

Моделирование осесимметричных струйных течений с использованием дифференциальных моделей турбулентной вязкости

Ларина Е.В.^{1*}, Крюков И.А.^{2**}, Иванов И.Э.^{3***}

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Москва, Волоколамское шоссе, 4, А-80, ГСП-3, 125993, Россия.

²Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, ИПМех РАН, Москва, Проспект Вернадского, 101-1, Москва, 119526, Россия.

³Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Ленинские горы, МГУ, д. 1, стр. 2, ГСП-1, 119991, Россия.

*e mail: larinaelenav@gmail.com

** e-mail: kryukov@ipmnet.ru

*** e-mail: ivanovmai@gmail.com

Аннотация

Работа посвящена численному моделированию с использованием моделей турбулентности, включающих дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости. Проведены верификационные расчеты для автомодельных течений в дозвуковой струе и пограничном слое. Получено хорошее согласие с экспериментом (для струи) и аналитическими решениями (для пограничного слоя). Проведено численное моделирование сверхзвуковых струйных течений в нерасчетных случаях и сравнение с экспериментальными данными для различных моделей турбулентности. Использовались $k-\varepsilon-\mu_t$, $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$, vt-92 и Spalart-Allamaras модели турбулентности.

Ключевые слова: трехпараметрическая модель турбулентности, сверхзвуковая осесимметричная недорасширенная и перерасширенная струя, пограничный слой.

Введение

Задачи прогнозирования инфракрасной заметности летательных аппаратов, предсказание уровня шума двигательных установок, взаимодействия струй при старте ракетно-космической техники со стартовым оборудованием ([1,2]) требуют предварительного газодинамического расчета струйных течений. Турбулентный режим оказывает значительное влияние на средние параметры в струях, поэтому правильный выбор модели турбулентности существенно влияет на точность расчета. Для проведения газодинамических расчетов струй на современном уровне в приемлемые по времени сроки требуются программные средства, включающие широкий набор верифицированных моделей турбулентности. Данная работа направлена на верификацию (проверку соответствия программной реализации) и валидацию (проверку адекватности и оценку точности моделей при описании физических явлений) трехпараметрических моделей турбулентной вязкости, сопоставление их с другими моделями турбулентной вязкости с использованием (проверку адекватности и оценку точности моделей при описании физических явлений) трехпараметрических моделей турбулентной вязкости, сопоставление их с другими моделями турбулентной вязкости с использованием программы расчета высокоскоростных турбулентных течений газа.

1. Математическая модель

Численное моделирование проведено с использованием системы осредненных по Фавру нестационарных уравнений Рейнольдса для средних величин, включающих уравнение неразрывности, уравнение движения и уравнение энергии (см. [3,4]), а также уравнений модели турбулентности. Рассматриваются задачи, в которых среднее течение двумерное (плоское или осесимметричное) и стационарное.

Моделирование турбулентности

Для описания характеристик турбулентности использованы модели, включающие дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости, такие как k-ε-μ_t модель [5], k-ε-μ_t(Λ) модель [6]. В одном из рассмотренных случаев использованы однопараметрические модели турбулентной вязкости ν_t-92 [7] и модель Spalart, Allmaras [8]. Все уравнения для осредненных величин, в том числе и модели турбулентности, реализованы для случаев декартовой и цилиндрической систем координат.

Уравнение для неравновесной турбулентной вязкости

Рассматриваемая k-ε-μ_t модель, состоит из уравнений стандартной k-ε модели [9], модели сжимаемой диссипации [10] и дифференциального уравнения для турбулентной вязкости [5]. В цилиндрической системе координат последнее уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho\nu_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\nu_t U)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho\nu_t V)}{\partial Y} + \frac{\rho\nu_t V}{Y} = c_\tau \frac{1}{\tau} (\mu_{tE} - \rho\nu_t), \quad (1)$$

где ν_t - неравновесная кинематическая турбулентная вязкость, $c_\tau=0.75$ - постоянный параметр. Время релаксации турбулентной вязкости к равновесному значению

принято равным характерному временному масштабу турбулентности принимается равным $\tau = \varepsilon/k$, равновесная турбулентная вязкость μ_{tE} определяется по формуле двухпараметрической модели:

$$\mu_{tE} = c_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon}.$$

U, V - компоненты скорости в продольном (вдоль оси) и радиальном направлении, X, Y - продольная и радиальная координаты соответственно. Сжимаемая диссипация ε_d полагается равной (в соответствии с работой [10]):

$$\varepsilon_d = \alpha_1 M_t^2 \varepsilon_s,$$

где $M_t = \sqrt{2k}/a$ - турбулентное число Маха, $\alpha_1=1$. Для расчета вблизи стенок в данной модели используется метод пристеночных функций.

Другая реализованная в настоящей работе и используемая модель турбулентности [6] учитывает дополнительные турбулентные масштабы времени. Данная k- ε - $\mu_t(\Lambda)$ модель включает уравнения k- ε модели [11] с постоянными:

$$C_{\varepsilon 1} = 1.4, C_{\varepsilon 2} = 1.9, \sigma_k = 1.4, \sigma_\varepsilon = 1.4,$$

и модель для турбулентной вязкости, имеющей в цилиндрической системе координат вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho v_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_t U)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho v_t V)}{\partial Y} + \frac{\rho v_t V}{Y} - \frac{1}{C_{MT}} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_v} \right) \frac{\partial v_t}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_v} \right) \frac{\partial v_t}{\partial Y} \right) \right) \\ & - \frac{1}{C_{MT}} \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_v} \right) \frac{1}{Y} \frac{\partial v_t}{\partial Y} \right) = \frac{1}{C_{MT}} \cdot \left[c_{vP} k - c_{v\varepsilon} \frac{\varepsilon \Lambda}{k} v_t - \left(\left(v + \frac{v_t}{\sigma_v} \right) \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial X} \cdot \frac{\partial v_t}{\partial X} + \frac{\partial \rho}{\partial Y} \cdot \frac{\partial v_t}{\partial Y} \right) \right) \right], \quad (2) \end{aligned}$$

где функция турбулентного числа Маха $C_{MT} = 1 + C_M M_t^2$ введена авторами [6] для

высокоскоростных течений, $M_t = \sqrt{\frac{2k}{a^2}}$.

