

УДК 519.6

Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем.

А.В. Пантелеев, И.Ф. Дмитраков

Аннотация

Сформирован и детализирован алгоритм применения метода дифференциальной эволюции в задаче поиска глобального экстремума, создана программная среда визуализации его работы, позволяющая оценить его сравнительную эффективность.

Ключевые слова

Метаэвристические методы глобальной оптимизации, метод дифференциальной эволюции, комплекс программных средств.

Введение

Характерной особенностью решения актуальных задач проектирования сложных аэрокосмических систем является широкое использование метаэвристических методов глобальной оптимизации, позволяющих получить приближение к экстремуму "высокого качества" за приемлемое (с практической точки зрения) время. Среди упомянутых методов оптимизации выделяют: эволюционные методы [1], генетические алгоритмы с

вещественным и бинарным кодированием [2], методы муравьиных колоний [3], метод частиц в стае [4], метод имитации отжига [5], [6] и метод дифференциальной эволюции [1], [7].

Метод дифференциальной эволюции основан на анализе эволюционных процессов. Особенностью алгоритмов дифференциальной эволюции является использование различий между индивидами (значениями аргумента целевой функции), реализованное линейным оператором, называемым «дифференциацией». Кроме классического алгоритма, предложенного в [1], существуют также его модификации [7,8], обладающие разнообразными характеристиками, что актуализирует проблему выбора наиболее подходящего из алгоритмов для решения конкретной задачи, а при отсутствии такового его разработку. Целью настоящей работы является создание алгоритмического и программного обеспечения метода дифференциальной эволюции, а именно визуализатора, позволяющего получить основные характеристики тестируемого метода оптимизации и делающего процесс сравнения его с другими методами удобным и наглядным. Данная работа может иметь прикладное значение при решении разнообразных задач параметрической оптимизации систем управления, конструкций беспилотных летательных аппаратов и других ракетно-космических систем [9-13].

Постановка задачи

Задана целевая функция $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, определенная на множестве допустимых решений $D \subseteq R^n$. Требуется найти глобальный условный минимум функции $f(x)$ на множестве D , т.е. найти точку

$$x^* \in \underset{x \in D}{\text{Arg min}} f(x), \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $D = \{x \mid x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n\}$.

Стратегия поиска решения

Сначала на множестве допустимых решений случайным образом генерируется конечный набор $I_0 = \{x^k, k = 1, 2, \dots, NP\} \subset D$ векторов, называемый начальной популяцией, где NP – размер популяции. Далее идет циклический процесс замены текущей популяции новой. Он заканчивается, когда количество сформированных популяций оказывается равным заданному максимальному числу популяций.

Для формирования новой популяции последовательно выбирается каждый элемент текущей популяции (он называется вектором-мишенью x^t), и принимается решение, остается ли он в новой популяции или его заменяет сгенерированный специальным образом вектор-образец.

Алгоритм

Шаг 1. Задать размер популяции NP ; весовой коэффициент F ; параметр оператора скрещивания CR ; максимальное количество популяций M .

Шаг 2. Формирование начальной популяции. Сгенерировать с помощью равномерного распределения на множестве D начальную популяцию - NP векторов: x^1, x^2, \dots, x^{NP} .

Положить $m = 0$.

Шаг 3. Положить $j = 1$ (вектором-мишенью выбран вектор $x^t = x^1$).

Шаг 4. Из числа оставшихся членов популяции случайным образом выбрать три различных члена: x^a, x^b, x^c , отличающихся от вектора-мишени x^t .

Шаг 5. Сформировать вектор x^{c1} : $x^{c1} = x^c + F(x^a - x^b)$. Если в полученном векторе x^{c1} s -я координата $x_s^{c1} \notin [a_s, b_s]$, то сгенерировать с помощью равномерного распределения на отрезке $[a_s, b_s]$ случайную величину и x_s^{c1} приравнять ей.

Шаг 6. Сформировать вектор-образец x^s .

Для этого положить $i = 1$ и выполнить следующие действия:

а) сгенерировать при помощи равномерного распределения на $[0;1]$ случайное число U_i ;

б) если $i = n$, то $x_i^s = x_i^{c1}$; если $i \neq n$, то сравнить число U_i с параметром CR : если $U_i \leq CR$, то $x_i^s = x_i^{c1}$; если $U_i > CR$, то $x_i^s = x_i^t$;

в) проверить выполнение неравенства $i \geq n$:

- если оно выполнено, то процедуру формирования вектора x^s завершить;

- если нет, положить $i = i + 1$ и перейти к шагу 6,а.

