемый параметр параметра, на который предполагается поправка.

После проведения такого рода процедуры определения поправок на выбранные характеристики узлов и систем эти поправки анализируются с точки зрения:

- возможности случайного единичного выброса значения из области, характерной для большинства точек;
- возможности более или менее гладкого протекания значения поправки в зависимости от характерного параметра, определяющего режим работы соответствующего узла.

После отбрасывания «выпавших» значений поправочных коэффициентов оставшиеся значения аппроксимируются, и аппроксимирующие функции заводятся в математическую модель двигателя.

Значения поправочных коэффициентов на параметры компрессора (на значение приведенного расхода и КПД) аппроксимируются в функции приведенной частоты вращения этого компрессора $K_{G_{np}}^k(n_{np})$ и $K_{\eta}^k(n_{np})$, для турбины - в функции степени понижения давления $K_{G_{np}}^t(\pi_{т}^*)$ и $K_{\eta}^t(\pi_{т}^*)$, для ОКС - поправочный коэффициент на полноту сгорания в функции коэффициента избытка воздуха $K_{\eta}^{окс}(\alpha_{кс})$, а поправочный коэффициент на потери полного давления - в функции приведенной скорости на входе в диффузор $K_{\sigma}^{окс}(\lambda_{вх})$. Поправочный коэффициент на

значение площади среза реактивного сопла (коэффициент расхода) аппроксимируется в функции располагаемой степени расширения в сопле. Что касается дополнительных утечек и отборов рабочего тела из проточного тракта двигателя, то, по-видимому, следует принять их значения либо постоянными в относительном виде, либо в виде функции от перепада давления между местами отбора и выдува.

Процесс идентификации ММД можно считать успешно завершенным, если расхождения между величинами рассчитанных и замеренных параметров не превышает 1...1,5%.