Различные турбулентные масштабы времени учитываются в следующем виде:

$$\Lambda = \left(\sqrt{1 + \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3} \right),$$

$$\Lambda_1 = C_s \frac{k^2}{\varepsilon^2} \cdot \left[4 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + 4 \left(\frac{V}{Y} \right)^2 \right],$$

$$\Lambda_2 = C_\Omega \frac{k^2}{\varepsilon^2} \cdot \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right],$$

$$\Lambda_3 = C_{\Omega M} \frac{k^6}{\varepsilon^6} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) \cdot \left[\frac{\partial^2 U}{\partial t \partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial X} + U \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right) + V \left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right) \right]^2.$$

Постоянные и функция, используемые в уравнении для турбулентной вязкости, следующие:

$$C_{vp} = \frac{4}{15} f_v = \frac{4}{15} \left(1 - \exp \left(- \frac{(v\varepsilon)^{1/4} d}{14 \cdot v} \right) \right)^2 \left(1 + \frac{5}{R_t^{3/4}} \exp \left(- \left(\frac{R_t}{200} \right)^2 \right) \right)$$

$$C_s = 0.015, C_M = 20, C_\Omega = 0.02 C_s, C_{\Omega M} = 0.30, \sigma_v = 3.0, C_{v\varepsilon} = 3.5.$$

Для расчета течения вблизи стенок в данной модели используется

демпфирующие функции [11] f_v , указанная выше и f_ε :

$$f_\varepsilon = \left(1 - \exp \left(- \frac{(v\varepsilon)^{1/4} d}{5 \cdot v} \right) \right)^2 \left(1 - \frac{2}{9} \exp \left(- \left(\frac{R_t}{6} \right)^2 \right) \right).$$

Модель k - ε - $\mu_t(\Lambda)$ низкоренольдсовая и требует более подробного разрешения

($y^+ < 1$ в первой пристеночной ячейке), по сравнению с k - ε - μ_t моделью.

2. Численный метод

Численный метод для решения осредненных уравнений Рейнольдса совместно с уравнениями модели турбулентности построен на основе варианта метода Годунова второго порядка по пространству и времени, описанного в [3]. Вязкие потоки и источниковые члены аппроксимируются в соответствии с работой [4]. Моделирование проводится с использованием нестационарных уравнений, решаемых методом установления. Метод явный, поэтому число Куранта полагалось 0.5.

3. Результаты численного моделирования.

Дозвуковая струя

Проведено моделирование осесимметричной дозвуковой струи, истекающей в затопленное пространство со средней скоростью $u=87\text{м/с}$, экспериментальные профили взяты из источника [12] и соответствуют эксперименту Трюпеля. Струя рассматривалась от среза, параметры в окружающем пространстве соответствуют нормальным условиям, отношение статического давления в струе и окружающем пространстве $p=1$. Диаметр среза $D=0.09\text{м}$. Расчетная область включает начальный и переходный участок струи. На срезе сопла задавался значительный уровень турбулентности: 1% от квадрата средней скорости для кинетической энергии турбулентности, отношение ламинарной и турбулентной вязкости равно 0.001.

Профили средней продольной скорости в зависимости от радиальной координаты Y при фиксированной продольной координате X , полученные при моделировании с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели показаны на рис.1а. Видно, что скорость на оси струи в каждом рассмотренном сечении меньше, чем в ядре. Длина начального участка определена с приемлемой точностью. С ростом продольной

координаты продольная скорость падает. Различие между расчетом и экспериментом по абсолютному значению скорости возрастает с ростом продольной координаты. Толщина слоя смещения для первого из рассмотренных сечений превышает экспериментальное значение, вниз по потоку от данного сечения рост толщины происходит медленнее, чем в эксперименте. Для всех сечений, кроме последнего, отличие скорости составляет менее 5%.

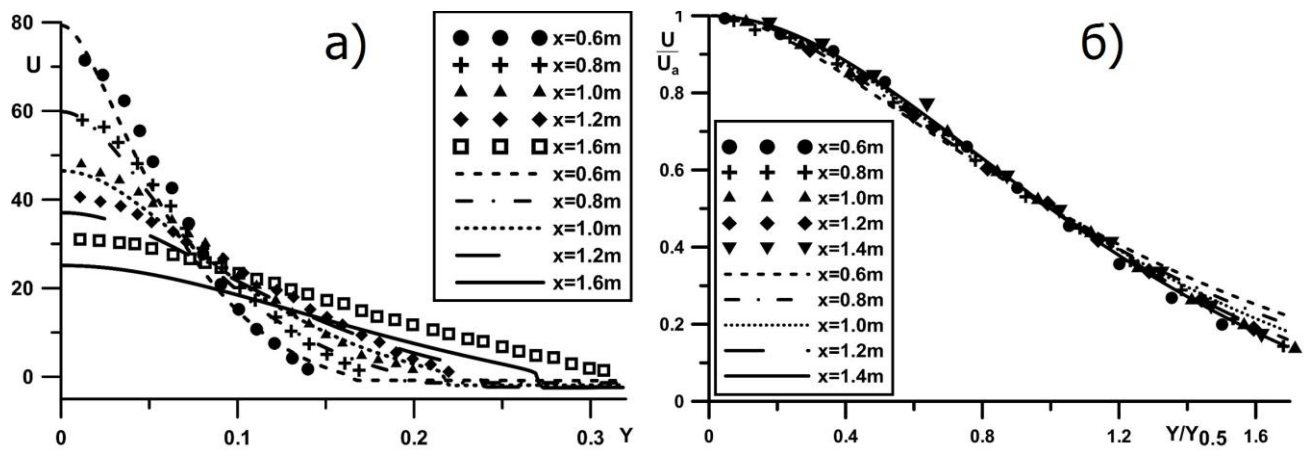


Рис. 1. Профили продольной скорости вдоль оси струи. Кривые соответствуют расчету по k - ϵ - μ_t модели (1) символы - эксперименту [12]. а) В размерных координатах, б) в автомодельных координатах в сечениях $X=\text{const}$. U_a – скорость на оси струи, $Y_{0.5}$ – радиальная координата, при которой скорость равна половине значения на оси при $X=\text{const}$.

Данные расчета с использованием k - ϵ - μ_t модели, представленные в автомодельных координатах, показаны на рис.1б. Видно, что соответствие эксперимента и расчета хорошее для всех рассматриваемых сечений $X=\text{const}$. Расчеты, проведенные с использованием k - ϵ - $\mu_t(\Lambda)$ модели, при прочих совпадающих условиях (сетка, начальные данные и граничные условия) показывают заниженную турбулентную вязкость, что приводит к значительному удлинению начального

участка (в 1.5 раза) и более значительному расхождению автомодельных профилей скорости.

Верификация моделей с дифференциальным уравнением для турбулентной вязкости на автомодельном течении в турбулентном пограничном слое.

