

УДК 539.371:534.134

Математические модели двухзвенного тягача, движущегося по грунту с периодическими неровностями

Моисеев К.А.^{1*}, Панов Ю.Н.², Моисеев К.К.^{3*}

*¹Военная академия Ракетных войск стратегического назначения имени Петра
Великого, ул. Бригадная, 17, Серпухов, Московская обл., 142210, Россия*

*²Московский авиационный институт (национальный исследовательский
университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*³Компания «Газпром Трансгаз Москва», Московская область, Серпуховский район,
деревня Левашово, 142205, Россия*

**e-mail: moiseev.1946@bk.ru*

Аннотация

На основе физической модели двухзвенного тягача представлена его расчётная схема и математические модели для разных скоростных режимов движения по грунту с регулярными неровностями, которые можно применять при исследовании плавности хода двухзвенного тягача в зависимости от скорости его движения. Математические модели приведены для разных вязкоупругих характеристик сцепного устройства, по ним исследуется плавность хода агрегата при резонансных режимах движения двухзвенного тягача. Исследование плавности хода проводится на основе кривых интенсивности, которые строятся на базе амплитудно-частотных характеристик, полученных по результатам решения систем дифференциальных

уравнений аналитическим комбинационным методом или численным методом Рунге-Кутты.

Ключевые слова: физическая модель двухзвенного гусеничного тягача, расчётная схема двухзвенного гусеничного тягача, математическая модель, система дифференциальных уравнений, плавность хода, периодические неровности грунта, сцепное устройство.

Эффективность применения подвижных ракетных комплексов в условиях Арктики существенно возрастает, если в качестве самоходной пусковой установки использовать двухзвенные гусеничные тягачи. В этой связи, как в нашей стране, так и за рубежом, ведутся разработки по применению двухзвенных гусеничных машин (ДГМ), как базы для создания семейства боевых гусеничных машин [1]. ДГМ обладают рядом свойств, обеспечивающих им преимущество, перед однозвенными гусеничными машинами (ГМ) и специальными автомобилями на колёсных шасси. Большинство этих свойств связано с особым способом поворота ДГМ путем принудительного регулирования направления скоростей элементов движителя, изменением их взаимного положения. К свойствам, определяющим в комплексе преимущества ДГМ перед колесными и однозвенными гусеничными машинами и позволяющими считать их наилучшим по проходимости транспортным средством, можно отнести следующие: возможность обеспечения высоких тягово-сцепных показателей, лучшие характеристики профильной проходимости за счет принудительного складывания секций в вертикальной плоскости, хорошая

приспособляемость секций к рельефу местности в поперечной плоскости и, как следствие, более равномерное распределение вертикальных нагрузок по длине опорной поверхности [1]. Поэтому создание скоростных двухзвенных тягачей, способных перевозить длинномерные специальные грузы, является одной из важнейших и перспективных задач.

Недостатком современных двухзвенных тягачей является то, что их максимальные скорости, как правило, не превышают 30...35 км/ч [1,2,3], что снижает живучесть боевого агрегата при применении по назначению. В последнее время перед конструкторами поставлена задача по увеличению скорости движения «двухзвенника» до 70-80 км/час с целью повышения мобильности агрегатов и их эксплуатационных качеств. Однако экспериментальные данные свидетельствуют о необходимости уменьшения динамических нагрузок на поворотно-сцепное устройство при движении тягача по дорожному профилю с периодическими неровностями. В некотором диапазоне скоростей возникали окolorезонансные и резонансные режимы, которые приводили к существенному снижению плавности хода, усложнению управления агрегатом и к поломкам поворотно-сцепного устройства [4,6]. Одним из путей решения задачи по устранению негативных последствий резонансных режимов конструкторы видят в возможности изменения параметров демпфирующих свойств поворотно-сцепного устройства, что существенно повышает плавность хода двухзвенного тягача. Для того чтобы решить эту задачу, необходимо разработать автоматическое устройство, практически мгновенно изменяющее параметры демпфирующих свойств поворотно-сцепного устройства, что, в свою очередь, приводит к изменению

геометрических и массовых характеристик ДГМ и, следовательно, корректирует параметры режима движения, повышая плавность хода тягача. Для целесообразности разработки такого устройства необходимо исследовать влияние на плавность хода двухзвенного тягача параметров подвески и грунта с периодическими неровностями. Для проведения таких исследований необходимо разработать расчётную схему и математическую модель двухзвенного тягача, описывающую его динамическое поведение при движении по грунту. Прежде чем перейти к разработке расчётной схемы рассмотрим физическую модель двухзвенного гусеничного тягача ДТ-30, которая представлена на рис. 1.