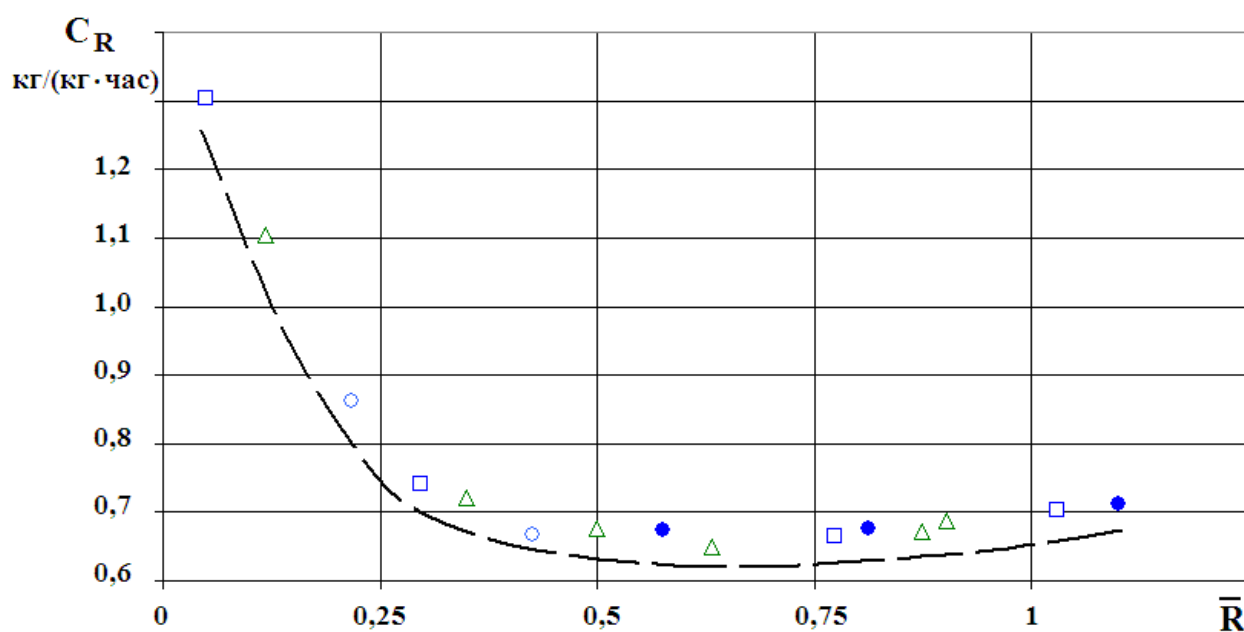


Рис. 3а. Протекание дроссельной характеристики ТРДД до согласования ММ

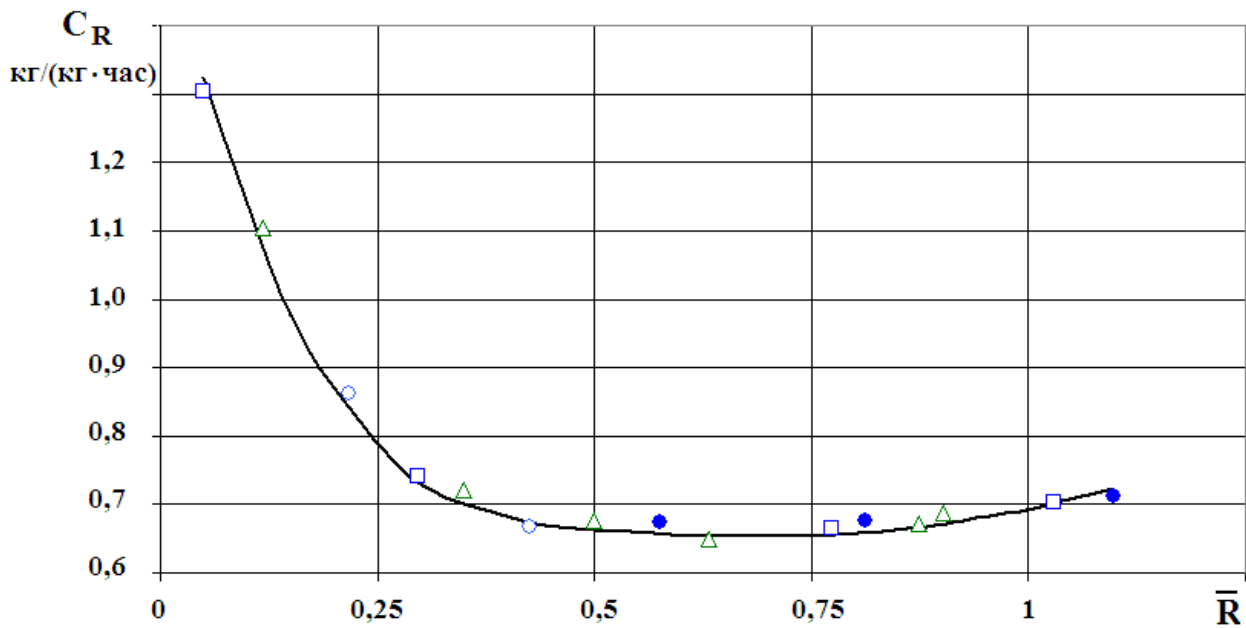


Рис. 3б. Протекание дроссельной характеристики ТРДД по результатам согласования ММ

На рис. 3а и рис. 3б в качестве примера показано протекание расчетной и экспериментальной дроссельной характеристики ТРДД в условиях взлета (маркерами показаны экспериментальные значения, линией - результаты расчета). При этом пунктирной линией показаны результаты, полученные по априорной ММД (до идентификации), а сплошной линией - после идентификации этой модели по результатам стендовых испытаний двигателя.

Полученная таким образом согласованная ММД может быть использована как цифровой аналог реального изделия, при этом результаты анализа поправочных коэффициентов на характеристики основных узлов двигателя могут позволить выявить причины недобора этим двигателем основных данных и, как результат, выработать рекомендации по улучшению его рабочего процесса.

Список источников

1. Эзрохи Ю.А. Моделирование двигателя и его узлов. Машиностроение: Энциклопедия. Т. IV-21. Самолеты и вертолеты. Кн. 3. Авиационные двигатели. - М.: Машиностроение, 2010. С. 341-353.
2. Эзрохи Ю.А., Хорева Е.А. Ординарные математические модели в задачах расчета параметров авиационных ГТД // Аэрокосмический научный журнал. 2017. № 1. С. 1-14. DOI: [10.24108/rdopt.0117.0000059](https://doi.org/10.24108/rdopt.0117.0000059)
3. Кузьмичев В.С., Крупенич И.Н., Рыбаков В.Н. и др. Формирование виртуальной модели рабочего процесса газотурбинного двигателя в САЕ системе «АСТРА» // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=41518>
4. Гольберг Ф.Д., Гуревич О.С., Петухов А.А. Математическая модель двигателя в САУ ГТД для повышения надежности и качества управления // Труды МАИ. 2012. № 58. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=33278>
5. Костюков В.М., Капырин Н.И. Модель газотурбинного двигателя и его системы управления для особых значений углов атаки и метеорологических условий // Труды МАИ. 2011. № 49. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28075>
6. Чуян Р.К. Методы математического моделирования двигателей летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1988. - 288 с.
7. Руководящий технический материал авиационной техники РТМ 1677-83. Двигатели авиационные газотурбинные. Метод и подпрограммы расчета термодинамических параметров воздуха и продуктов сгорания углеводородных топлив. 1983. URL: <http://www.lbm.ru/techdocs/kgs/ost/244/info/47340/>