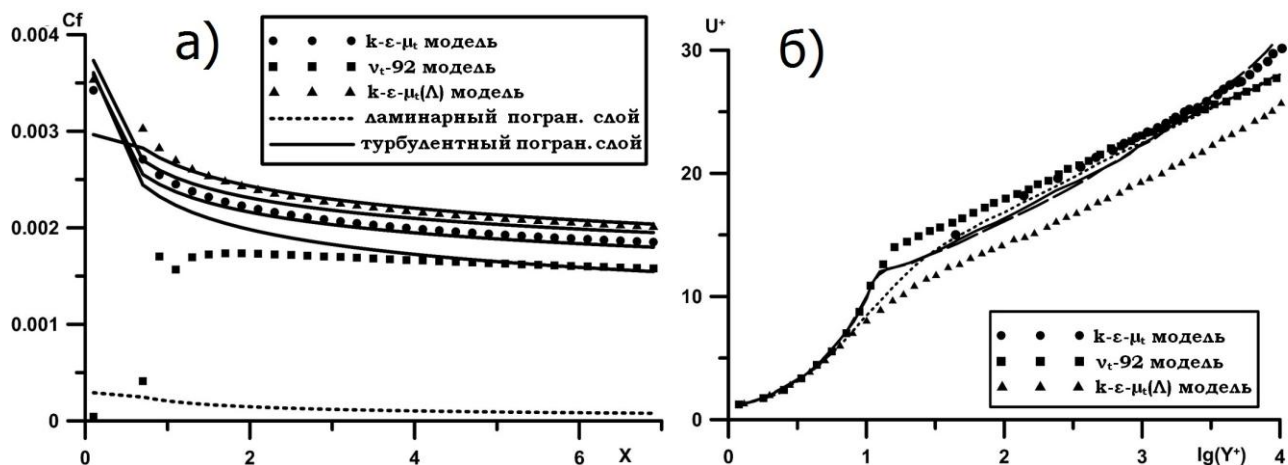


Рис. 2. а) Распределение коэффициента трения C_f вдоль плоской пластины.

Сплошные кривые соответствуют аналитическим решениям при турбулентном режиме течения, пунктир – при ламинарном режиме. б) Профили скорости в зависимости от логарифма безразмерного расстояния до стенки y^+ . Верифицируемые модели соответствуют символам, кривые - аналитическим решениям. Символы (а и б) соответствуют моделям: $k-\epsilon-\mu_t$ - круги, ν_t-92 [7] - квадраты, $k-\epsilon-\mu_t(\Lambda)$ – треугольники.

Проведена верификация моделей турбулентности на течении в пограничном слое на плоской пластине. Параметры течения выбраны следующие: $M=0.5$, длина пластины $L=7\text{м}$, $T=300\text{К}$, стенка изотермическая с температурным фактором 1, ламинарная вязкость определена по Сазерленду. На рис. 2 изображены коэффициент трения (2а) и скорость (2б) в логарифмических координатах в сравнении с

известными аналитическими решениями для данного случая. При моделировании сетка выбиралась таким образом, чтобы первая ячейка попадала в логарифмический подслой для высокорейнольдсовой модели (k - ϵ - μ_t модели) и в ламинарный подслой для низкорейнольдсовых моделей. Из рисунков видно, что соответствие у всех моделей хорошее. В данном случае значение коэффициента трения соответствует турбулентному режиму для трехпараметрических моделей. В модели v_t -92 имеется область переходного режима, после которого достигается трение, характерное для турбулентного режима. Профили скорости найдены с хорошей точностью в моделях k - ϵ - μ_t и v_t -92, а в модели k - ϵ - $\mu_t(\Lambda)$ в логарифмической области имеется некоторое занижение скорости.

Таким образом, рассмотренные реализации моделей можно применять для расчетов пристеночных течений, в том числе и струй с учетом геометрии сопел.

Недорасширенные сверхзвуковые струи

Струя №1. Проведено моделирование течения в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе. Экспериментальные данные заимствованы для сравнения из статьи [13]. Статическое давление на оси струи, полученное численно с использованием двухпараметрических моделей турбулентности, можно найти в работе [14]. В данной работе используются другие модели турбулентности, а именно содержащие дифференциальные уравнения для турбулентной вязкости. В проведенных расчетах струя холодного воздуха со статической температурой 163°К истекает в затопленное пространство с нормальными условиями. Отношение статического давления на срезе к давлению в окружающем пространстве 1.45, числом Маха на срезе сопла $M=2$. Струя моделируется без расчета сопла, на срезе

задаются постоянные значения средних параметров. Расчетная сетка равномерная включает 300x400 прямоугольных ячеек в расчетной области 40Rx20R, где R=0.025 есть значение радиуса выходного сечения сопла.