Шаг 7. Формирование новой популяции. Подсчитать значения целевой функции для вектора-образца x^s и вектора-мишени x^t . Сравнить полученные величины $f(x^s)$ и $f(x^t)$:

а) если $f(x^s) < f(x^t)$, то поместить вектор-образец x^s в новую популяцию;

б) если $f(x^s) \geq f(x^t)$, то поместить вектор-мишень x^t в новую популяцию.

Шаг 8. Проверить выполнение неравенства $j \geq NP$:

а) если оно выполнено, то перейти к шагу 9;

б) если нет, то положить $j = j + 1$, $x^t = x^j$ и перейти к шагу 4.

Шаг 9. Проверить условие окончания:

а) если число сформированных популяций $m < M$, то положить $m = m + 1$ и перейти к шагу 3;

б) если $m = M$, то процесс закончить. Выбрать в полученной популяции вектор, которому соответствует наименьшее значение целевой функции, и считать его приближенным решением задачи.

Замечание. Обычно полагают $NP = (5 \div 10) \cdot n$; $0,4 \leq F \leq 1$; $0 \leq CR \leq 1$.

Рекомендуется: начинать, например, с $F = 0,5$, а затем увеличивать F ; начинать с $CR = 0,9$ или $CR = 1$ перед тем как пробовать $CR = 0,1$ или $CR = 0$.

Программное обеспечение

Разработан комплекс программных средств поиска глобального минимума, реализующий вышеописанный метод. Среда разработки – Microsoft Visual Studio, язык программирования – C#.

Главное окно программы состоит из панелей выбора тестового примера, выбора оптимизационного метода, задания параметров решения задачи, кнопок управления, панели вывода результатов, панели формирования графика, меню и других вспомогательных опций (рис. 1).

Работа с программой начинается с выбора тестового примера из предложенного списка. Потом выбирается, каким методом оптимизации требуется решить пример: методом имитации отжига или методом дифференциальной эволюции. Рассмотрим работу со вторым методом; алгоритмическое и программное обеспечение метода имитации отжига разобрано в [6,8].

После этого задаются: множество допустимых решений, параметры метода (NP, F, CR, M) и опции визуализации процесса работы и вывода результатов. Далее выбирается вид расчетов: получение решения сразу или по шагам; в зависимости от вида нажимается кнопка управления (кнопка «Выполнить» или «Выполнить одну итерацию» соответственно). При нажатии на кнопку «Выполнить» программа производит расчет и выводит конечные результаты: вектор x^* и значение $f(x^*)$.