8. Цховребов М.М., Эзрохи Ю.А., Дрыгин А.С. Применение идентифицированной математической модели газотурбинного двигателя для анализа результатов испытаний // Авиационные двигатели и силовые установки: Сборник статей. - М.: ТОРУС ПРЕСС, 2010. С. 153-159.
9. Кофман В.М. Метод параметрической идентификации математических моделей ГТД на установившихся режимах работы // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2009. Т. 13. № 1(34). С. 57-65.
10. Таран Е.М. Универсальный метод согласования математической модели ГТД с результатами испытаний. Испытания авиационных двигателей №14. – Уфа: УАИ, 1986. С. 63-70.
11. Вовк М.Ю., Кулалаев В.В. Критерии нормальности при обработке экспериментальных исследований параметров газотурбинных двигателей на базе методов прикладной математической статистики // Труды МАИ. 2018. № 101. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=96932>
12. Боровик В.О., Ланда Б.М. Влияние изменения давления при входе в двигатель на характеристики ГТД и его элементов. Некоторые вопросы расчета и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД // Труды ЦИАМ № 1122. – М.: ЦИАМ, 1985. С. 4-15.
13. Боровик В.О. и др. Экспериментальное определение влияние влагосодержания атмосферного воздуха на характеристики ТРДД. Некоторые вопросы расчета и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД // Труды ЦИАМ № 602. – М.: ЦИАМ, 1973. С. 45-55.

14. Григорьев В.А., Кузнецов С.П., Гишваров А.С. Испытания авиационных двигателей. – М.: Машиностроение, 2009. – 504 с.
15. Кривошеев И.А., Иванова О.Н., Горюнов И.М. Использование средств имитационного сетевого моделирования ГТД на этапе идентификации моделей по результатам испытаний // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2005. Т. 6. № 1(12). С. 65-75.
16. Таран Е.М. Особенности работы компрессора низкого давления в системе ТРДД. Некоторые вопросы расчета и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД // Труды ЦИАМ № 503. – М.: ЦИАМ, 1971. С. 25-34.
17. Эзрохи Ю.А., Хорева Е.А. Оценка влияния неоднородности входного потока на тягу газотурбинного двухконтурного двигателя // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 99-108.
18. Орлов М.Ю., Анисимов В.М. Расчетное исследование режима работы компрессора на процессы в камере сгорания газотурбинного двигателя // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 2. С. 50-56.
19. Федоров Р.М. Характеристики осевых компрессоров. – Воронеж: Научная книга. 2015. – 220 с.
20. Михальцев В.Е., Моляков В.Д. Теория и проектирование газовой турбины. Теория и проектирование многоступенчатой газовой турбины. Ч. 2. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. - 116 с.
21. Милешин В.И., Семенкин В.Г. Расчетное исследование влияния числа Рейнольдса на характеристики первой типовой ступени компрессора высокого

давления // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 86-98.

22. Абианц В.Х. Теория авиационных газовых турбин. - М.: Машиностроение, 1979. - 246 с.

23. Котовский В.Н., Вовк М.Ю. Математическое моделирование рабочего процесса и характеристик ГТД прямой реакции. - М.: Изд-во «Перо», 2018. - 309 с.

24. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. - М.: Наука, 1975. - 319 с.

25. Черкез А.Я. Инженерные расчеты газотурбинных двигателей методом малых отклонений. - М.: Машиностроение, 1975. - 380 с.

References

1. Ezrokhi Yu.A. *Mashinostroenie. Entsiklopediya. T. IV-21. Samolety i vertolety. Kn. 3. Aviatsionnye dvigateli* (Engineering. Encyclopedia. Vol. IV-21. Planes and helicopters. Book 3. Aircraft engine). Moscow, Mashinostroenie, 2010, pp. 341-353.