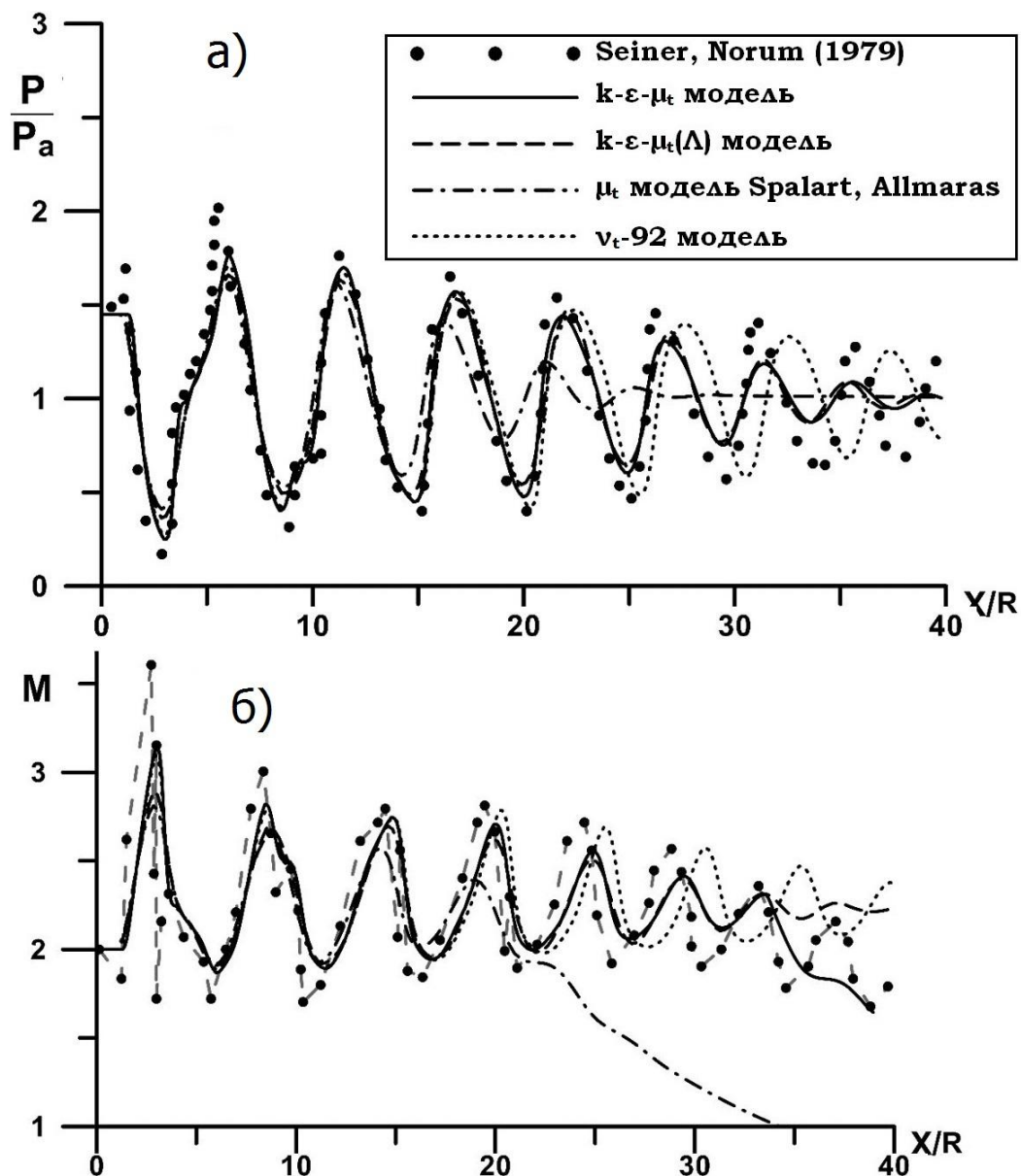


Рис. 3. Распределения: а) статического давления, б) числа Маха вдоль оси струи. Кривые соответствуют расчетам: сплошная линия - $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1), пунктир - ν_t-92 модели [7], штрих - $k-\epsilon-\mu_t(\Lambda)$ модели (2), штрих-пунктир - модели Spalart, Allmaras [8]; символы - эксперимент [13].

Для этой струи характерно наличие довольно сложной ударно-волновой структуры с несколькими "бочками". Видно, что давление струи от среза сопла падает (рис. 3а), а скорость растет (рис.3б), при этом поперечное сечение струи увеличивается. Постепенно струя перерасширяется и за счет разницы давления в струе и окружающем пространстве, начиная с некоторого сечения (в расчете $X/R=3.175$), сужается. При этом давление растет, а скорость падает, оставаясь всюду (на оси и в поперечных сечениях) сверхзвуковой. Рост давления сопровождается образованием волн сжатия, взаимодействующих со слоем смешения на верхней границе струи, и приводящих к избыточному давлению, за счет которого возникает следующая бочка. В каждой последующей бочке перепады давления и скоростей постепенно ослабевают. Смыкание слоя смешения на оси струи приводит к плавному убыванию скорости вдоль оси до значения в окружающем пространстве (до нуля) и выравниванию давления. Картина течения в расчете воспроизводится адекватно всеми рассмотренными моделями турбулентности и соответствует теории течения в нерасчетных струях.

Сравнение рассчитанных распределений статического давления и числа Маха вдоль оси струи с экспериментальными данными показано на рис. 3. В первых бочках струи имеется заметное различие по максимуму числа Маха и небольшое различие в статическом давлении между рассмотренными моделями, но положения сечений, в которых струя начинает сужаться и расширяться предсказаны всеми моделями хорошо. В дальних бочках различие в положениях максимумов и минимумов между моделями турбулентности и экспериментом увеличивается у всех моделей. $k-\epsilon-\mu_t$ модель воспроизводит 7 бочек струи, а далее колебания давления

становятся незначительными. При этом положения максимумов и минимумов наиболее близки к эксперименту по сравнению с другими моделями. Модель v_t-92 воспроизвела 12 бочек струи, что соответствует эксперименту, но положения максимумов и минимумов оказались заметно преувеличенными. Сравнение $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модели (2) с $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью (1) показывает, что $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модель воспроизводит течение аналогично $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (7 бочек), хотя слои смешения смыкаются чуть позднее, а амплитуды колебаний давления и Маха во всех бочках занижены. Модель Spalart, Allmaras воспроизводит только 5 бочек струи и слой смешения смыкается значительно ранее, чем в экспериментах или по другим моделям турбулентности. То есть данная модель для рассмотренного течения оказалась чересчур вязкой.

Струя №2. Учет геометрии сопла для течения в недорасширенной сверхзвуковой струе [15] рассмотрен для двух моделей турбулентности. В проведенном численном моделировании сверхзвуковая осесимметричная струя истекает из сужающегося сопла в затопленное пространство. Исходные данные соответствуют экспериментальной работе [15]. Отношение полного давления в камере к статическому давлению в окружающем пространстве $NPR=2.5$ и 4. В окружающем пространстве ставятся нормальные условия. Параметры на входе в сопло найдены при предположении постоянства полной температуры потока внутри сопла, при этом на стенке ставится адиабатическое условие. Диаметр сопла D на срезе составляет 0.0294м, диаметр начального сечения - 0.0344м, длина сужающейся части - 0.0176м. Сужающаяся часть представляет собой дугу окружности радиуса 0.063 с центром, находящемся в плоскости среза. Толщина стенки принята равной

0.002м в соответствии с экспериментом [15]. Уровень турбулентности на входе в сопло выбирался итерационно таким образом, чтобы уровень турбулентности на срезе соответствовал экспериментальным значениям.

Проводится сравнение с давлением, полученным экспериментально [15] в трубке Пито ("давление Пито"), и экспериментальным распределением скорости вдоль оси. В случае $k-\varepsilon-\mu_t$ модели при $NPR=2.5$ (рис. 4) длина начального участка струи удовлетворительно соответствует эксперименту, но количество колебаний (то есть волн разрежения и скачков уплотнения) занижено. Модель $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ завышает длину начального участка, при этом колебания давления Пито и скорости имеют большую амплитуду для всех бочек струи. Сравнение двух рассмотренных моделей показывает, что учет дополнительных времен релаксации турбулентной вязкости приводит к увеличению амплитуд колебаний в этом случае.

