УДК 681.58

Разработка математической модели пространственного полета квадрокоптера

Огольцов И.И.*, Рожнин Н.Б., Шеваль В.В.*****

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail:ogoltsovii@mail.ru*

***e-mail: rozhnin@rambler.ru*

****e-mail: sheval@list.ru*

Аннотация

В предлагаемой статье рассмотрены конструктивная схема и математическая модель пространственного полета беспилотного летательного аппарата вертолетного типа – квадрокоптера. Эти аппараты получили большое применение в различных областях народного хозяйства. Однако сдерживающим фактором более широкого их применения является отсутствие общего подхода к определению облика автопилота, позволяющего целенаправленно и с приемлемым качеством автоматически управлять траекторией полета квадрокоптера. Рассмотренные в работе материалы предназначены для определения облика автопилота, его структуры, основных контуров и их параметров. По выбранной конструктивной схеме квадрокоптера, учитывающей только основные действующие не него силы и моменты, разработано математическое описание динамики составных частей при движении в пространстве. Управляющие силы и моменты формируются с помощью четырех двигателей, постоянного вращающих установленные на их роторах воздушные винты. В математических моделях учтены неустранимые взаимодействия между различными приводами тяговых винтов, обусловленные структурой конкретного типа двигателей. Рассматривается пространственное движение с шестью степенями свободы. В процессе разработки математической модели, учитывающей особенности динамики данной управляемой системы, были рассмотрены основные контуры в структуре автопилота: контур стабилизации углового положения квадрокоптера, контур позиционирования квадрокоптера в пространстве и контур стабилизации скорости вращения двигателей. Согласованная работа этих контуров позволяет целенаправленно управлять траекторией полета и угловым положением квадрокоптера в пространстве при решении прикладной технической задачи комплекса, в состав которого входит рассматриваемый квадрокоптер. Предложены алгоритмы управления в каждом из контуров, обеспечивающие управляемое движение приемлемого для прикладной задачи качества. Полученный инструментарий в виде математической модели согласованного функционирования системы управления движением квадрокоптера может быть использован при разработке автопилота с заданными характеристиками точности.

Ключевые слова: управление полетом, квадрокоптер, привод стабилизации скорости, математическая модель, экологический мониторинг, аэромобильный лидар.

Введение

Как известно [1], для мониторинга и прогнозирования экологической обстановки в районах непредсказуемого возникновения нештатных ситуаций и катастроф все большее применение находят мобильные многофункциональные комплексы дистанционного лазерного зондирования, в том числе имеющие в своём составе малогабаритные беспилотные летательные аппараты – *аэромобильные лидары*. В качестве беспилотного летательного аппарата в [1] предложено использовать квадрокоптер – малогабаритный летающий интеллектуальный робот.

Положительным качеством аэромобильного лидара (АМЛ) является возможность работы «на ходу», без остановки транспортного средства, когда квадрокоптер (КК) стартует в одном географическом пункте, совершает полёт по заданию комплексной системы управления (КСУ) АМЛ и возвращается на транспортное средство лидара, находящееся к тому времени в другом географическом пункте. Но, подобное применение КК может быть обеспечено лишь в случае его полета в автоматическом режиме, т.е. требует создания автопилота КК.

В работе [2] показано, что такая сложная техническая система как автопилот КК, который имеет ярко выраженную иерархическую структуру, должна создаваться в соответствии с принципами системного проектирования, когда выбор альтернативного технического решения на уровне подсистем обязательно контролируется при проверке общего функционирования КК с подсистемой, реализующей каждую из альтернатив построения подсистемы.

В зависимости от конкретного итерационного цикла проектирования динамика полета КК исследуется на различных иерархических уровнях: от плоского полета КК с минимумом учитываемых воздействий и условий [3] до пространственного полета КК с учетом всех внешних и внутренних физических и конструктивных факторов (заключительные этапы проектирования).

В качестве технического инструментария осуществления процесса системного проектирования системы управления полетом (СУП) КК используется соответствующая математическая модель (ММ) полета КК под управлением автопилота.

В работе рассмотрена математическая модель управляемого полета квадрокоптера в пространстве, позволяющая проводить проектные исследования структуры автопилота, учитывающей особенность замкнутого контура управления полетом: наличие общего исполнительного органа (совокупность четырех тяговых электродвигателей) для контуров управления полетом по трем взаимно перпендикулярным осям.

1 Блок-схема системы управления полетом КК

Упрощенная конструктивная схема КК показана на рис. 1, где:

D_i – тяговые двигатели постоянного тока (ДПТ); B_i – балки конструкций крепления D_i; F_i – тяговые силы, создаваемые воздушными винтами; v_i – воздушные винты; r – расстояние от центра масс (ЦМ) КК до продольной оси каждого из ДПТ, ($i = \mathbf{1,2,3,4}$).

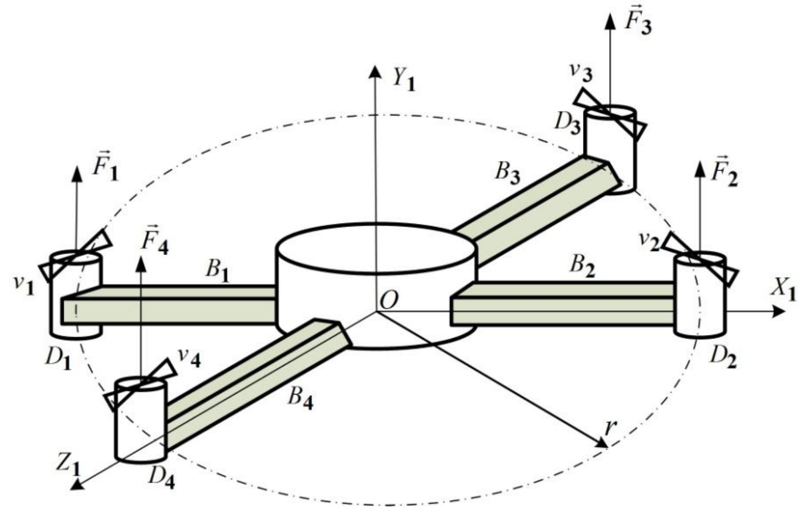

Рис. 1 Конструктивная схема квадрокоптера

Конструктивный крест, составленный из балок B_i, формирует основную опорную плоскость КК, пространственное угловое положение которой определяется тремя угловыми координатами $\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k$. Пространственное положение ЦМ КК определяется тремя линейными координатами x_k, y_k, z_k.

Суть управления параметрами полета КК заключается в поддержании такого углового положения КК, при котором вектор скорости КК $\vec{v}_k$ имеет направление и величину, обеспечивающие движение (полет) КК по заданной траектории (а также обеспечивает «зависание» КК).

Как указывалось выше, для управления полетом и выполнения целевых задач КК формируется СУП, функционирующая в автоматизированном и автоматическом режимах. Блок-схема СУП КК показана на рис. 2, где:

АКП, АКС и АПСС ДПТ – алгоритмы контуров позиционирования и стабилизации КК и алгоритмы управления приводами стабилизации скорости (ПСС); ДиК КК – динамика и кинематика полета КК; $\vec{\varphi}_v = \left|\varphi_{v1}, \varphi_{v2}, \varphi_{v3}, \varphi_{v4}\right|^T$ –

вектор скорости вращения тяговых винтов; $F_i = K_{vi}^F \cdot \dot{\varphi}_{vi}^{\mathbf{2}}$ – величина тяговой силы; $\left|x_k, y_k, z_k\right|^T$ –радиус-вектор пространственного положения КК; $\left|x_k, y_k, z_k\right|_{zad}^T$ – вектор пространственного положения КК; $\left|\Delta x_k, \Delta y_k, \Delta z_k\right|^T$ – вектор ошибки линейного позиционирования КК в пространстве; $K_{vi}^F = \frac{\alpha_{vi} \cdot \rho \cdot D_{vi}^{\mathbf{4}}}{\mathbf{4}\pi^{\mathbf{2}}}$; α_{vi} – безразмерный коэффициент тяги; ρ –плотность воздуха; D_{vi} – диаметр i–го воздушного винта; Φ_{Kzad} – требуемое угловое положение КК; Φ_K – совокупность углов $\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k$; $\Delta\Phi_K$ – ошибка установки углового положения КК; $\vec{\dot{\varphi}}_{vzad}$ – вектор требуемых угловых скоростей ПСС; $\left|\omega_x, \omega_y, \omega_z\right|^T$ – вектор угловых скоростей КК; $\vec{F}_T = \vec{F}_{\mathbf{1}} + \vec{F}_{\mathbf{2}} + \vec{F}_{\mathbf{3}} + \vec{F}_{\mathbf{4}}$ – вектор суммарной тяги КК; $И_{\dot{\varphi}}$, $И_{\omega_x\omega_y\omega_z}$, $И_{\psi\upsilon\gamma}$, $И_{xyz}$, $И_{\dot{x}\dot{y}\dot{z}}$ – измерители соответствующих параметров полета КК.