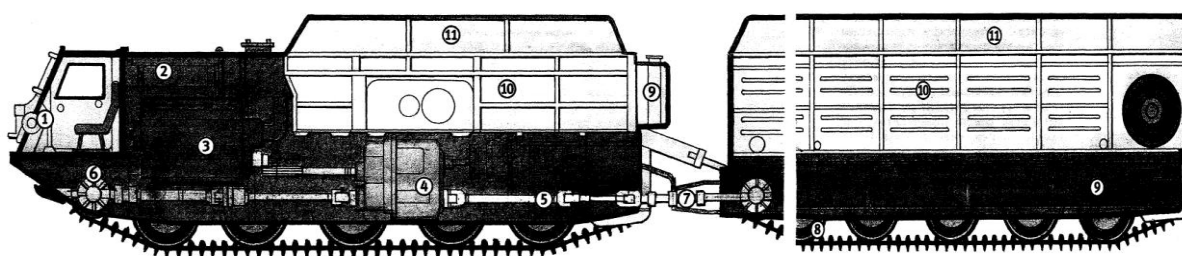


Рис. 1. – Физическая модель двухзвенного плавающего транспортера ДТ «Витязь»

Согласно физической модели двухзвенного тягача крутящийся момент от двигателя через гидромеханическую трансмиссию передаётся на оба звена одновременно, поэтому изменением скорости звеньев в направлении движения можно пренебречь [1,5].

Последнее обстоятельство важно потому, что силами реакций упругих связей шарнирного сочленения звеньев можно также пренебречь. Поворотное-сцепное устройство с четырьмя гидроцилиндрами обеспечивает в основном демпфирующую связь при колебании центров масс звеньев в направлении перпендикулярном движению тягача и при угловых перемещениях звеньев относительно центра

шарнирного соединения. Влиянием гусениц на первом этапе исследований можно пренебречь и считать, что абсолютно твёрдые колёса огибают профиль местности, не отрываясь от него. Учитывая, что рассматриваются низкочастотные колебания двухзвенного тягача, возникающие в процессе его прямолинейного движения по волнообразному рельефу местности, длина волны которого соизмерима с длиной отдельного звена тягача, то в рассматриваемом диапазоне низких частот её динамическое поведение можно описать как движение абсолютно твёрдого тела. То же самое можно сказать и о других составных частях звеньев, упругие перемещения которых в низкочастотной области внешнего воздействия будут неизмеримо малыми по сравнению с перемещениями всего корпуса гусеничного тягача. Поэтому раму тягача и все прикреплённые к ней составные части (двигатель, трансмиссию и т. д.) в целом можно представить в виде абсолютно твёрдого тела, геометрические размеры и массовые характеристики которого совпадают с физической моделью звена. Каждое звено соприкасается с грунтом через невесомые упруго-вязкие соединения (связи) и жёсткие колёса.

Изучение резонансных режимов колебаний СПУ как динамической системы наиболее целесообразно осуществлять, используя гармоническое возбуждение, когда макропрофиль описывается следующим образом [5,8,9]:

$$\eta(t) = \eta_{\max} \sin^2\left(\frac{\pi\xi(t)}{L}\right) = 0,5\eta_{\max} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\xi(t)}{L}\right)\right), \quad (1)$$

где $\xi(t) = v \cdot t$ – продольная координата, зависящая от скорости движения транспортного средства v и от времени t ; L – длина волны макропрофиля, η_{\max} – максимальное значение амплитуда волны макропрофиля.