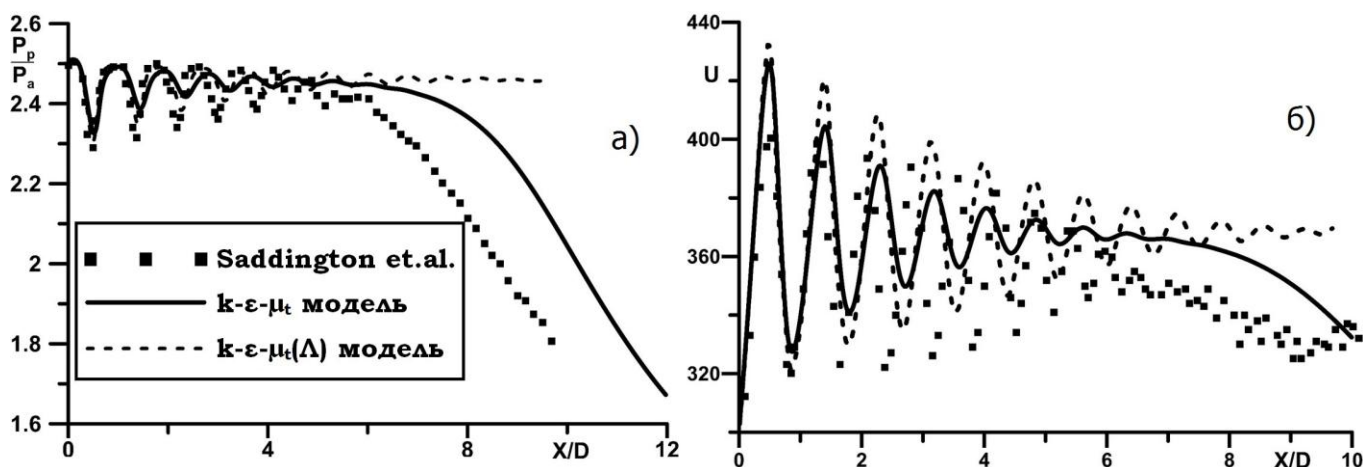


Рис. 4. Распределения: а) давления Пито; б) продольной скорости вдоль оси струи при $NPR=2,5$. Кривые соответствуют расчетам: сплошная линия - $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1), штрих – $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модели (2); символы - эксперимент [15].

На рис.5 представлены результаты расчетов для случая большего перепада давления в струе и в окружающем пространстве $NPR=4$. Видно, что в первой бочке

струи в случае $k-\varepsilon-\mu_t$ модели поток при расширении ускоряется сильнее и волны сжатия образуются чуть раньше, чем в эксперименте. Давление Пито в первой бочке выше экспериментального. Далее различие уменьшается, пики начинают отставать от эксперимента по положению и становятся менее выраженными. Давление Пито, полученное по $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модели занижено. Рис. 5б объясняет эту ситуацию. Скачки сжатия образованы с большим углом наклона и собираются в ножку Маха, то есть возникает нерегулярное отражение от оси. Скорость за прямым скачком существенно падает. В эксперименте, очевидно, диск Маха отсутствует. Далее вниз по потоку пики скорости становятся менее выраженными и давление Пито занижено по сравнению с экспериментом, так как занижено число Маха. Последующие бочки предсказаны $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ моделью значительно лучше первой.

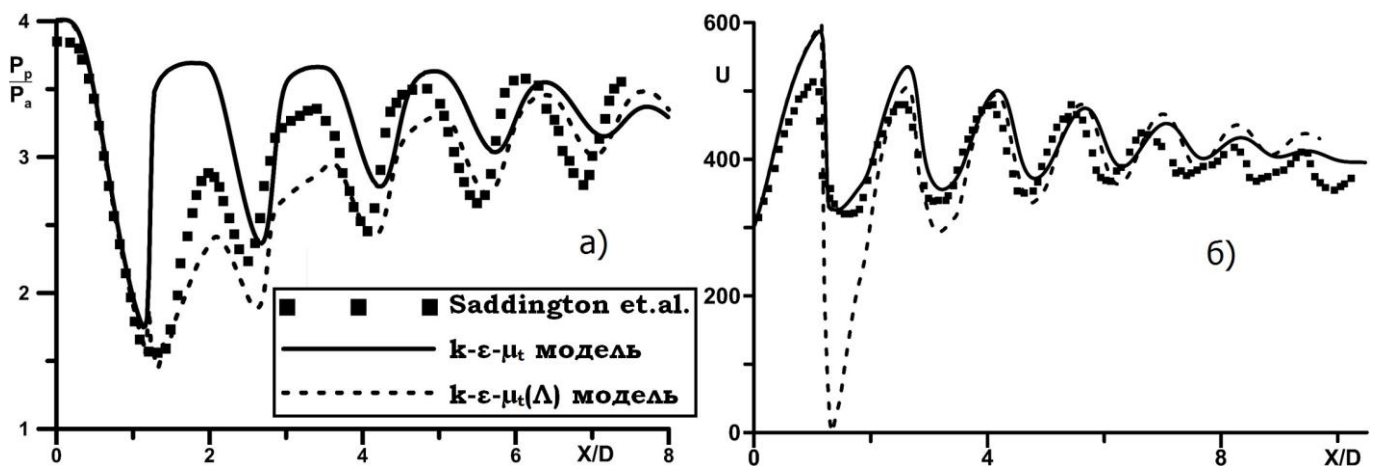


Рис. 5. Распределения: а) давления Пито; б) продольной скорости вдоль оси струи при $NPR=4$. Кривые соответствуют расчетам: сплошная линия - $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1), штрих – по $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модели (2); символы - эксперимент [15].

Перерасширенная сверхзвуковая струя

Проведено моделирование холодной перерасширенной струи воздуха ($\gamma=1.4$), истекающей в затопленное пространство с расчетным числом Маха 3.005. Данное

течение соответствует экспериментальной работе [16]. Результаты численного моделирования с использованием двухпараметрических моделей турбулентности приводятся в работе [14]. Параметры течения следующие: температура торможения $T_0=287\text{K}$ в струе, статическое давление и температура окружающего воздуха $P_h=1.008$ бар, $T_h=294\text{K}$, отношение давления торможения в струе к давлению в окружающем пространстве $P_0/P_h=21.8$. Сопло, из которого истекает струя, коническое с полууглом раскрытия 15° , радиус выходного сечения $R_a=15$ мм, диаметр критического сечения 14.53 мм, радиус скругления трансзвуковой части 3.0 мм, полуугол конической части сопла со стороны камеры 45° . Расчеты проводились с учетом геометрии сопла, структурированная сетка состояла из 400×250 ячеек четырехугольной формы. Использовалась высокорейнольдсовая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель турбулентности. На входе в сопло задавался низкий уровень кинетической энергии турбулентности $10^{-4}\%$ от квадрата средней скорости, турбулентная вязкость равная ламинарной. Проводится сравнение с экспериментальным давлением, полученным в трубке Пито ("давление Пито").