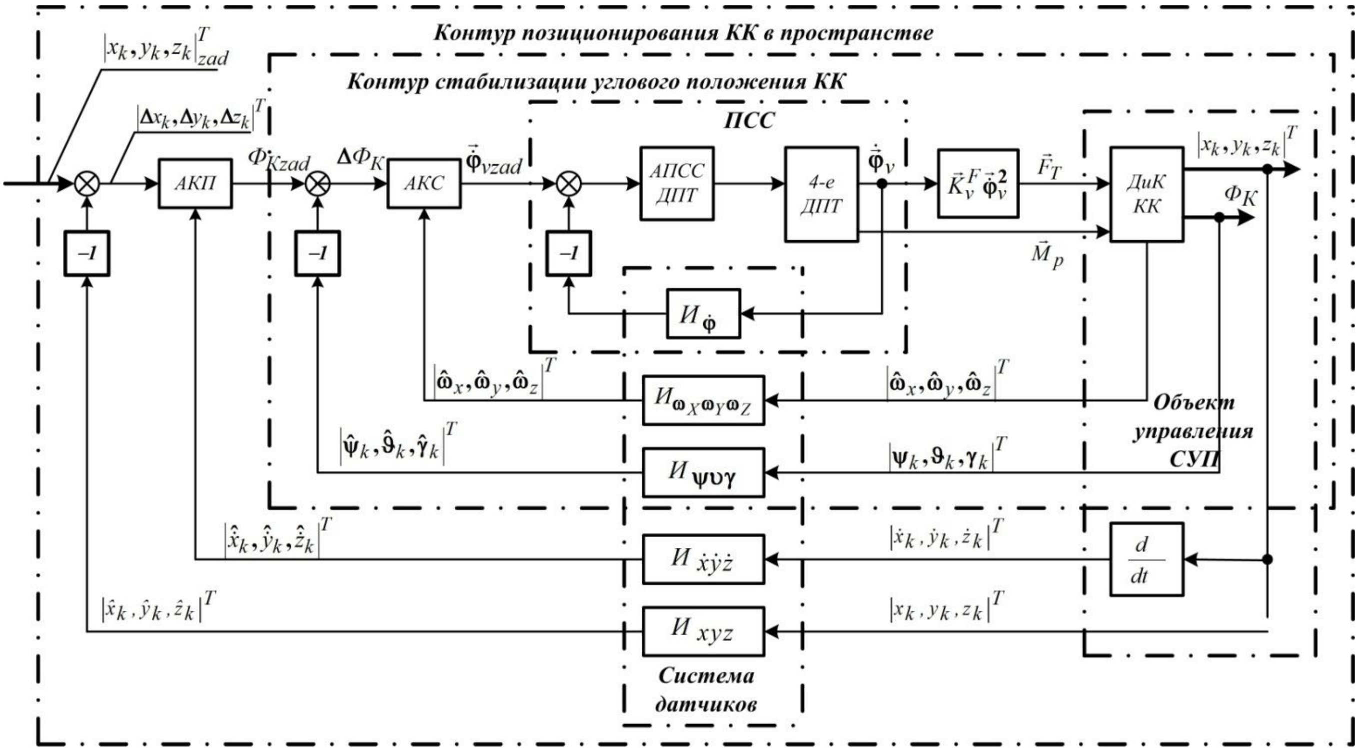

Рис. 2 Блок-схема системы управления полетом квадрокоптера

2 Системы координат для задачи управления полётом КК

Движение КК будем рассматривать в следующих прямоугольных СК:

– стартовая СК (ССК) $O_C X_C Y_C Z_C$ – неподвижная СК, начало которой O_C расположено в точке взлета КК. В данной СК движение КК описывают следующими параметрами: высота над земной поверхностью ($y = L_y = H$), продольная дальность до КК (L_x), боковое отклонение (L_z) ;

– нормальная СК (НСК) $OX_G Y_G Z_G$ – подвижная невращающаяся СК, начало которой O расположено в ЦМ КК,;

– базовая (связанная) СК (БСК) $OX_{\mathbf{1}}Y_{\mathbf{1}}Z_{\mathbf{1}}$ – подвижная вращающаяся СК. Положение БСК $OX_{\mathbf{1}}Y_{\mathbf{1}}Z_{\mathbf{1}}$ относительно НСК $OX_GY_GZ_G$ определяется тремя углами Эйлера $\boldsymbol{\psi}_k$, $\boldsymbol{\vartheta}_k$, $\boldsymbol{\gamma}_k$;

– скоростная СК (РСК) $OX_VY_VZ_V$ – подвижная СК.

Положение РСК $OX_VY_VZ_V$ относительно НСК $OX_GY_GZ_G$ определяется двумя углами $\boldsymbol{\theta}_k$ (угол наклона траектории КК) и $\boldsymbol{\varphi}_k$ (курсовой угол пути).

3 Уравнения динамики и кинематики полёта КК

Схема формирования тяговых сил КК показана на рис. 3, где:

$-\vec{F}_T^{Y_\mathbf{1}} = F_T^{Y_\mathbf{1}} \cdot \vec{y}_\mathbf{1}^\mathbf{0}$ – вектор суммарного тягового усилия вдоль оси $OY_\mathbf{1}$; $F_T^{X_G}$, $F_T^{Y_G}$, $F_T^{Z_G}$ – проекции вектора $\vec{F}_T^{Y_\mathbf{1}}$ на оси НСК $OX_GY_GZ_G$; $\vec{V}_k$ – вектор скорости движения КК относительно ССК $O_CX_CY_CZ_C$; $\vec{F}_\mathbf{\Sigma}^V = (\vec{F}_T + \vec{G}) \cdot \vec{x}_V^\mathbf{0} = \vec{F}_\mathbf{\Sigma} = F_\mathbf{\Sigma} \cdot \vec{x}_V^\mathbf{0}$ – вектор суммарной движущей силы, приложенной к КК.

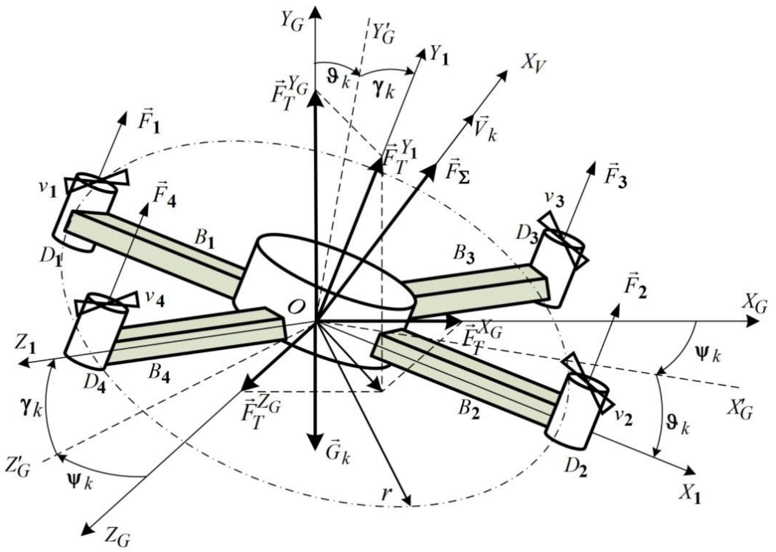

Рис. 3 Схема формирования тяговых сил квадрокоптера

3.1 Уравнения динамики движения ЦМ КК в ССК $O_C X_C Y_C Z_C$ (соответствующие оси ССК $O_C X_C Y_C Z_C$ и НСК $OX_G Y_G Z_G$ параллельны между собой) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} -m_k V_k \frac{d\theta_k}{dt} &= F_T^{X_G} = \sum F^{X_G}; \\ m_k \frac{dV_k}{dt} &= F_T^{Y_G} - G = \sum F^{Y_G}; \\ m_k V_k \frac{d\varphi_k}{dt} \mathbf{sin}\theta_k &= F_T^{Z_G} = \sum F^{Z_G}, \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(1)}$$

где: $G = m_k g$ – сила тяжести КК массой m_k; g – ускорение свободного падения.

3.2 Уравнения кинематики движения ЦМ КК в ССК $O_C X_C Y_C Z_C$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_k &= V_k^{X_G} = V_k \mathbf{cos}\varphi_k \mathbf{cos}\theta_k; \\ \dot{y}_k &= V_k^{Y_G} = V_k \mathbf{sin}\theta_k; \\ \dot{z}_k &= V_k^{Z_G} = -V_k \mathbf{sin}\varphi_k \mathbf{cos}\theta_k. \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(2)}$$

Для текущих координат положения КК по каждой из осей ССК $O_C X_C Y_C Z_C$ верны соотношения:

$$\left.\begin{aligned} x_k^C(t) &= x_k^C(\mathbf{0}) + \int_{\mathbf{0}}^{t} V_k \mathbf{cos}\varphi_k \mathbf{cos}\theta_k \cdot dt; \\ y_k^C &= y_k^C(\mathbf{0}) + \int_{\mathbf{0}}^{t} V_k \mathbf{sin}\theta_k \cdot dt; \\ z_k^C &= z_k^C(\mathbf{0}) - \int_{\mathbf{0}}^{t} V_k \mathbf{sin}\varphi_k \mathbf{cos}\theta_k \cdot dt. \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(3)}$$

На основании систем уравнений (1) и (3) сформирована блок-схема ММ линейного движения ЦМ КК в пространстве (блок линейного полета – ***БЛП***), показанная на рис. 4, где аргумент $(\mathbf{0})$ соответствует начальному условию $t = \mathbf{0}$.