2. Ezrokhi Yu.A., Khoreva E.A. *Aerokosmicheskii nauchnyi zhurnal*, 2017, no. 1, pp. 1-14. DOI: [10.24108/rdopt.0117.0000059](https://doi.org/10.24108/rdopt.0117.0000059)

3. Kuz'michev V.S., Krupenich I.N., Rybakov V.N. et al. *Trudy MAI*, 2013, no. 67. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41518>

4. Gol'berg F.D., Gurevich O.S., Petukhov A.A. *Trudy MAI*, 2012, no. 58. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=33278>

5. Kostyukov V.M., Kapyrin N.I. *Trudy MAI*, 2011, no. 49. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=28075>

6. Chuyan R.K. *Metody matematicheskogo modelirovaniya dvigatelei letatel'nykh apparatov* (Methods of the aircraft engines mathematical modelling), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 288 p.
7. *Rukovodyashchii tekhnicheskii material aviatsionnoi tekhniki RTM 1677-83. Dvigateli aviatsionnye gazoturbinnye. Metod i podprogrammy rascheta termodinamicheskikh parametrov vozdukha i produktov sgoraniya uglevodorodnykh topliv*, 1983. URL: <http://www.1bm.ru/techdocs/kgs/ost/244/info/47340/>
8. Tskhovrebov M.M., Ezrokhi Yu.A., Drygin A.S. *Aviatsionnye dvigateli i silovye ustanovki: Sbornik statei*. Moscow, TORUS PRESS, 2010, pp. 153-159.
9. Kofman V.M. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 13, no. 1(34), pp. 57-65.
10. Taran E.M. *Universal'nyi metod soglasovaniya matematicheskoi modeli GTD s rezul'tatami ispytaniy. Ispytaniya aviatsionnykh dvigatelei №14* (A universal method of matching the mathematical model of the gas turbine engine with the test results. Tests of aircraft engines No. 14), Ufa, UAI, 1986, pp. 63-70.
11. Vovk M.Yu., Kulalaev V.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 101. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=96932>
12. Borovik V.O., Landa B.M. *Trudy TsIAM no. 1122*, Moscow, TsIAM, 1985, pp. 4-15.
13. Borovik V.O. et al. *Trudy TsIAM no. 602*, Moscow, TsIAM, 1973, pp. 45-55.
14. Grigor'ev V.A., Kuznetsov S.P., Gishvarov A.S. *Ispytaniya aviatsionnykh dvigatelei* (Tests of the aviation engines), Moscow, Mashinostroenie, 2009, 504 p.
15. Krivosheev I.A., Ivanova O.N., Goryunov I.M. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2005, vol. 6, no. 1(12), pp. 65-75.

16. Taran E.M. *Trudy TsIAM no. 503*, Moscow, TsIAM, 1971, pp. 25-34.
17. Ezrokhi Yu.A., Khoreva E.A. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 99-108.
18. Orlov M.Yu., Anisimov V.M. *Aerospace MAI Journal*, 2017, vol. 24, no. 2, pp. 50-56.
19. Fedorov R.M. *Kharakteristiki osevykh kompressorov* (The axial compressors performance), Voronez, Nauchnaya kniga, 2015, 220 p.
20. Mikhal'tsev V.E., Molyakov V.D. *Teoriya i proektirovanie gazovoi turbiny. Teoriya i proektirovanie mnogostupenchatoi gazovoi turbiny. Ch. 2* (The theory and designing of the gas turbine. The theory and designing of the multistage gas turbine. Part 2.), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2008, 116 p.
21. Milesin V.I., Semenkin V.G. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 86-98.
22. Abiants V.Kh. *Teoriya aviatsionnykh gazovykh turbin* (The theory of the aviation gas turbine), Moscow, Mashinostroenie, 1979, 246 p.
23. Kotovskii V.N., Vovk M.Yu. *Matematicheskoe modelirovanie rabocheho protsessa i kharakteristik GTD pryamoj reaktsii* (Mathematical modelling of the operation and performances of the direct reaction GTE), Moscow, Izd-vo «Pero», 2018, 309 p.
24. Pshenichnyi B.N., Danilin Yu.M. *Chislennyye metody v ekstremal'nykh zadachakh* (Numerical methods in the extreme problems), Moscow, Nauka, 1975, 319 p.
25. Cherkez A.Ya. *Inzhenernye raschety gazoturbinnnykh dvigatelei metodom malykh otklonenii* (Engineering calculations of the gas turbine engine by a method of small deviations), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 380 p.

Статья поступила в редакцию 07.12.2021; одобрена после рецензирования 23.12.2021; принята к публикации 21.02.2022.

The article was submitted on 07.12.2021; approved after reviewing on 23.12.2021; accepted for publication on 21.02.2022.