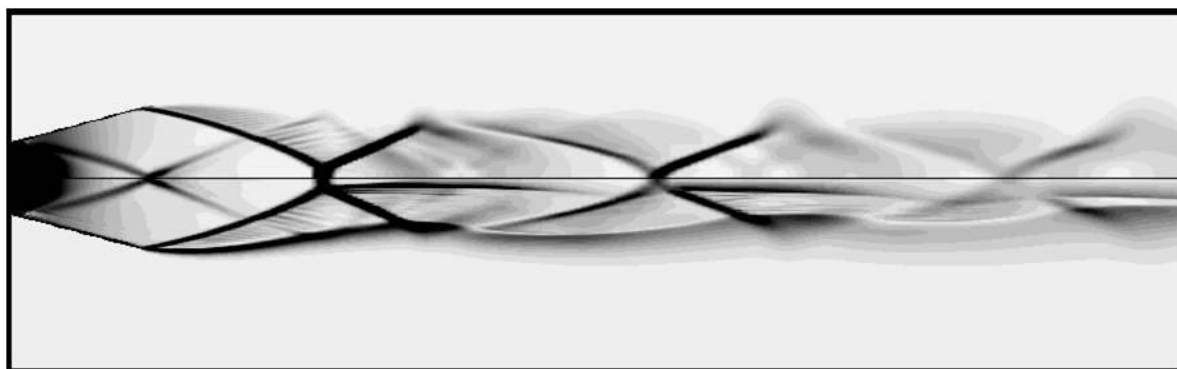


Рис. 6. Градиенты статического давления (вверху) и плотности (внизу), полученные при проведении численного моделирования перерасширенной сверхзвуковой струи.

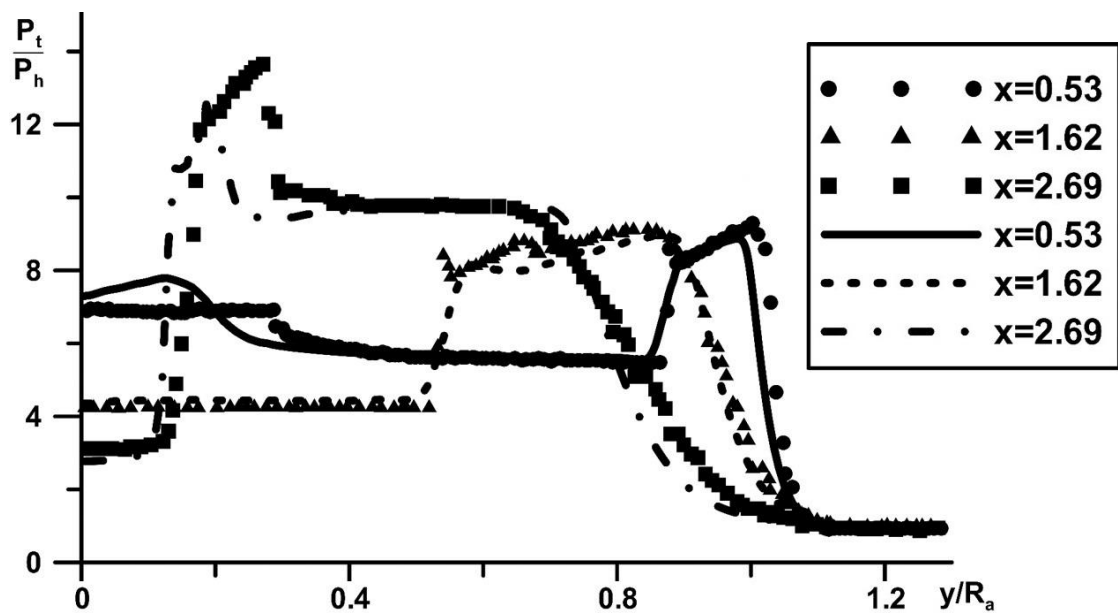


Рис. 7. Распределение давления Пито в поперечных сечениях струи $x=0.53R_a$, $1.62R_a$, $2.69R_a$. Кривые соответствуют расчету по $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1), символы - эксперименту [16].

Две первые бочки струи представлены в виде поля градиентов давления и плотности на рис. 6. Отчетливо видна косая ударная волна, идущая от среза сопла, ее нерегулярное отражение от оси, сопловой скачок, и его отражение от слоя смешения. На рис. 7 изображены распределения давления Пито в двух сечениях до прямого скачка и в сечении после него. В расчете получили, что косая ударная волна, образуемая от среза, воспроизводится с хорошей точностью, в то время как сопловой скачок после отражения от оси (на рисунке соответствует скачку давления при меньшем значении y , $x=0.53R_a$) значительно размазан и в профиле имеется точка перегиба, отсутствующая в эксперименте. В следующем сечении ($x=1.62R_a$) более сильная ударная волна, идущая от среза, получена с хорошей точностью, а более слабый отраженный сопловой скачок не заметен на графике давления Пито. Расчетный внешний сдвиговой слой близок к экспериментальному по нижней,

верхней границе, и по градиенту давления Пито. Следующее сечение $X=2.69R_a$ расположено за прямым скачком, как в расчете, так и в эксперименте. Отраженная ударная волна, отходящая из тройной точки (соответствует на графике давления Пито резкому градиенту чуть дальше от оси) в этом сечении находится ближе к оси, чем в эксперименте. Это означает, что угол между осью и данной ударной волной в расчете меньше экспериментального. Но нижняя граница слоя смешения, образующегося за тройной точкой, воспроизведена с хорошей точностью, что видно по положению перепада давления на том же графике, расположенного ближе к оси. Таким образом, модель позволяет с хорошей точностью предсказывать ударно-волновую картину течения непосредственно за срезом сопла и получить приемлемое соответствие по давлению Пито.