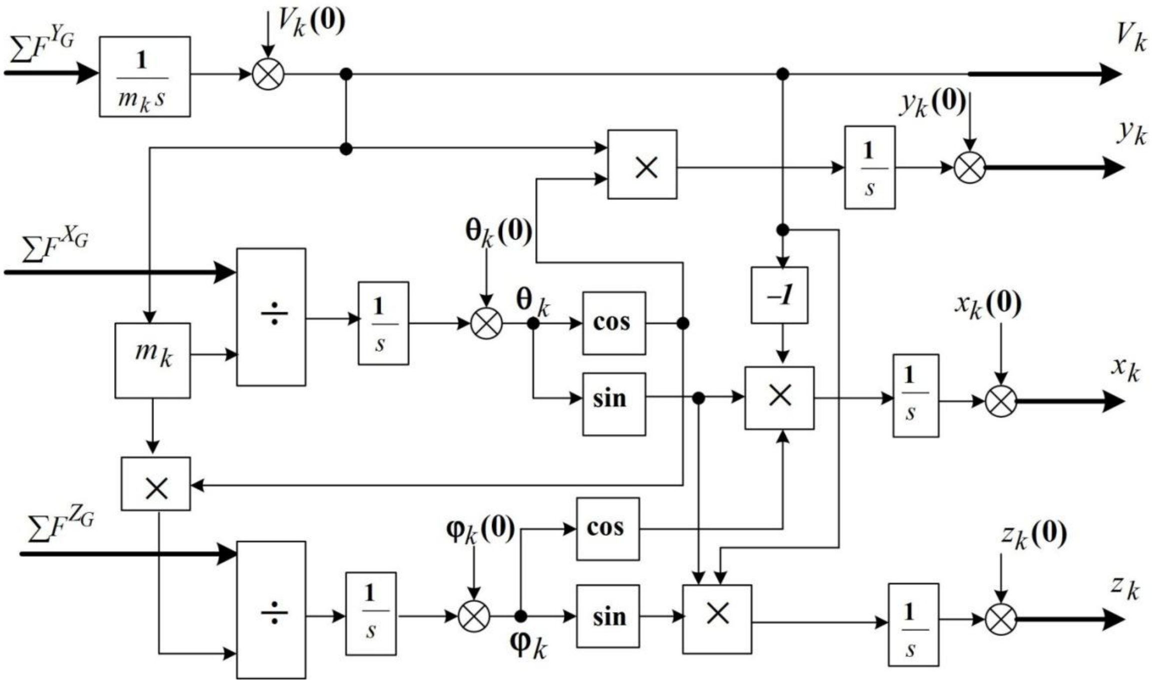

Рис. 4. Блок-схема ММ линейного движения центра масс квадрокоптера

3.3 Уравнения динамики движения вокруг ЦМ КК:

$$\left.\begin{aligned}
&J_{x_1}\frac{d\omega_{x_1}}{dt} + (J_{z_1} - J_{y_1})\omega_{z_1}\omega_{y_1} = \Sigma M^{X_G};\\
&J_{y_1}\frac{d\omega_{y_1}}{dt} + (J_{x_1} - J_{z_1})\omega_{x_1}\omega_{z_1} = \Sigma M^{Y_G};\\
&J_{z_1}\frac{d\omega_{z_1}}{dt} + (J_{y_1} - J_{x_1})\omega_{y_1}\omega_{x_1} = \Sigma M^{Z_G},
\end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(4)}$$

где: $J_{x_1}, J_{y_1}, J_{z_1}$, $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$ – моменты инерции и угловые скорости КК относительно осей БСК $OX_1Y_1Z_1$.

В дальнейшем, для упрощения записи индекс «1» (принадлежность к БСК $OX_1Y_1Z_1$) опускаем, т.е. записываем J_x, J_y, J_z и $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

3.4 Уравнения кинематики движения вокруг ЦМ КК:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\psi}_k &= \frac{1}{\cos\vartheta_k}(\omega_y \cos\gamma_k - \omega_z \sin\gamma_k); \\ \dot{\gamma}_k &= \omega_x - tg\vartheta_k(\omega_y \cos\gamma_k - \omega_z \sin\gamma_k); \\ \dot{\vartheta}_k &= \omega_y \sin\gamma_k + \omega_z \cos\gamma_k. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

На основании систем уравнений (4) и (5) сформирована блок-схема ММ вращательного движения КК вокруг ЦМ (блок вращательного движения – ***БВД***), показанная на рис. 5, где $\omega_x(0)$, $\omega_y(0)$, $\omega_z(0)$, $\gamma_k(0)$, $\vartheta_k(0)$ и $\psi_{k(0)}$ – начальные значения соответствующих параметров.

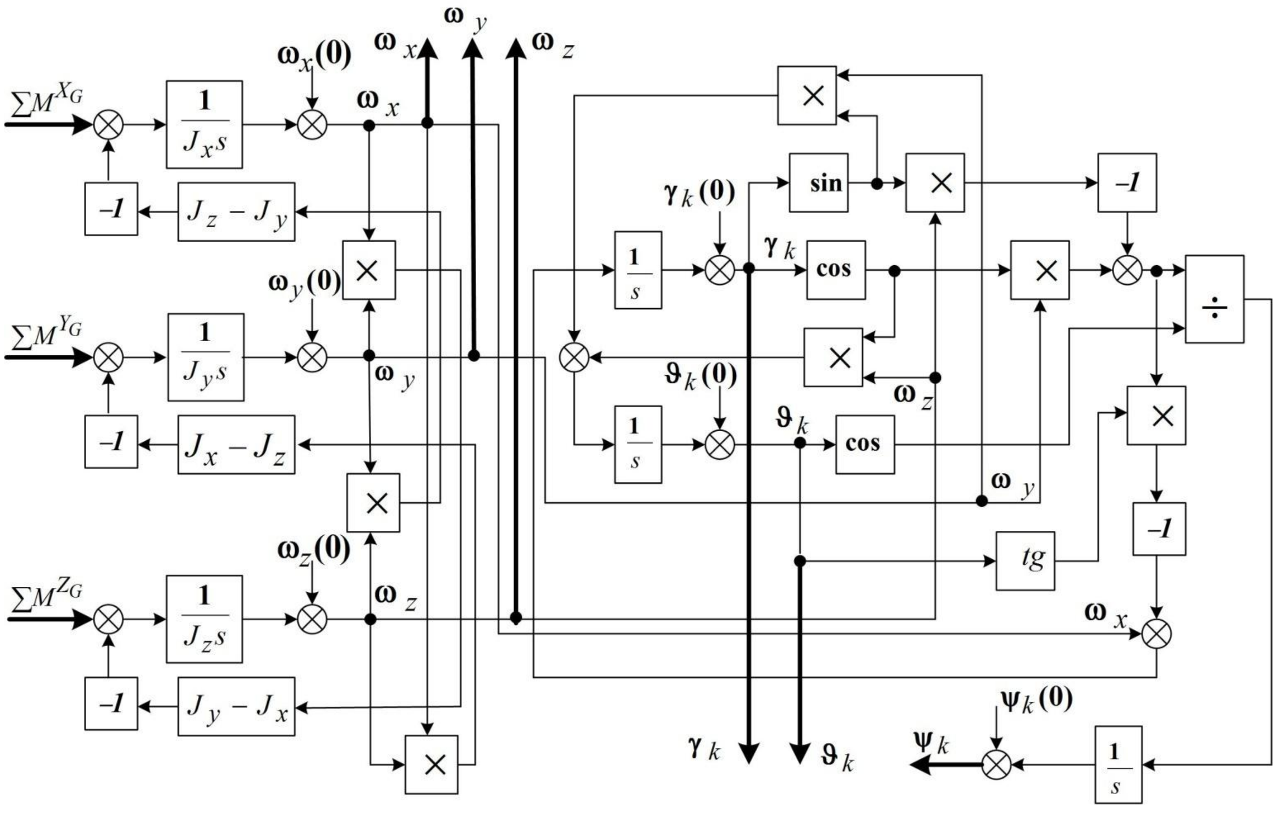

Рис. 5. Блок-схема ММ вращательного движения КК вокруг его ЦМ

4 Моменты и силы, учитываемые при разработке ММ системы управления полетом

Все моменты для формирования вращательного движения КК вокруг его ЦМ и силы для формирования поступательного перемещения КК формируются за счет установки заданных скоростей вращения роторов каждого из ДПТ, а величины моментов сил – за счет взаимных соотношений между этими тяговыми силами.Установка заданных скоростей вращения реализуется с помощью ПСС.