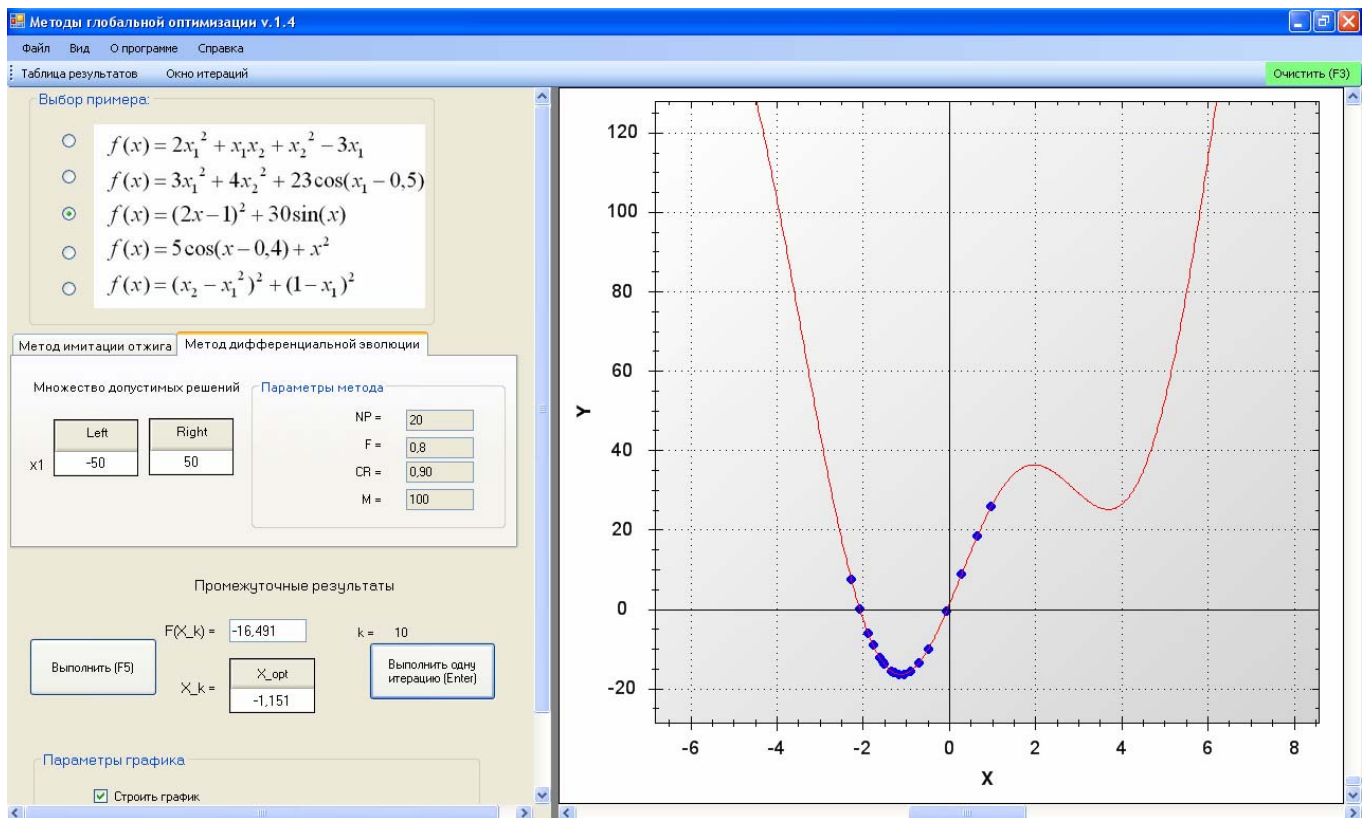


Рис. 1. Ввод параметров постановки задачи

Для вычисления по шагам следует нажать на кнопку «Выполнить одну итерацию».

Результаты каждого выполнения расчетов заносятся в таблицу, вызов которой осуществляется нажатием кнопки «Таблица результатов»; промежуточные результаты для каждого шага отображаются в таблице, открываемой кнопкой «Окно итераций». Таблица результатов может сортироваться по значениям целевой функции, номеру шага или величинам параметров.

Тестовые примеры

Пример 1. Целевая функция $f(x) = (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$ (функция Розенброка).

Глобальный минимум: $x^* = (1; 1)^T$, $f(x^*) = 0$. Численное решение, полученное с помощью программы, приведено в табл. 1.

Таблица 1

Номер пункта	Множество допустимых решений	Параметры метода				Результаты	
		NP	F	CR	M	x^{*T}	$f(x^*)$
1.1	$x_1 \in [-1000 ; 1000]$ $x_2 \in [-1000 ; 1000]$	12	0,8	0,9	120	(0,999; 0,999)	0,000
1.2	$x_1 \in [-10000 ; 10000]$ $x_2 \in [-10000 ; 10000]$	20	0,8	0,9	200	(1,000; 1,000)	0,000
1.3	$x_1 \in [-10000 ; 10000]$ $x_2 \in [-10000 ; 10000]$	20	0,8	0,2	200	(21,480; 465,253)	434,28 4
1.4	$x_1 \in [-10000 ; 10000]$ $x_2 \in [-10000 ; 10000]$	20	0,8	0,2	500	(1,000; 1,000)	0,000
1.5	$x_1 \in [2 ; 10000]$ $x_2 \in [1 ; 10000]$	10	0,9	0,9	200	(2,716; 6,910)	3,163
1.6	$x_1 \in [2 ; 10000]$ $x_2 \in [1 ; 10000]$	15	0,9	0,9	200	(2,000; 4,000)	1,000

В случае 1.3 задано небольшое значение параметра CR . При уменьшении этого параметра, каждая новая и старая популяции отличаются друг от друга меньше, чем при большем значении параметра CR . Поэтому при уменьшении параметра CR для получения приемлемого результата требуется увеличение максимального количества популяций (параметра M).