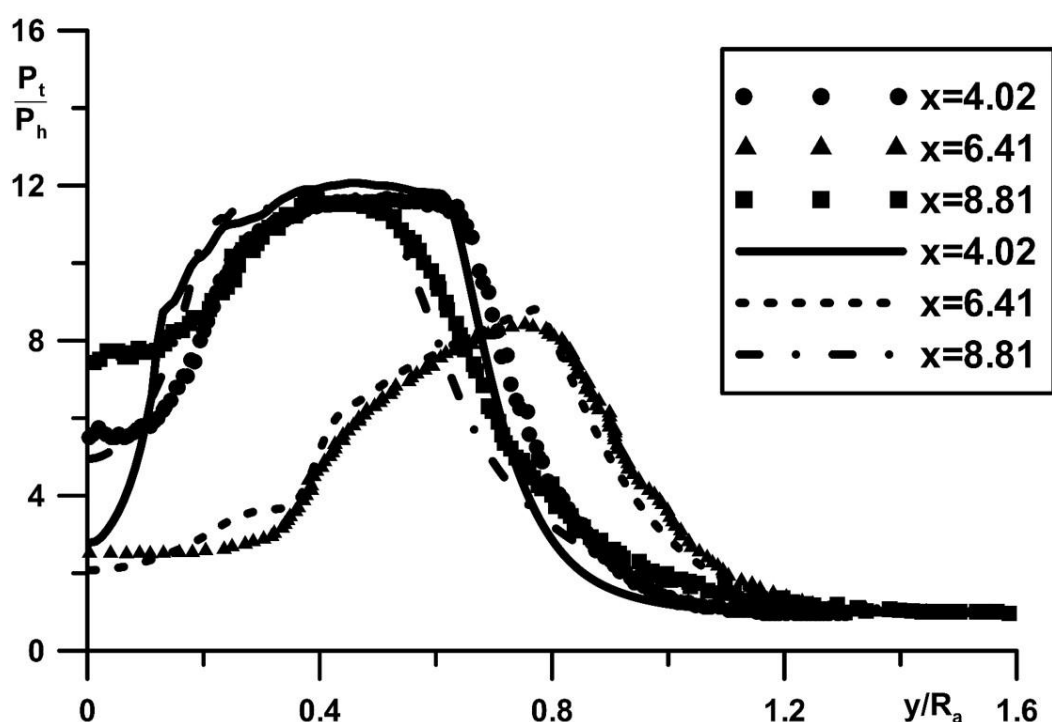


Рис. 8. Распределение давления Пито в поперечных сечениях струи $x=4.02R_a$, $6.41R_a$, $8.81R_a$. Кривые соответствуют расчету по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1), символы - эксперименту [16].

На рис. 8 представлены профили давления Пито в сечениях с продольной координатой $X/R_a=4.02, 6.41, 8.81$. Сдвиговый слой, образующийся за тройной точкой, приходит на ось струи в расчете позднее, чем в эксперименте. В таком случае в эксперименте к этому моменту на оси оказывается сверхзвуковой поток $M>1$, а в расчете поток продолжает оставаться дозвуковым. Этим объясняется заметное различие давлений Пито вблизи оси струи в сечении $x=4.02$. Толщина внешнего сдвигового слоя в этом сечении близка к экспериментальному значению, чуть занижена. В сечении $x=6.41$ соответствие расчетных и экспериментальных данных хорошее, за исключением небольшой неоднородности вблизи оси струи. В сечении $x=8.81$ вблизи оси давление Пито значительно отличается от экспериментального, то есть градиенты параметров в используемой модели уменьшаются быстрее, чем в эксперименте. В остальном соответствие расчета и эксперимента хорошее. В расчете получено, что первое отражение косоугольной ударной волны, идущей от среза сопла, от оси струи нерегулярное, последующие отражения ударных волн регулярные, что соответствует теории нерасчетных режимов течения сверхзвуковых струй для случая перерасширения.

В дальнейших сечениях происходит постепенное слияние внешнего и внутренних слоев смешения и исчезновение больших градиентов давления. Профили давления приближаются к монотонным автомодельным профилям (рис. 9).

На рис. 10 представлено распределение давления вдоль оси струи. Видно, что в модели давление Пито занижено, но положения максимумов и минимумов, а также значения локальных минимумов определены с хорошей точностью. Наибольшее отличие между расчетом и экспериментом приходится на первые бочки

струи, в которых ударные волны еще достаточно сильные. Хотя при $X > 30R_a$ амплитуды волн, присутствующих в эксперименте, в расчете значительно ослаблены, уровень давления вычислен с хорошей точностью.

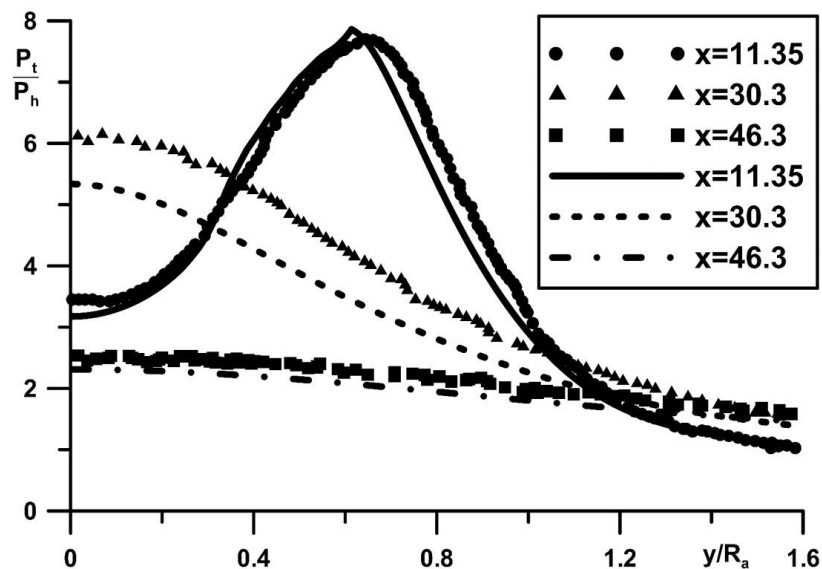


Рис. 9. Распределение давления Пито в поперечных сечениях струи $x=11.35R_a$, $30.3R_a$, $46.3R_a$. Кривые соответствуют расчету по $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1), символы - эксперименту [16].

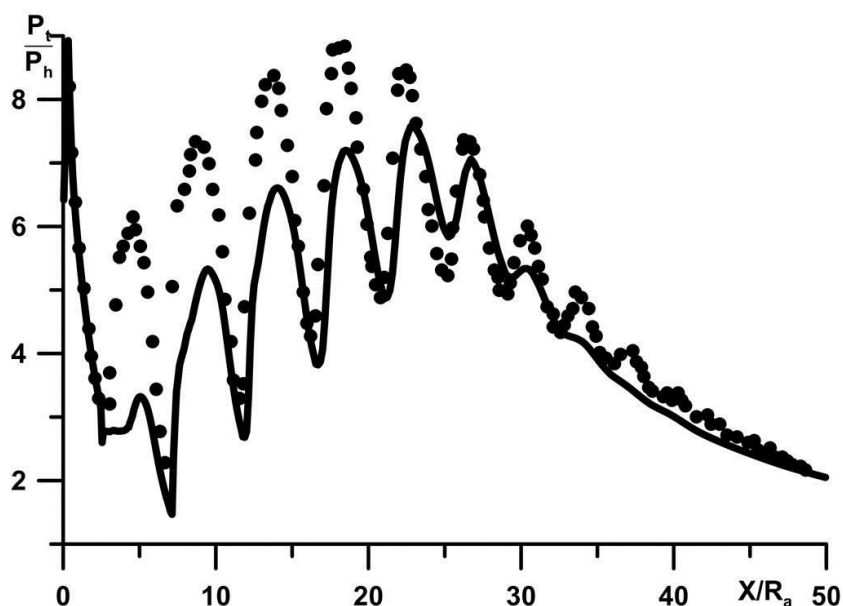


Рис. 10. Распределение давления Пито вдоль оси струи. Кривая соответствуют расчету по $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1), символы - эксперименту [16].

