

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук **Кузнецова Сергея Петровича** на диссертационную работу Соколова Сергея Викторовича на тему «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Актуальность темы диссертационного исследования. Качественные методы анализа классических задач динамики твердого тела и топологические методы исследования бифуркаций торов интегрируемых гамильтоновых систем, поверхностей уровня первых интегралов и функций Казимира разрабатываются в течение многих лет. Этим вопросам посвящено большое количество оригинальных работ, обзоров и монографий, с классических работ Пуанкаре. Основной целью представленной диссертационной работы выступает развитие на современном уровне и применение этого круга методик для исследования динамических систем, ассоциирующихся с теорией вихревых движений и динамикой твердого тела, включая задачи о движении тела с закрепленной точкой, при наличии полостей, заполненных жидкостью, при анализе движения твердого тела, взаимодействующего с вихревыми нитями в жидкости. В связи с этими направлениями можно упомянуть привлекающие значительное внимание современные проблемы анализа движения вихревых нитей в бозе-эйнштейновском конденсате. Тема диссертационного исследования представляется крайне актуальной.

Тематическая направленность работы, ее содержание и основные полученные результаты соответствуют паспорту специальности 01.02.01 "Теоретическая механика".

Содержание и структура работы. Диссертация Соколова С.В. состоит из введения, обзора литературы, 7 глав, заключения и библиографии, содержащей 231 наименование. Общий объем диссертации 274 страниц.

Введение посвящено обоснованию актуальности темы диссертации, обсуждению степени разработанности темы, изложению целей и задач исследования, научной новизны, теоретической и практической значимости полученных результатов и методов исследования, а также содержит материал об апробации работы. Также во введении кратко изложена структура диссертации, основные положения, выносимые на защиту, представлен перечень публикаций автора.

Первая глава имеет содержанием рассмотрение двух идейно связанных задач, относящихся к системе двух вихревых нитей, помещенных в цилиндрическую область с образующими параллельными нитям. В первом случае рассматривается полость, заполненная бозе-эйнштейновском конденсатом. Во втором случае исследуются вихри внутри полости, при ее заполнении классической идеальной жидкостью. Автору удается найти однопараметрическое семейство интегрируемых гамильтонианов, которое при частных значениях параметра деформации отвечает двум указанным системам. Построены бифуркационные диаграммы и бифуркационные комплексы, которые, в случае вихрей противоположного знака интенсивности, для обеих задач оказываются топологически эквивалентными. В случае интенсивностей одинакового знака, отмечаются существенные отличия бифуркационных диаграмм.

Вторая глава посвящена анализу фазовой топологии гамильтоновой системы, являющейся вполне интегрируемой по Лиувиллю, которая описывает движение в безграничной идеальной жидкости кругового цилиндра и вихревой нити в отсутствии силы тяжести. Приведены аналитические выражения для бифуркационных диаграмм. В случае компактности интегрального многообразия и при различной топологии симплектического листа построены бифуркационные комплексы.

Рассмотрены особые периодические движения, соответствующие бифуркационным кривым, и исследована их устойчивость.

В третьей главе изучаются движения в идеальной жидкости бесконечного кругового цилиндра, взаимодействующего с прямолинейными вихревыми нитями в поле силы тяжести, при обтекании с отличной от нуля циркуляцией. Уравнения движения представлены в гамильтоновой форме, указаны первые интегралы, число которых, по сравнению со случаем отсутствия поля тяжести, становится меньше из-за нарушения симметрии относительно группы вращений. В результате регулярная динамика интегрируемой системы сменяется хаотической динамикой в поле силы тяжести, о чем свидетельствуют построенные сечения Пуанкаре.

В четвертой главе рассмотрена задача о движении в поле силы тяжести цилиндра, взаимодействующего с двумя точечными вихрями, в идеальной безграничной жидкости, покоящейся на бесконечности. Главный акцент сделан на исследовании конфигурации, которая обобщает задачу Фёппля: цилиндр движется в поле тяжести в сопровождении вихревой пары. В данном случае циркуляция вокруг цилиндра нулевая, а уравнения движения рассматриваются на некотором инвариантном многообразии. Строго показано, что в случае конфигурации Фёппля в поле силы тяжести относительное равновесие вихрей невозможно.

В пятой главе рассмотрена еще одна задача о падении в поле силы тяжести в идеальной жидкости кругового цилиндра, взаимодействующего с точечным вихрем в отсутствие циркуляции вокруг цилиндра. С помощью автономного первого интеграла, найдена редуцированная система в ранее не рассматривавшемся случае. Строго обоснован тот факт, что в отличие от случая циркуляционного обтекания в отсутствие точечных вихрей, когда движение происходит в ограниченной горизонтальной полосе, при наличии вихрей и без циркуляции вертикальная координата цилиндра неограниченно убывает. Построены различные виды функций рассеяния вихря на цилиндре, вид которых свидетельствует о хаотическом характере рассеяния.

Шестая глава содержит исследования некоторых задач динамики твердого тела, обобщающих классический случай Ковалевской. Одной из них является система с тремя степенями свободы, так называемый обобщенный двухполевой гириостат. Другой пример – волчок Ковалевской в неевклидовом случае. Получены в явном виде некоторые периодические решения обобщенного двухполевого гириостата и выполнено определение их типа по Вильямсону. Кроме того, найдены новые инвариантные соотношения для одной критической подсистемы обобщенного двухполевого гириостата. Также приведено описание движения волчка Ковалевской в неевклидовом пространстве, для которого с использованием техники Ковалевской и Кёттера найдены уравнения Абеля–Якоби и приведены разделяющиеся переменные на плоскости.