Такое математическое описание дорожного профиля с регулярными неровностями позволяет исследовать динамическое поведение двухзвенного тягача в зависимости от параметров дорожного профиля и скорости его движения.

С учётом вышесказанного при составлении расчётной схемы принимаем следующие допущения:

1. Каждая пара колёс звена тягача в каждый момент времени проходит макропрофиль с одинаковыми параметрами.

2. Тягач и прицеп представляются в виде абсолютно твёрдых тел, размеры которых совпадают с соответствующими размерами этих элементов.

3. Влиянием гусениц на динамику транспортного средства пренебрегаем.

4. Деформацию грунта и колёс не учитываем.

Первое допущение позволяет свести решение пространственной задачи к её решению на плоскости, когда все точки исследуемой системы совершают движение в одной плоскости.

Второе допущение определяет частотные пределы исследований, исключая из них высокочастотные составляющие, свойственные балочным и оболочечным колебаниям.

Третье допущение позволяет учесть влияние параметров макропрофиля на каждое колесо обоих звеньев тягача.

Четвёртое допущение позволяет упростить математическую модель двухзвенного тягача, исключая из неё описание движения колёс, так как масса каждого колеса мала по сравнению с суммарной массой рамы, двигателя, трансмиссии, баков с горючим и кабины. Кроме того, колёса сделаны из достаточно

прочного материала и их деформацией можно пренебречь. Что касается грунта, то, как уже говорилось ранее, гусеницы сглаживают мелкие неровности и являются достаточно твёрдой прокладкой между грунтом и колёсами тягача, поэтому упругость грунтовой поверхности также можно не учитывать. Кроме того, можно считать, что все упруго-вязкие параметры подвесок колёс имеют одинаковые величины [7,10,11].

Исходя из принятых допущений, расчётную схему гусеничного двухзвенного тягача можно представить так, как она показана на рис. 2.

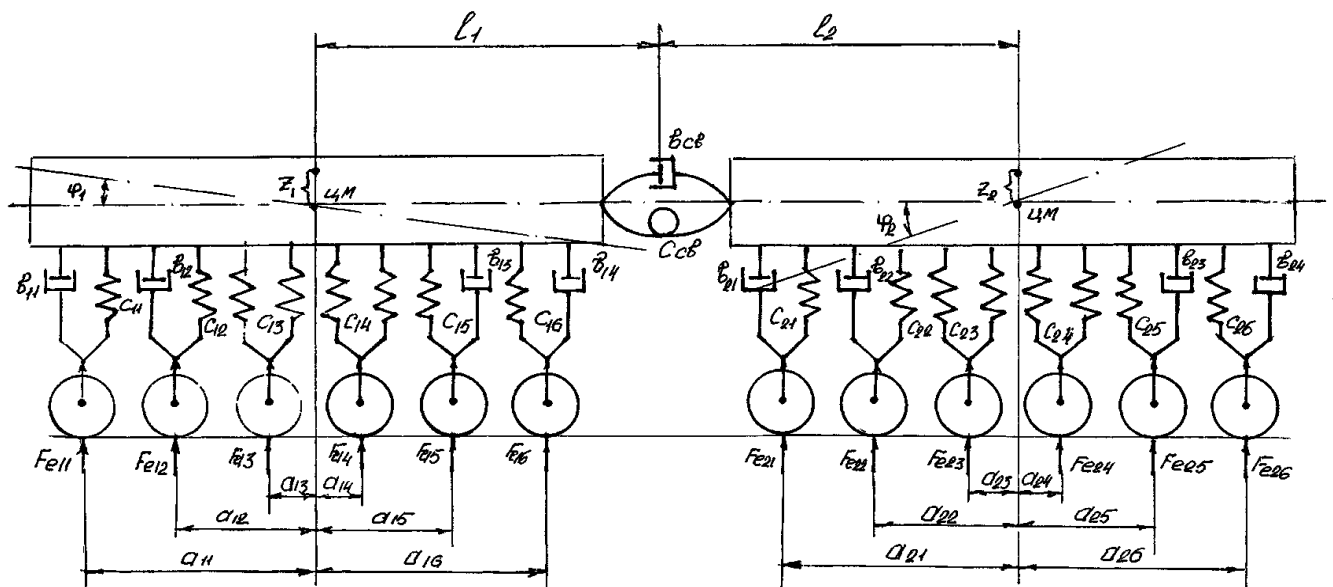


Рис. 2. – Расчётная схема двухзвенного гусеничного тягача

Математическая модель, описывающая колебательные процессы «двухзвенника», включает в себя уравнения колебательного движения центров масс твёрдых тел и уравнения, определяющие вращательное движение тел относительно центров масс [5,6,7]:

$$m_1 \ddot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2b_{li} + Z_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{li} + \dot{\phi}_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2b_{li} a_{li} + \phi_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{li} a_{li} + b_{cb} (\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2 + 0,5(\dot{\phi}_1 l_1 - \dot{\phi}_2 l_2)) = F_{le}(t);$$

$$\begin{aligned}
& m_2 \ddot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} + Z_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} + \dot{\phi}_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2b_{2i} a_{2i} + \phi_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} a_{2i} + b_{cb} (\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 + \\
& + 0,5(\dot{\phi}_2 l_2 - \dot{\phi}_1 l_1)) = F_{2e}(t); \\
& J_1 \ddot{\phi}_1 + \dot{\phi}_1 \sum_{i=1}^{m_1} 2b_{1i} a_{1i}^2 + \phi_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{1i} a_{1i}^2 + \dot{Z}_1 \sum_{i=1}^{m_1} 2b_{1i} a_{1i} + Z_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{1i} a_{1i} + b_{cb} (\dot{Z}_1 l_1 - \\
& - \dot{Z}_2 l_2 + \dot{\phi}_1 l_1^2 - \dot{\phi}_2 l_2^2) = M_{1e}(t); \\
& J_2 \ddot{\phi}_2 + \dot{\phi}_2 \sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} a_{2i}^2 + \phi_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} a_{2i}^2 + \dot{Z}_2 \sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} a_{2i} + Z_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} a_{2i} + b_{cb} (\dot{Z}_2 l_2 - \\
& - \dot{Z}_1 l_1 + \dot{\phi}_2 l_2^2 - \dot{\phi}_1 l_1^2) = M_{2e}(t).
\end{aligned} \tag{2}$$

где m_1, m_2 – масса соответственно первого и второго звеньев тягача;

n_k, m_k – соответственно количество колёс с упругими подвесками и количество амортизаторов на каждом звене, причём $n_k \geq m_k$.

На каждое из звеньев действует переносная сила $F_{ke} = -m_k \ddot{\eta}(t)$ и переносный момент $M_{ke} = -J_k \ddot{\eta}(t)$. С учётом выражения (1.1.1) и при предположении, что колёса каждого звена расположены симметрично относительно центра масс,

выражения для переносных сил будут такими $F_{ke} = -m_k F_{\max} \cos vt$, где

$$F_{\max} = \frac{2\pi^2 v^2 \eta_{\max}}{\lambda^2}; \quad v = \frac{2\pi v}{\lambda}; \quad M_{ke} = -J_k F_{\max} \cos vt.$$

Решение системы уравнений (2) существенно облегчается, если учесть, что члены, содержащие координаты a_{ki} , подставляются в уравнения со своими знаками, то есть учитывается расположение колёс относительно центра масс звена. Тогда при симметричном расположении колёс, что характерно не только для двухзвенных тягачей, но и вообще для многоосных машин, суммы этих членов обращаются в ноль и система уравнений (2) упрощается и будет выглядеть таким образом:

$$m_1 \ddot{Z}_1 + \dot{Z}_1 \sum_{i=1}^{m_1} 2b_{li} + Z_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{li} + b_{cb} (\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2 + 0,5(\dot{\phi}_1 l_1 - \dot{\phi}_2 l_2)) = F_{1e}(t);$$

$$m_2 \ddot{Z}_2 + \dot{Z}_2 \sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} + Z_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} + b_{cb} (\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 + 0,5(\dot{\phi}_2 l_2 - \dot{\phi}_1 l_1)) = F_{2e}(t);$$