Выводы

Проведено моделирование автомодельного течения в осесимметричной дозвуковой струе на начальном и переходном участке для определения адекватности k - ε - μ_t модели в простейшем случае. Полученные автомодельные профили сопоставлены с экспериментальными данными и показано, что точность расчета не превышает 5% и модель адекватная.

Проведена предварительная верификация используемых моделей на автомодельном течении вблизи плоской пластины. Полученные графики для коэффициента трения и распределения скорости в сечении показывают, что рассматриваемые модели и их программные реализации можно применять при моделировании течений вблизи стенки.

Рассмотрены более сложные струйные течения, а именно две недорасширенные сверхзвуковые струи и одна перерасширенная струя. Первая недорасширенная струя рассматривается от среза сопла, а вторая с учетом геометрии сопла.

Недорасширенная струя $M=2$ рассчитана для 4-х моделей турбулентности, а именно k - ε - μ_t модели [5], k - ε - $\mu_t(\Lambda)$ модели [6], ν_t -92 модели [7], модели Spalart, Allmaras [8]. Результаты показывают, что k - ε - μ_t и k - ε - $\mu_t(\Lambda)$ модели позволяют получить адекватное положение минимумов и максимумов давлений, но амплитуды колебаний занижены для обеих моделей. ν_t -92 модель позволяет получать соответствующие эксперименту амплитуды колебаний, но бочки струи оказываются заметно длиннее, чем в эксперименте. Модель Spalart, Allmaras для данного течения оказалась чрезмерно вязкой.

Влияние стенки на расчет недорасширенной струи рассмотрен для $k-\varepsilon-\mu_t$ и $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ моделей в случае [6]. Различие в пристеночном моделировании пограничного слоя внутри сопла и различие в учете временных масштабов привело к существенной разнице в результатах. Причем при большем перепаде давления влияние данных параметров модели оказывается существеннее. В случае $NPR=2.5$ $k-\varepsilon-\mu_t$ модель, использующая пристеночные функции и один временной масштаб турбулентности, приводит к приемлемому соответствию по длине начального участка. Амплитуды колебаний занижены. $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модель значительно завышает длину начального участка, что связано с тремя дополнительными масштабами времени. Получены большие амплитуды колебаний параметров, чем в $k-\varepsilon-\mu_t$ модели, и затухающие медленнее. В случае $NPR=4$ $k-\varepsilon-\mu_t$ модель завышает давление Пито и скорость в первых двух бочках струи по сравнению с экспериментом, но в целом картина течения воспроизведена адекватно. $k-\varepsilon-\mu_t(\Lambda)$ модель занижает давление Пито, что связано с образованием нерегулярного отражения ударной волны от оси струи, не наблюдаемого в данном эксперименте. Дальнейшие бочки струи воспроизводятся, тем не менее, с приемлемой точностью.

С использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели проведено моделирование течения в перерасширенной сверхзвуковой струе. Результаты расчетов по давлению Пито на оси струи и в различных сечениях $X=\text{const}$ сопоставлены эксперименту. Ударно-волновая картина течения воспроизведена с хорошей точностью. Различие по давлению Пито в сечениях между моделью и экспериментом наиболее выражено вблизи оси. Давление Пито на оси струи модель преуменьшает, особенно в первых

двух бочках. Длина начального участка струи с хорошей точностью соответствует экспериментальному значению.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-38-60185)

Библиографический список

1. Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Результаты экспериментальных исследований взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // Труды МАИ, 2013, № 69: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=43076>
2. Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Численное моделирование взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // Труды МАИ, 2013, № 70: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=44440>
3. Иванов И.Э., Крюков И.А. Квазимонотонный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Математическое моделирование РАН. 1996. Т. 8. № 6. С. 47-55.
4. Иванов И.Э., Крюков И.А., Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование РАН. 2009. Т.21 № 12. С. 103-121.
5. Иванов И. Э., Крюков И. А., Ларина Е. В. Влияние времени релаксации турбулентной вязкости на моделирование течений в соплах и струях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2014. № 5. С. 149-159.

6. Yoshizawa A., Abe H., Matsuo Y., Fujiwara H., Mizobuchi Y. A Reynolds-averaged turbulence modeling approach using three transport equations for the turbulent viscosity, kinetic energy, and dissipation rate // *Physics of fluids*, 2012, V.24, Is.7, 075109. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4733397>
7. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 1993. №4. С. 69-81.
8. Spalart, P. R. and Allmaras, S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *Recherche Aerospatiale*, No. 1, 1994, pp. 5-21.
9. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // *Computer Meth. Appl. Mech. Engn.*, 1974, Vol. 3, № 2, pp. 269-289.
10. Sarkar S., Erlebacher G., Hussaini M.Y., Kreiss H.O. The analysis and modelling of dilatational terms in compressible turbulence // *J. Fluid Mech.*, 1991, Vol. 227, pp. 473–493.
11. Abe K., Kondoh T., Nagano Y. On Reynolds-stress expressions and near-wall scaling parameters for predicting wall and homogeneous turbulent shear flows // *Int. J. Heat Fluid Flow* 18, 266, 1997.
12. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960. - 715 с.
13. Seiner J.M., Norum T.D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets // *AIAA Pap.* 79-1526, 1979.

14. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2010, Т.9, URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/142/>

15. Saddington A. J., Lawson N. J., Knowles K. An experimental and numerical investigation of under expanded turbulent jets // Aeronaut. Journal. 2004. V. 108. № 1081. Pp. 145–152.

16. Zapryagaev V.I., Kudryavtsev A.N., Lokotko A.V. An experimental and numerical study of a supersonic jet shockwave structure, West East High Speed Flow Fields 2002, CIMNE, Barcelona, Spain, 2002, 6 pp.