В **седьмой главе** изучена фазовая топология и приведена механическая интерпретация интегрируемого случая Адлера – ван Мёрбеке, что отвечает интегрируемой гамильтоновой системе на алгебре Ли $SO(4)$, с дополнительным интегралом четвертой степени. Получены критические точки ранга 0 для отображения момента, построена бифуркационная диаграмма системы. Показано, что случай Адлера–ван Мёрбеке топологически не эквивалентен другим известным интегрируемым случаям на алгебре Ли $SO(4)$. Приведена механическая интерпретация данной системы и предложен способ визуализации перестроек торов Лиувилля.

Достоверность научных положений и выводов. Достоверность полученных в диссертационной работе результатов не вызывает сомнений. Асимптотическое поведение полученных численно решений дифференциальных уравнений согласуется с аналитическими оценками для интегральных кривых. Хаотический характер динамики систем с неполным набором первых интегралов, рассмотренных в диссертации, подтверждается численно построением сечений Пуанкаре и функций рассеяния. Для большинства сформулированных в работе теорем и утверждений приведены строгие математические доказательства.

Материалы диссертации опубликованы в 17 статьях в рецензируемых журналах из перечня рекомендованных ВАК, среди которых 10 публикаций в источниках, индексируемых международными базами Scopus и Web of Science. Основные результаты диссертации обсуждались на многочисленных международных и всероссийских конференциях.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что результаты диссертации, могут быть использованы:

для нахождения и анализа устойчивости особых невырожденных траекторий динамических систем, построения бифуркационных диаграмм и комплексов, а также анализа на их основе устойчивости критических движений;

для получения стратификаций фазового пространства с привлечением метода критических подсистем;

для исследования фазовой топологии задач качения твердых тел, которые приводят к уравнениям движения с наложенными неголономными связями; задач вихревой динамики в идеальной жидкости и в бозе-эйнштейновском конденсате;

для описания задач динамики цилиндрического твердого тела, в присутствии вихревых структур, которые являются интегрируемыми системами с избыточным набором интегралов;

для построения фазовых портретов и сечений Пуанкаре, как для интегрируемых систем, так и для систем со сложной динамикой и хаосом;

для качественного и топологического анализа в задачах физики ультрахолодных атомов, помещенных в ловушку.

Результаты диссертационной работы Соколова С.В. могут быть **использованы** в научных исследованиях, в том числе в Математическом институте РАН им. В.А. Стеклова, в Институте математики и механики УРО РАН им. Н.Н. Красовского, в Институте проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, в Институте механики Московского государственного университета

им. М.В. Ломоносова, в Московском авиационном институте (Национальный исследовательский университет).

Замечания по диссертационной работе

1. Литературный обзор недостаточно полно отражает современное состояние проблемы топологического и качественного анализа, что в особенности относится к интегрируемой гамильтоновой системы, описывающей динамику волчка Ковалевской в искривленном пространстве.

2. В третьей главе при анализе хаотической динамики системы, описывающей движение в поле силы тяжести цилиндрического твердого тела, взаимодействующего с вихревой нитью, помимо построения сечений Пуанкаре, безусловный интерес представляло бы исследование сценария перехода к хаосу в зависимости от параметров при возмущении интегрируемого случая движения при нулевой плавучести.

3. В задаче о движении обобщенного двухполюсного гиростата, рассмотренной в шестой главе, несомненный интерес с механической точки зрения представлял бы вопрос о характере абсолютной динамики исходной гамильтоновой системы с тремя степенями свободы, а также возможные нетривиальные наблюдаемые динамические эффекты.

Отмеченные выше недостатки не снижают общего положительного впечатления о диссертационной работе и высокой оценки полученных результатов.

Заключение. Название диссертационной работы отражает ее содержание. Результаты диссертационной работы в полном объеме отражены в публикациях автора. Автореферат соответствует содержанию диссертации, достаточно точно отражая все основные положения и полученные результаты.

Диссертационная работа Соколова С.В. на тему «Топологические и качественные методы анализа динамики твердого тела и идеальной жидкости» представляет законченную научно-квалификационную работу, которая вносит существенный вклад в теорию вихрей и динамику твердого

тела, и полностью соответствует требованиям пункта 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" (постановление Правительства РФ № 842 от 24.09.13, ред. от 28.08.2017).

Автор диссертационной работы Соколов Сергей Викторович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Саратовский филиал Института радиоэлектроники им. В.А. Котельникова Российской Академии наук", заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики, профессор, доктор физико-математических наук

С.П. Кузнецов

410019, г. Саратов, ул. Зеленая, д. 38

03.10.2018

+7 (8452) 27-24-01

+7 (8452) 39-12-38

E-mail: spkuz@yandex.ru

Подпись г.н.с., заведующего лабораторией
теоретической нелинейной динамики СФ ИРЭ РАН
д.ф.-м.н., проф. С.П. Кузнецова ЗАВЕРЯЮ

Заместитель директора СФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

д.ф.-м.н.

Е.П. Селезнев