Структурная схема ПСС$_i$ на основе ДПТ$_i$ показана на рис. 6, где:

k_{vz}, k_{ui}, c_{mi}, c_{ei}, R_{ai}, L_{ai} – коэффициент вязкости воздуха, электронного и электромеханического усилений, коэффициент противо-эдс, электрические параметры обмотки ДПТ; J_{ni} – момент инерции вращающихся частей; $T_{ai} = \frac{L_{ai}}{R_{ai}}$ – электромагнитная постоянная времени ДПТ$_i$; M_{dvi}, $M_{i\Sigma}$, $M_{pi}^{Y_1}$ – движущий момент ДПТ, момент, приложенный к винту, момент реакции ДПТ; k_{di}, k_{tgi} – масштабный коэффициент соответствующих датчиков; k_{kori}, T_{kori} – коэффициент усиления и постоянная времени корректирующего звена.

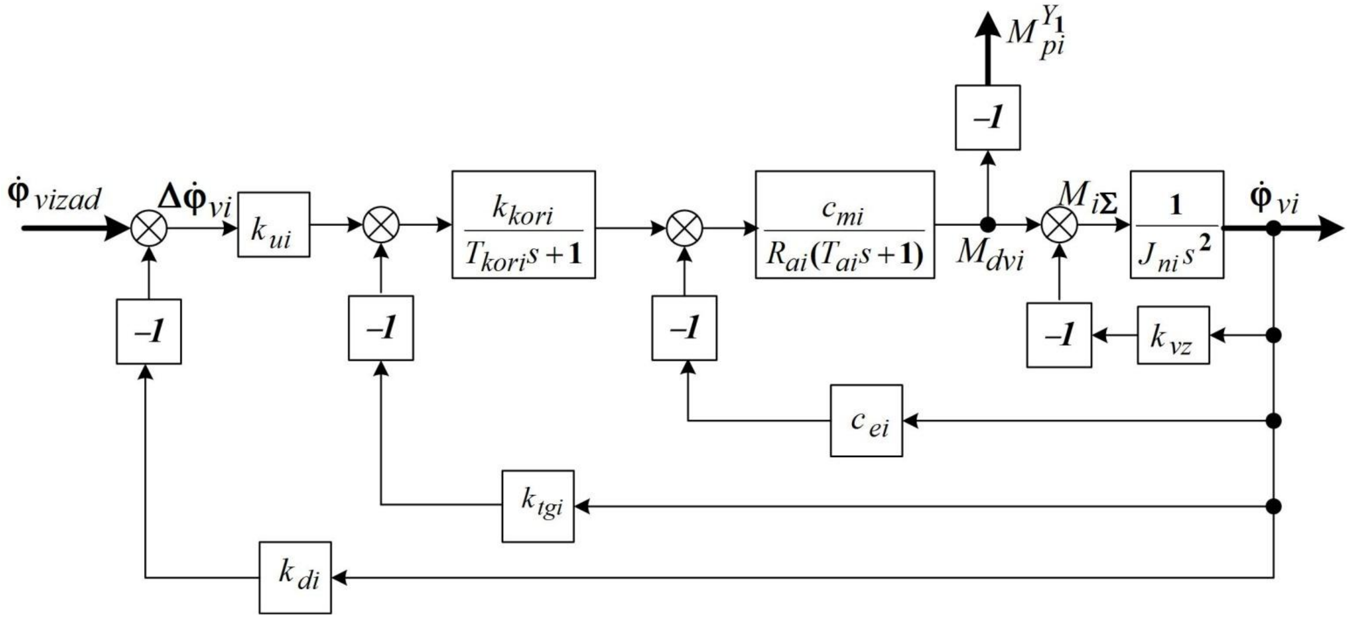

Рис. 6. Структурная схема привода стабильной скорости на основе ДПТ

В соответствие с введенными выше условиями создания ММ полета КК будем учитывать следующие моменты сил, действующие на КК:

4.1 Разнотяговость ДПТ₃ и ДПТ₄ создаёт момент сил $\vec{M}^{X_1}_{\Delta F_{34}}$ *вокруг оси* OX_1

Так как $\vec{M}^{X_1}_{\Delta F_{34}} = (F_3 - F_4) r \cdot \vec{x}^0_1$, то, обозначив $\Delta F_{34} = F_3 - F_4$, получим $\vec{M}^{X_1}_{\Delta F_{34}} = \Delta F_{34} r \cdot \vec{x}^0_1 = M^{X_1}_{\Delta F_{34}} \cdot \vec{x}^0_1$. В силу разнотяговости ($F_3 \neq F_4$) в НСК $OX_G Y_G Z_G$:

$$\vec{M}^G_{\Delta F_{34}} = \left| \vec{M}^{X_1}_{\Delta F_{34}} \right|_G = A^1_G(\psi_k, \vartheta_k, \lambda_k) \cdot \left| M^{X_1}_{\Delta F_{34}}, 0, 0 \right|^T_1, \text{ где } A^1_G(\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k) =$$

$$= \begin{Vmatrix} \cos\psi_k \cos\vartheta_k & \begin{matrix} -\cos\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k + \\ + \sin\psi_k \sin\gamma_k \end{matrix} & \begin{matrix} \cos\psi_k \sin\vartheta_k \sin\gamma_k + \\ + \sin\psi_k \cos\gamma_k \end{matrix} \\ \sin\vartheta_k & \cos\vartheta_k \cos\gamma_k & \cos\vartheta_k \sin\gamma_k \\ -\sin\psi_k \cos\vartheta_k & \begin{matrix} \sin\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k + \\ + \cos\psi_k \sin\gamma_k \end{matrix} & \begin{matrix} -\sin\psi_k \sin\vartheta_k \sin\gamma_k + \\ + \cos\psi_k \cos\gamma_k \end{matrix} \end{Vmatrix}. \quad (6)$$

Следовательно:

$$\vec{M}^G_{\Delta F_{34}} = \vec{x}^0_G \cdot \Delta F_{34} \cdot r \cdot \cos\psi_k \cos\vartheta_k + \vec{y}^0_G \cdot \Delta F_{34} \cdot r \cdot \sin\vartheta_k -$$

$$-\vec{z}_G^{\mathbf{0}} \cdot \Delta F_{\mathbf{34}} \cdot r \cdot \mathbf{sin}\psi_k \,\mathbf{cos}\vartheta_k. \quad \mathbf{(7)}$$

4.2 Разнотяговость ДПТ₁ и ДПТ₂ создаёт момент сил $\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{Z_1}$ ***вокруг оси*** $OZ_{\mathbf{1}}$.

Так как $\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{Z_1} = (F_{\mathbf{2}} - F_{\mathbf{1}})r \cdot \vec{z}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{0}}$, то, обозначив $\Delta F_{\mathbf{21}} = F_{\mathbf{2}} - F_{\mathbf{1}}$, получим $\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{Z_1} = \Delta F_{\mathbf{21}} r \cdot \vec{z}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{0}} = M_{\Delta F_{21}}^{Z_1} \cdot \vec{z}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{0}}$. Момент от разнотяговости ($F_{\mathbf{1}} \neq F_{\mathbf{2}}$) в НСК $OX_G Y_G Z_G$ имеет вид:

$$\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{G} = \left|\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{Z_1}\right|_G = A_G^{\mathbf{1}}(\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k) \cdot \left|\mathbf{0}, \mathbf{0}, M_{\Delta F_{21}}^{Z_1}\right|_{\mathbf{1}}^{T}.$$

Следовательно:

$$\vec{M}_{\Delta F_{21}}^{G} = \vec{x}_G^{\mathbf{0}} \cdot \Delta F_{\mathbf{21}} \cdot r(\mathbf{cos}\psi_k \,\mathbf{sin}\vartheta_k \,\mathbf{sin}\gamma_k + \mathbf{sin}\psi_k \,\mathbf{cos}\gamma_k) - y_G^{\mathbf{0}} \cdot \Delta F_{\mathbf{21}} \cdot r \cdot \mathbf{cos}\vartheta_k \,\mathbf{sin}\gamma_r +$$
$$+ \vec{z}_G^{\mathbf{0}} \cdot \Delta F_{\mathbf{21}} \cdot r \cdot (\mathbf{cos}\psi_k \,\mathbf{cos}\gamma_{kK} - \mathbf{sin}\psi_k \,\mathbf{sin}\vartheta_k \,\mathbf{sin}\gamma_k). \quad \mathbf{(8)}$$

4.3 Различие в моментах реакции ДПТ создает момент сил $\vec{M}_{p\Sigma}^{Y_1}$ ***вокруг оси*** $OY_{\mathbf{1}}$.