Пример 2. Целевая функция $f(x) = 5 \cos(x - 0,4) + x^2$. Глобальный минимум: $x^* \cong -1,886$, $f(x^*) = 0,278$. Численное решение приведено в табл. 2.

Таблица 2

Номер	Множество	Параметры метода	Результаты
-------	-----------	------------------	------------

пункта	допустимых решений	NP	F	CR	M	x^{*T}	$f(x^*)$
2.1	$x \in [-50; 50]$	10	0,8	0,9	20	-1,888	0,278
2.2	$x \in [-50; 50]$	4	0,8	0,9	20	2,335	3,671
2.3	$x \in [-50; 50]$	4	0,8	0,9	20	-1,880	0,278
2.4	$x \in [-50000; -10]$	10	0,8	0,9	20	-10,042	98,229
2.5	$x \in [-50000; -10]$	10	0,8	0,9	40	-10,000	97,211
2.6	$x \in [-10^9; 10^9]$	10	0,65	0,9	50	-1,857	0,280
2.7	$x \in [-10^{12}; 10^{12}]$	10	0,65	0,9	40	8,066	66,002
2.8	$x \in [-10^{15}; 10^{15}]$	10	0,65	0,1	100	-1,652	0,413
2.9	$x \in [-10^{15}; 10^{15}]$	10	0,65	0,9	100	-1,886	0,278

В случаях 2.2 и 2.3 выбор параметра NP не соответствует замечанию к алгоритму. В случае правильного выбора параметров (пример 2.1) метод сошелся к глобальному минимуму функции.

Работа выполнена в научно-образовательном центре "Математические методы оптимизации и идентификации аэрокосмических систем и летательных аппаратов", как часть работ по Государственному контракту 02.740.11.0471 в рамках Мероприятия 1.1 Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 гг.

Выводы

Сформирован детальный алгоритм применения метода дифференциальной эволюции, и создана программная среда визуализации процесса его работы. Она позволяет легко управлять параметрами метода и анализировать эффективность его работы.

Возможность «увидеть» процесс решения задачи избранным методом отличает разработанный комплекс программных средств от аналогичных и позволяет результативно формировать политику выбора параметров, что имеет решающее значение при пользовании эвристическими методами оптимизации. Разработанная среда дает возможность удобно

проводить сравнение метода дифференциальной эволюции с другими методами оптимизации для последующего анализа результатов и выдачи рекомендаций.

Библиографический список

1. Storn R., Price K., "Differential Evolution - a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces", Journal of Global Optimization, Kluwer Academic Publishers, 1997, Vol. 11, 341 - 359.
2. Holland J.N. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, Michigan: Univ. of Michigan Press, 1975.
3. Dorigo M., Gambardella L.M, Ant Colonies for the Traveling Salesman Problem, 1997
4. Eberhart R.C. and Kennedy J.A. New Optimizer using Particle Swarm Theory. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science, Nagoya, Japan, 1995.
5. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. Optimization by simulated annealing. Science. V. 220 (1983), 671–680.
6. Пантелеев А.В., Дмитраков И.Ф. Сравнительный анализ эффективности метода имитации отжига для поиска глобального экстремума функций многих переменных // Научный вестник МГТУ ГА. Серия Прикладная математика. Информатика. – М.: МГТУ ГА, 2009, №145. С 26-31.
7. Feoktistov V. Differential Evolution In Search of Solutions, Springer, 2006.
8. Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума.- М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2009.
9. Парафесь С.Г. Проектирование тонкостенных конструкций летательных аппаратов на основе методов идентификации и оптимизации.- М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2008.
10. Дракин И.И. Основы проектирования беспилотных летательных аппаратов с учетом экономической эффективности. – М.: Машиностроение, 1973.

11. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Лань, 2001.
12. Хог Э.Д., Арора Я.С. Прикладное оптимальное проектирование: механические системы и конструкции.- М.: Мир, 1983.
13. Пиявский С.А., Брусов В.С., Хвилон Е.А. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1974.

Сведения об авторах

Пантелеев Андрей Владимирович, Московский авиационный институт, заведующий кафедрой, доктор физико-математических наук, профессор, E-mail: dep805@mai.ru.

Дмитраков Игнатий Филиппович, Московский авиационный институт, студент, E-mail: dmitrakov@gmail.com.