$$J_1 \ddot{\phi}_1 + \dot{\phi}_1 \sum_{i=1}^{m_1} 2b_{li} a_{li}^2 + \phi_1 \sum_{i=1}^{n_1} 2C_{li} a_{li}^2 + b_{cb} (\dot{Z}_1 l_1 - \dot{Z}_2 l_2 + \dot{\phi}_1 l_1^2 - \dot{\phi}_2 l_2^2) = M_{1e}(t); \quad (3)$$

$$J_2 \ddot{\phi}_2 + \dot{\phi}_2 \sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} a_{2i}^2 + \phi_2 \sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} a_{2i}^2 + b_{cb} (\dot{Z}_2 l_2 - \dot{Z}_1 l_1 + \dot{\phi}_2 l_2^2 - \dot{\phi}_1 l_1^2) = M_{2e}(t).$$

Система уравнений (3) является системой дифференциальных уравнений восьмого порядка от одной переменной t , решить которую аналитическими методами весьма затруднительно. Наиболее приемлемым вариантом может быть её решение численными методами в программной среде Mathcad, где несложно подбирается приемлемый шаг решения, и оно автоматически проверяется на сходимость. Для этого представим систему уравнений (3) в удобной для вычислений форме:

$$\ddot{Z}_1 + 2\alpha_1 \dot{Z}_1 + \omega_1^2 Z_1 + 2\alpha_{1cb} (\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2 + 0,5(\dot{\phi}_1 l_1 - \dot{\phi}_2 l_2)) = \frac{1}{m_1} F_{1e}(t);$$

$$\ddot{Z}_2 + 2\alpha_2 \dot{Z}_2 + \omega_1^2 Z_2 + 2\alpha_{2cb} (\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 + 0,5(\dot{\phi}_2 l_2 - \dot{\phi}_1 l_1)) = \frac{1}{m_2} F_{2e}(t);$$

$$\ddot{\phi}_1 + 2\Lambda_1 \dot{\phi}_1 + \Omega_1^2 \phi_1 - 2\Lambda_{1cb} (\dot{Z}_2 l_2 - \dot{Z}_1 l_1 + \dot{\phi}_2 l_2^2 - \dot{\phi}_1 l_1^2) = \frac{1}{J_1} M_1(t);$$

$$\ddot{\phi}_2 + 2\Lambda_2 \dot{\phi}_2 + \Omega_2^2 \phi_2 + 2\Lambda_{2cb} (\dot{Z}_2 l_2 - \dot{Z}_1 l_1 + \dot{\phi}_2 l_2^2 - \dot{\phi}_1 l_1^2) = \frac{1}{J_2} M_2(t). \quad (4)$$

$$\text{где } \alpha_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m_1} 2b_{1i}}{2m_1}; \quad \alpha_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i}}{2m_2}; \quad \omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} 2C_{1i}}{m_1}; \quad \omega_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i}}{m_2};$$

$$\alpha_{1\text{св}} = \frac{b_{\text{св}}}{2m_1}; \quad \alpha_{2\text{св}} = \frac{b_{\text{св}}}{2m_2};$$

$$\Lambda_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m_1} 2b_{1i} a_{1i}^2}{2J_1}; \quad \Lambda_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m_2} 2b_{2i} a_{2i}^2}{2J_2}; \quad \Omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} 2C_{1i} a_{1i}^2}{J_1}; \quad \Omega_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} 2C_{2i} a_{2i}^2}{J_1}; \quad \Lambda_{1\text{св}} = \frac{b_{\text{св}} \sum_{i=1}^{n_2} a_{2i}^2}{2J_1};$$

$$\Lambda_{2\text{св}} = \frac{b_{\text{св}} \sum_{i=1}^{n_1} a_{1i}^2}{2J_2};$$

Системы уравнений (3) и (4) составляют математическую модель двухзвенного тягача при движении его по дорожному профилю с периодическими неровностями.