Примем, что *ДПТ₁ и ДПТ₃* вращаются по часовой стрелке, а *ДПТ₂ и ДПТ₄* – против часовой стрелки, тогда $\vec{M}_{p\Sigma}^{Y_1} = (\vec{M}_{p\mathbf{1}}^{Y_1} + \vec{M}_{p\mathbf{3}}^{Y_1}) - (\vec{M}_{p\mathbf{2}}^{Y_1} + \vec{M}_{p\mathbf{4}}^{Y_1})$. Запишем выражение для передаточной функции привода стабилизации скорости вращения:

$$M_{pi}^{Y_1}(s) = Q_i \frac{T_{vzi}s + \mathbf{1}}{a_{i\mathbf{3}}s^{\mathbf{3}} + a_{i\mathbf{2}}s^{\mathbf{2}} + a_{i\mathbf{1}}s + \mathbf{1}} \cdot \varphi_{vizad}(s), \quad \mathbf{(9)}$$

где: $Q_i = \dfrac{k_{kori} k_{ui} k_{vz}}{c_{ei} K_{pri}}$; $K_{pri} = 1 + \dfrac{k_{kori}(k_{tgi} + k_{ui})}{c_{ei}} + \dfrac{T_{mi}}{T_{vzi}}$; $T_{mi} = \dfrac{J_{ni} R_{ai}}{c_{mi} c_{ei}}$;

$T_{vzi} = \dfrac{J_{ni}}{k_{vz}}$; $a_{i3} = \dfrac{T_{ai} T_{kori} T_{mi}}{K_{pri}}$; $a_{i2} = \dfrac{T_{ai} T_{mi} T_{kori} + T_{mi} T_{vzi}(T_{ai} + T_{kori})}{T_{vzi} K_{pri}}$;

$a_{i1} = \dfrac{T_{mi}(T_{ai} + T_{kori}) + T_{vzi}(T_{mi} + T_{kori})}{T_{vzi} K_{pri}}$.

Выражение для моментов реакции при условии $(M_{p1}^{Y_1} + M_{p3}^{Y_1}) \neq (M_{p2}^{Y_1} + M_{p4}^{Y_1})$ в НСК $OX_G Y_G Z_G$ принимает вид:

$$\vec{M}_{p\Sigma}^{G} = \left| \vec{M}_{p\Sigma}^{Y_1} \right|_G = A_G^1(\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k) \cdot \left| 0, M_{p\Sigma}^{Y_1} \right|_1^T .$$

Следовательно

$$\vec{M}_{p\Sigma}^{G} = \vec{x}_G^0 \cdot M_{p\Sigma}^{Y_1} (\sin\psi_k \sin\gamma_k - \cos\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k) + \vec{y}_G^0 \cdot M_{p\Sigma}^{Y_1} \cos\vartheta_k \cos\gamma_k +$$
$$+ \vec{z}_G^0 \cdot M_{p\Sigma}^{Y_1} (\cos\psi_k \sin\gamma_k + \sin\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k). \quad (10)$$

4.4 Силы, действующие на КК.

Вектор тягового усилия в НСК $OX_G Y_G Z_G$ имеет вид:

$$\vec{F}_T^G = \begin{vmatrix} F_T^{X_G} \\ F_T^{Y_G} \\ F_T^{Z_G} \end{vmatrix} = A_G^1(\psi_k, \vartheta_k, \gamma_k) \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ F_T^{Y_1} \\ 0 \end{vmatrix} = \left| 0, F_T^{Y_1}, 0 \right|_1^T, \text{ где } F_T^{Y_1} = \sum_{i=1}^{4} F_i^{Y_1} .$$

Следовательно, можно представить в виде:

$$\vec{F}_T^G = \vec{x}_G^0 \cdot F_T^{Y_1} (\sin\psi_k \sin\gamma_k - \cos\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k) + \vec{y}_G^0 \cdot F_T^{Y_1} \cos\vartheta_k \cos\gamma_k +$$
$$+ \vec{z}_G^0 \cdot F_T^{Y_1} (\cos\psi_k \sin\gamma_k + \sin\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k). \quad (11)$$

Выражения для суммы сил, действующих по осям НСК $OX_G Y_G Z_G$, используются в системе уравнений (1):

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma F^{X_G} &= F_T^{Y_1}(\sin\psi_k \sin\gamma_k - \cos\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k);\\
\Sigma F^{Y_G} &= F_T^{Y_1} \cos\vartheta_k \cos\gamma_k - m_k g;\\
\Sigma F^{Z_G} &= F_T^{Y_1}(\cos\psi_k \sin\gamma_k + \sin\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k).
\end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(12)}$$

Выражения для суммы моментов, действующих вокруг осей НСК $OX_G Y_G Z_G$, используются в системе уравнений (4):

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma M^{X_G} = M_{\Delta F_{34}}^{X_1} \cos\psi_k \cos\vartheta_k + M_{p\Sigma}^{Y_1}(\sin\psi_k \sin\gamma_k -\\
&- \cos\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k) + M_{\Delta F_{21}}^{Z_1}(\cos\psi_k \sin\vartheta_k \sin\gamma_k + \sin\psi_k \cos\gamma_k);\\
&\Sigma M^{Y_G} = M_{\Delta F_{34}}^{X_1} \sin\vartheta_k - M_{\Delta F_{21}}^{Z_1} \cos\vartheta_k \sin\gamma_k + M_{p\Sigma}^{Y_1} \cos\vartheta_k \cos\gamma_k;\\
&\Sigma M^{Z_G} = -M_{\Delta F_{34}}^{X_1} \sin\psi_k \cos\vartheta_k + M_{p\Sigma}^{Y_1}(\cos\psi_k \sin\gamma_k +\\
&+ \sin\psi_k \sin\vartheta_k \cos\gamma_k) + M_{\Delta F_{21}}^{Z_1}(\cos\psi_k \cos\gamma_k - \sin\psi_k \sin\vartheta_k \sin\gamma_k).
\end{aligned}\right\} \quad \mathbf{(13)}$$

В результате блок-схема ММ формирования сил и моментов, действующих на КК приобретает вид, показанный на рис. 7 (блок сил и моментов – ***БСМ***).

Блок-схема ММ объекта управления (ОУ) СУП показана на рис. 8 (блок объекта управления – ***БОУ***).

5 Объект управления и исполнительный орган СУП КК

Управляющими воздействиями СУП КК являются координаты: $F_i^{Y_1}$ и $M_{pi}^{Y_1}$. Регулируемыми координатами СУП КК являются x_k, y_k и z_k, а также ψ_k, ϑ_k, γ_k. Промежуточными координатами СУП КК являются θ_k и φ_k.

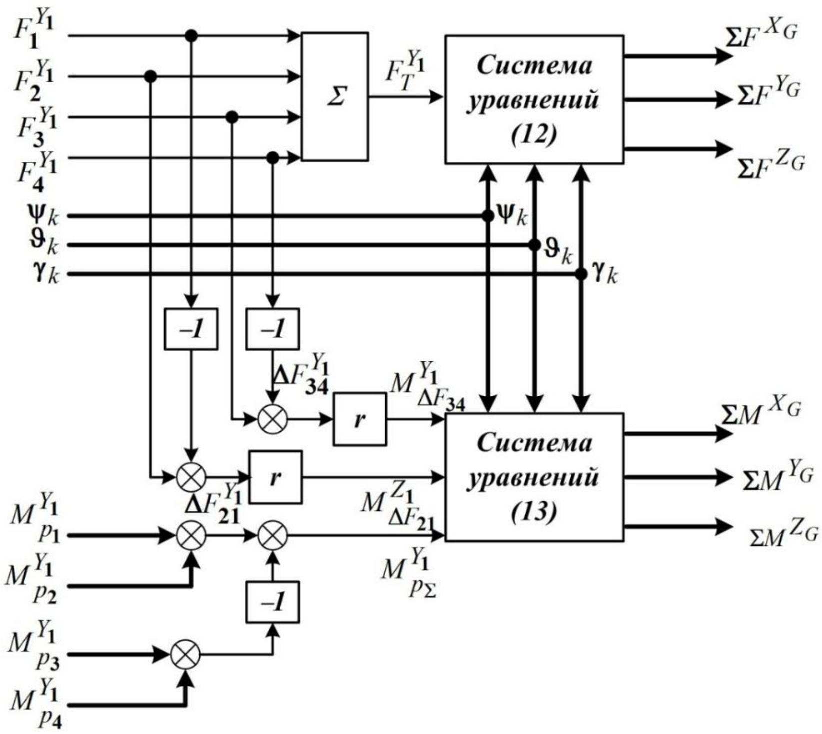

Рис. 7. Блок-схема ММ сил и моментов, действующих на КК

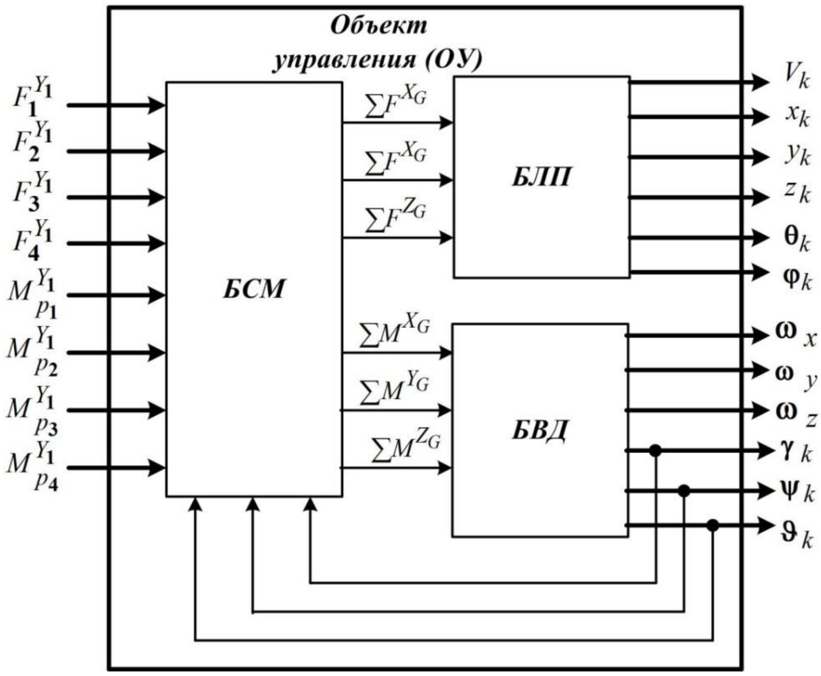

Рис. 8. Блок-схема ММ объекта управления

Параметрами состояния ОУ, используемыми в процессах управления и доступными для измерения с помощью различных датчиков, являются $\dot{x}_k$, $\dot{y}_k$, $\dot{z}_k$, $\boldsymbol{\omega}_x$, $\boldsymbol{\omega}_y$, $\boldsymbol{\omega}_z$.

Исполнительным органом (ИО), т.е. органом, формирующим силовые воздействия системы управления полетом КК, является совокупность из 4-х ПСС, реализующих силы тяги.

Блок-схема ММ ИО показана на рис. 9 (блок исполнительного органа – ***БОИ***).

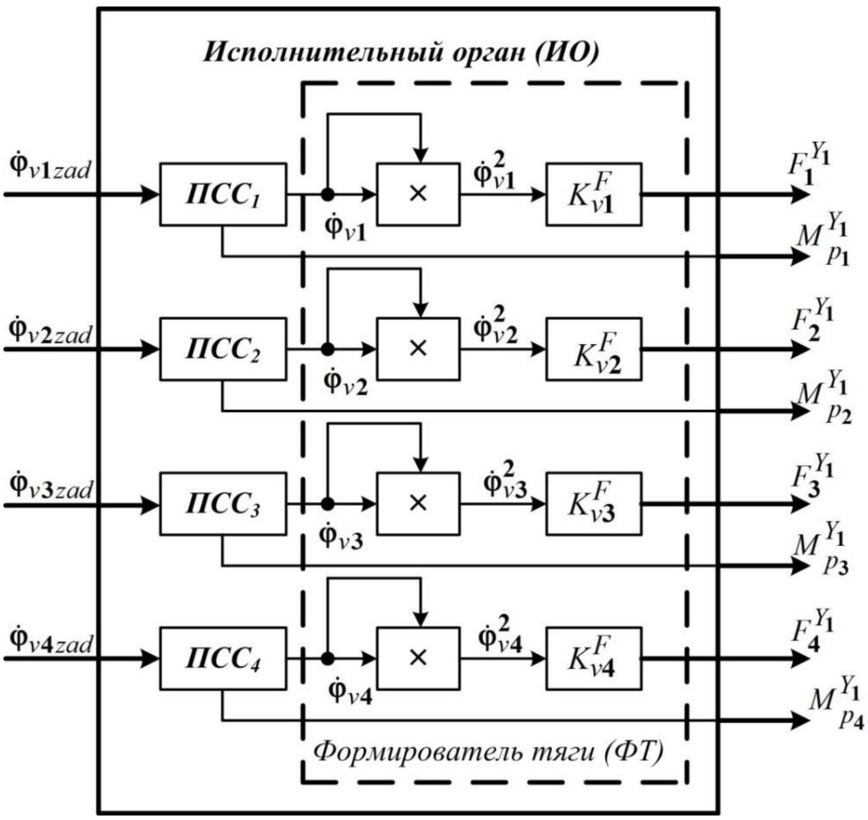

Рис. 9. Блок-схема ММ исполнительного органа КК

6 Автопилот СУП КК

Автопилот состоит из трёх составных частей: блок формирования $\boldsymbol{\varphi}_{vizad}$, блок измерения параметров состояния ОУ и блок формирования заданий.

6.1 Блок формирования φ_{vizad}

Регулирование осуществляется по трем координатам x_k, y_k, z_k, которые определяют положение ЦМ КК в пространстве, и по параметру $\boldsymbol{\psi}_k$, определяющему направление полета КК.

Управление движением КК вдоль оси OY_G осуществляется за счет регулирования величины тяги $F_T^{Y_\mathbf{1}} = \sum_{i=\mathbf{1}}^{\mathbf{4}} F_i^{Y_\mathbf{1}}$ по отношению к весу КК, поэтому регулирование по координатам x_k, z_k и $\boldsymbol{\psi}_k$ должно осуществляться при условии поддержания той величины тяги $F_T^{Y_\mathbf{1}}$, которая установлена по каналу регулирования координаты y_k. В автопилоте рассчитывается величина веса КК (G_p), которая создает постоянную составляющую тяги ($F_{T_p}^{Y_\mathbf{1}} = G_p$), что обеспечивает режим «зависания» КК (при $\boldsymbol{\gamma}_k = \boldsymbol{\vartheta}_k = \mathbf{0}$), а отклонения от заданного значения координаты y_k – $\Delta y_k = y_{zad} - y_k$ в зависимости от своего знака приводят либо к увеличению, либо к уменьшению тяги $F_{T_p}^{Y_\mathbf{1}}$.

Чтобы создать движение вдоль оси $OX_\mathbf{1}$, необходимо повернуть КК вокруг оси $OZ_\mathbf{1}$, т.е. с противоположными знаками подать на ДПТ$_1$ и ДПТ$_2$ отклонения от заданного значения координаты x_k: $\Delta x_k = x_{zad} - x_k$.

Аналогичным образом для создания движения вдоль оси $OZ_\mathbf{1}$ необходимо повернуть КК вокруг оси $OX_\mathbf{1}$, т.е. с противоположными знаками подать на ДПТ$_3$ и ДПТ$_4$ отклонения от заданного значения координаты z_k: $\Delta z_k = z_{zad} - z_k$.

Выбор направления полета КК может быть произведён путём разворота КК вокруг оси $OY_{\mathbf{1}}$, который осуществляется за счет создания разностного момента реакции ДПТ $[(\vec{M}_{p\mathbf{1}}^{Y_\mathbf{1}} + \vec{M}_{p\mathbf{3}}^{Y_\mathbf{1}}) \neq (\vec{M}_{p\mathbf{2}}^{Y_\mathbf{1}} + \vec{M}_{p\mathbf{4}}^{Y_\mathbf{1}})]$. В этом случае на ДПТ$_1$ и ДПТ$_3$, а также на ДПТ$_2$ и ДПТ$_4$ необходимо сформировать сигналы (с противоположными знаками) отклонения от заданного значения координаты ψ_k: $\Delta\psi_k = \psi_{zad} - \psi_k$.

Поэтому для 4-х выходных координат автопилота верны следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_{v\mathbf{1}zad} &= \varphi_{v\Sigma y}^{p} + \Delta\varphi_{vx}^{p} + \Delta\varphi_{v\psi}^{p};\\
\varphi_{v\mathbf{2}zad} &= \varphi_{v\Sigma y}^{p} - \Delta\varphi_{vx}^{p} - \Delta\varphi_{v\psi}^{p};\\
\varphi_{v\mathbf{3}zad} &= \varphi_{v\Sigma y}^{p} + \Delta\varphi_{vz}^{p} + \Delta\varphi_{v\psi}^{p};\\
\varphi_{v\mathbf{4}zad} &= \varphi_{v\Sigma y}^{p} - \Delta\varphi_{vz}^{p} - \Delta\varphi_{v\psi}^{p},
\end{aligned}\right\} \qquad \mathbf{(14)}$$

где: $\varphi_{v\Sigma y}^{p}$, $\Delta\varphi_{vx}^{p}$, $\Delta\varphi_{vz}^{p}$ и $\Delta\varphi_{v\psi}^{p}$ – выходные сигналы регуляторов перемещения по соответствующим осям.

Регулятор канала перемещения по оси OY_G соответствует алгоритму:

$$\varphi_{v\Sigma y}^{p} = \varphi_{v\Sigma y} - K_{\dot{y}}\hat{\dot{y}}_k, \qquad \mathbf{(15)}$$

где: $\hat{y}_k$, $\hat{\dot{y}}_k$ – измеренные значения координаты y_k и её скорости;

$\varphi_{v\Sigma y} = \Delta\varphi_{vy} + \varphi_{vg}$; $\Delta\varphi_{vy} = K_y(y_{zad} - \hat{y}_k)$; $\varphi_{vg} = K_{mg}K_g\sqrt{m_{kp}g_p}$;

K_y, $K_{\dot{y}}$ – коэффициенты усиления соответствующих сигналов.

Коэффициенты K_g и K_{mg} ищутся, исходя из следующих соображений. Для режима «зависания» горизонтально расположенного КК можно записать:

$$\sum_{i=1}^{4} F_i^{Y_1} = F_{T_0} = G_{ist}\text{, где } G_{ist} \text{ – истинный вес КК.}$$

Считая ДПТ идентичными, запишем $\varphi_{vi0} = \sqrt{\dfrac{G_{ist}}{4K_{vi}^F}} = \sqrt{\dfrac{1}{4K_{vi}^F}} \cdot \sqrt{m_{kist} g_{ist}}$, где: m_{kist} и m_{kp}, g_{ist} и g_p – истинное и расчетное значения массы КК и ускорения свободного падения, поэтому при $m_{kp} = m_{kist}$ и $g_p = g_{ist}$ получаем $K_g = \dfrac{1}{2\sqrt{K_{vi}^F}}$.

Реально, все четыре ПСС соответствуют системам с астатизмом нулевого порядка ($\varphi_{vi0p} = \varphi_{vi0y} - \Delta\varphi_{vi}$, где индекс «0» соответствует режиму «зависания»), отчего возникает статическая ошибка ($\Delta\varphi_{vi}$) установки заданной скорости вращения тягового винта. В этом случае формируются следующие значения тяговых сил:

$$\sum_{i=1}^{4} F_i^{Y_1} = \sum_{i=1}^{4} K_{vi}^F \varphi_{vi0p}^2 = G_p \neq G_{ist}\text{, где:}$$

$\varphi_{vi0y} = \dfrac{1}{2\sqrt{K_{vip}^F}} \cdot \sqrt{m_{kp} g_p}$; K_{vip}^F – расчетное значение коэффициента K_{vi}^F.

Кроме того, истинный вес КК может изменяться в процессе полета в зависимости от условий выполнения основной функциональной задачи КК. Возникающую ошибку в определении заданных скоростей вращения винтов парирует коэффициент K_{mg}, который имеет значения несколько большие единицы.

Регулятор перемещения по оси OX_G функционирует по следующему алгоритму (рис. 10*а*):

$$\Delta\varphi_{vx}^{p} = K_{x\vartheta}\{K_{\vartheta}[f_{ogr\vartheta}(\Delta\varphi_{vx} - K_{\dot{x}}\hat{\dot{x}}_k) - \hat{\vartheta}_k] - K_{\omega_z}\hat{\omega}_z\}, \quad (16)$$

где: $\hat{x}_k$, $\hat{\dot{x}}_k$, $\hat{\omega}_z$, $\hat{\vartheta}_k$ – измеренное значение соответствующих координат; $f_{ogr\vartheta}$ – функция типа «насыщение»; $\Delta\varphi_{vx} = K_x(x_{zad} - \hat{x}_k)$; K_x, $K_{\dot{x}}$, K_{ϑ}, $K_{x\vartheta}$, K_{ω_z} – коэффициенты усиления в каналах соответствующих сигналов;

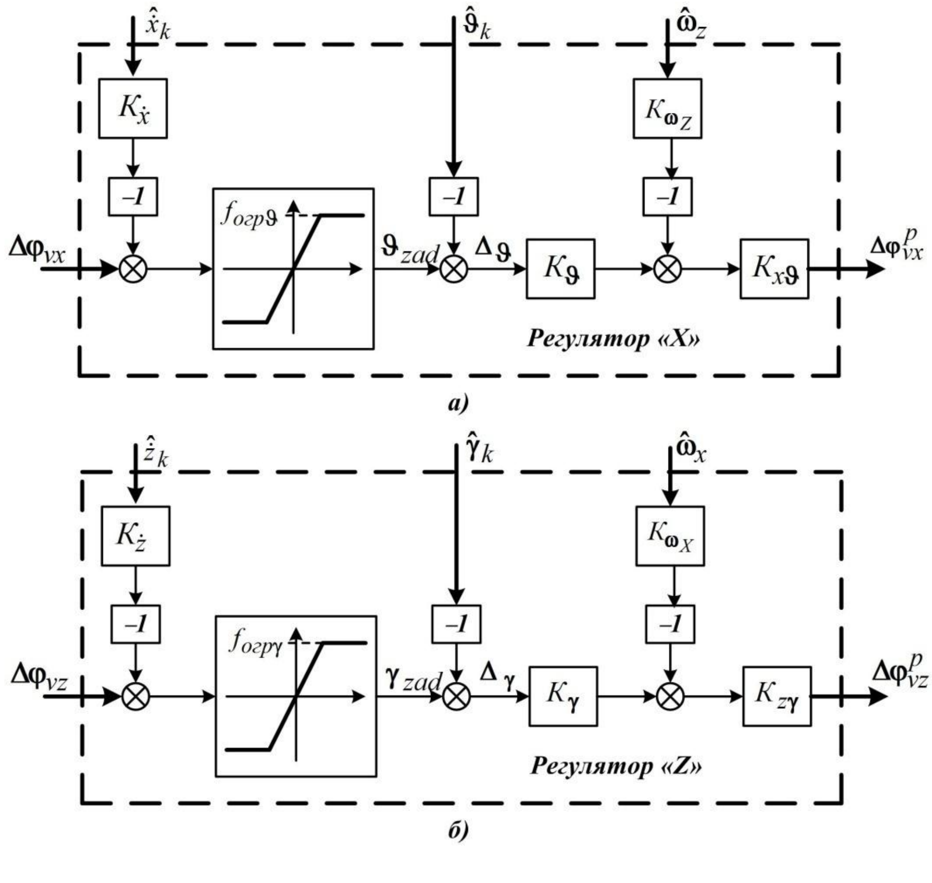

Рис. 10. Регуляторы перемещения по осям OX_G и OZ_G

Регулятор перемещения по оси OZ_G функционирует по следующему алгоритму (рис. 10*б*):

$$\Delta\varphi_{vz}^{p} = K_{z\gamma}\{K_{\gamma}[f_{ogr\gamma}(\Delta\varphi_{vz} - K_{\dot{z}}z_k) - \hat{\gamma}_k] - K_{\omega_x}\hat{\omega}_x\}, \quad (17)$$

где: $\hat{z}_k$, $\hat{\dot{z}}_k$, $\hat{\omega}_x$, $\hat{\gamma}_k$ – измеренные значение соответствующих координат; K_z, $K_{\dot{z}}$, K_{γ}, $K_{z\gamma}$, K_{ω_x} – коэффициенты усиления в каналах соответствующих сигналов; $\Delta\varphi_{vz} = K_z(z_{zad} - \hat{z}_k)$.

Регулятор вращения вокруг оси OY_G функционирует по следующему алгоритму:

$$\Delta\varphi^{p}_{v\psi} = K_{\psi\dot{\psi}}(\Delta\varphi_{v\psi} - K_{\omega_y}\omega_y), \quad \textbf{(18)}$$

где: K_{ψ}, $K_{\psi\dot{\psi}}$, K_{ω_y} – коэффициенты усиления; $\Delta\varphi_{\psi} = K_{\psi}(\psi_{zad} - \hat{\psi}_k)$.

Блок-схема формирователя φ_{vizad} для автопилота показана на рис. 11.

6.2 Блок измерения параметров состояния СУП КК имеет в своём составе: датчики положения КК в пространстве ($\hat{x}_k = K^{x}_{dat}x_k$, $\hat{z}_k = K^{z}_{dat}z_k$); датчики высоты полета ($\hat{y}_k = K^{y}_{dat}y_k$); датчики скорости изменения $\hat{\dot{x}}_k = K^{\dot{x}}_{dat}\dot{x}_k$, $\hat{\dot{y}}_k = K^{\dot{y}}_{dat}\dot{y}_k$, $\hat{\dot{z}}_k = K^{\dot{z}}_{dat}\dot{z}_k$; гироскопические датчики углов ($\hat{\vartheta}_k = K^{\vartheta}_{dat}\vartheta_k$, $\hat{\gamma}_k = K^{\gamma}_{dat}\gamma_k$, $\hat{\psi}_k = K^{\psi}_{dat}\psi_k$) и скоростей ($\hat{\omega}_{z_1} = K^{\omega_z}_{dat}\omega_{z_1}$, $\hat{\omega}_{x_1} = K^{\omega_x}_{dat}\omega_{x_1}$, $\hat{\omega}_{y_1} = K^{\omega_y}_{dat}\omega_{y_1}$.

6.3 Блок формирования задающих воздействий x_{zad}, y_{zad}, z_{zad} и ψ_{zad}.

Так как автопилот КК является одним из уровней иерархической структуры КСУ АМЛ, задающие воздействия формируются в системе более высокого уровня по отношению к автопилоту в функции от реальных значений текущих параметров состояния КСУ АМЛ.

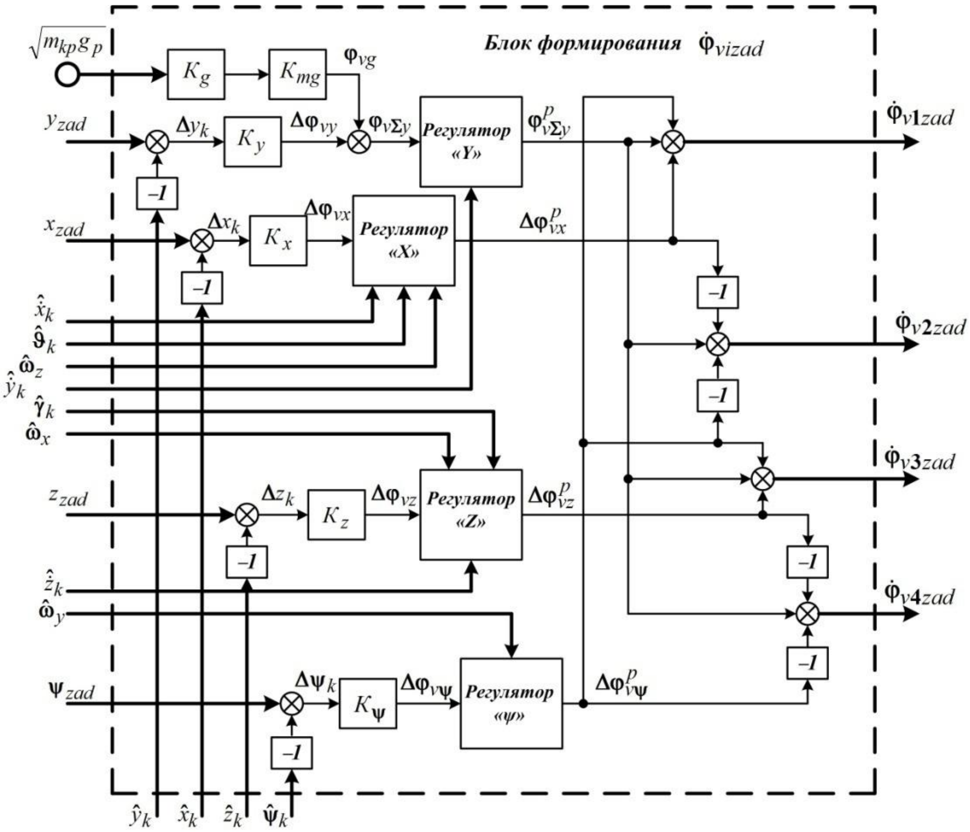

Рис. 11. Блок-схема формирователя φ_{vizad}

Блок-схема автопилота КК показана на рис. 12.

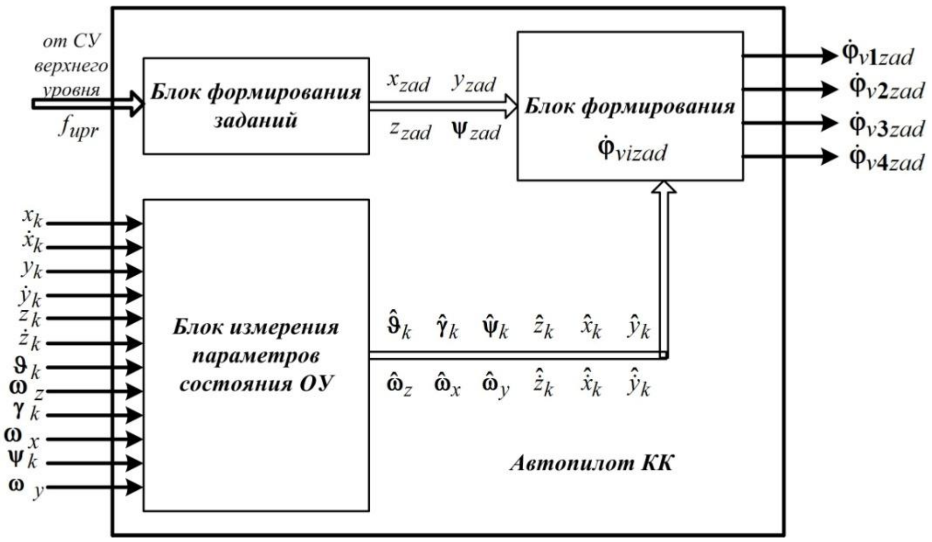

Рис. 12. Блок-схема ММ автопилота КК

На рис. 13 приведена общая блок-схема ММ пространственного полета КК.

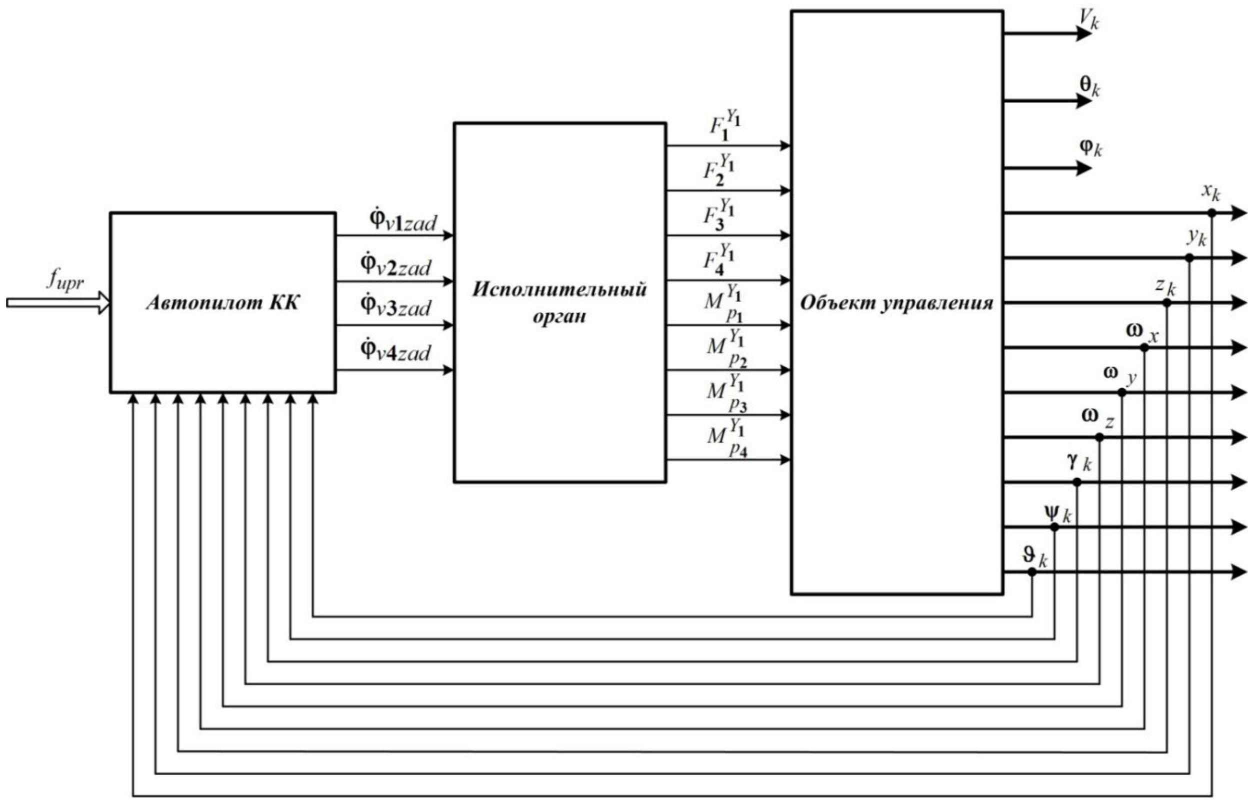

Рис. 13. Общая блок-схема ММ пространственного полета КК

Основными задачами ММ полета КК являются:

– нахождение законов управления полетом КК, обеспечивающих заданные показатели качества полета;

– обеспечение минимизации расходов на проектирование КК;

– исключение проектных ошибок, особенно на ранних стадиях проектирования.

ММ полета КК целесообразно использовать, в первую очередь, для функциональной и параметрической отработки бортовой системы управления КК на ранних стадиях проектирования, а также при осуществлении эффективной летной отработки КК.

Выводы

1. Разработана ММ пространственного полета квадрокоптера для случая абсолютно жесткой конструкции и отсутствия аэродинамического сопротивления.

2. Синтезирована структура автопилота для модели пространственного полета КК, учитывающая реальные факторы, принятые в данной работе .

Библиографический список

1. Апарин Ю.Я., Корнилов В.А., Шеваль В.В. Аэромобильный комплекс дистанционного контроля химического состава атмосферы. // Тезисы докладов научно-технической конференции «Системы управления беспилотными космическими и атмосферными летательными аппаратами», Москва, Марс, 2010 г., С. 46-47.

2. Огольцов И.И., Рожнин Н.Б., Шеваль В.В. Организация системного проектирования автопилота квадрокоптера // Тезисы докладов IX Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов», Москва, МАИ – ПРИНТ, 2012 г., С. 309-317.

3. Огольцов И.И., Рожнин Н.Б., Шеваль В.В. Математическая модель квадрокоптера аэромобильного лидара // Известия ТулГУ. Технические науки. 2012. Вып. 1. С. 47-55.