Для определения необходимой плавности хода двухзвенного тягача на основе решений системы уравнений (4) необходимо построить амплитудо-частотные характеристики (АЧХ) в зависимости от параметров дорожного профиля с регулярными неровностями, а затем по полученным АЧХ построить кривые интенсивности, которые будут соответствовать выбранным массово-геометрическим параметрам тягача и сцепного устройства. Кривая интенсивности представляет собой огибающую экстремальных точек АЧХ при разных параметрах дорожного профиля и скоростей движения агрегата. Исследованию также должна подвергаться и разность хода между вертикальными отклонениями концов звеньев, которые соединены между собой через сцепное устройство и могут не совпадать с максимальными отклонениями звеньев при их движении в одинаковой фазе.

По результатам вычислений построены кривые интенсивности для колебаний центров масс и угловых перемещений звеньев тягача при вязкой характеристике сцепного устройства. Эти кривые интенсивности представлены соответственно на рисунках 3 и 4.

На рисунках под цифрой 1 обозначена кривая интенсивности для обоих звеньев тягача при их одинаковых массово-геометрических характеристиках, под цифрой 2 обозначена кривая интенсивности первого звена тягача при неодинаковых массово-геометрических характеристиках звеньев, под цифрой 3 обозначена кривая интенсивности второго звена тягача при неодинаковых массово-геометрических характеристиках звеньев.

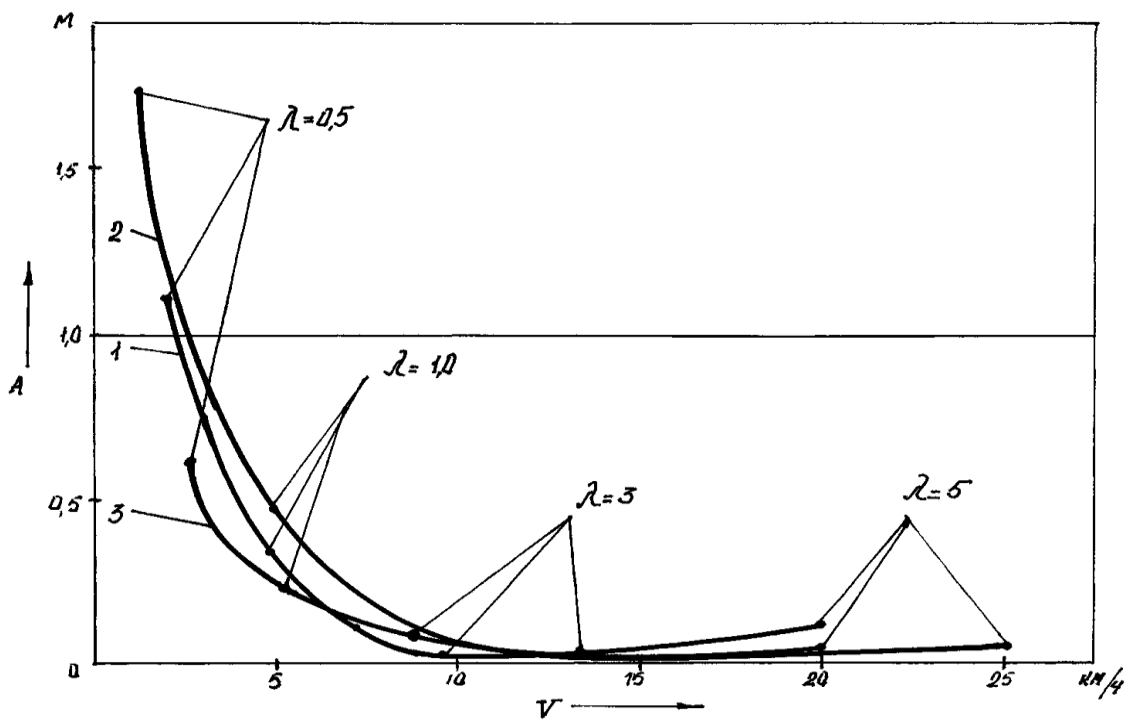


Рис. 3. – Кривая интенсивности двухзвенного тягача по перемещению центра масс тягача при слабой диссипации сцепного устройства

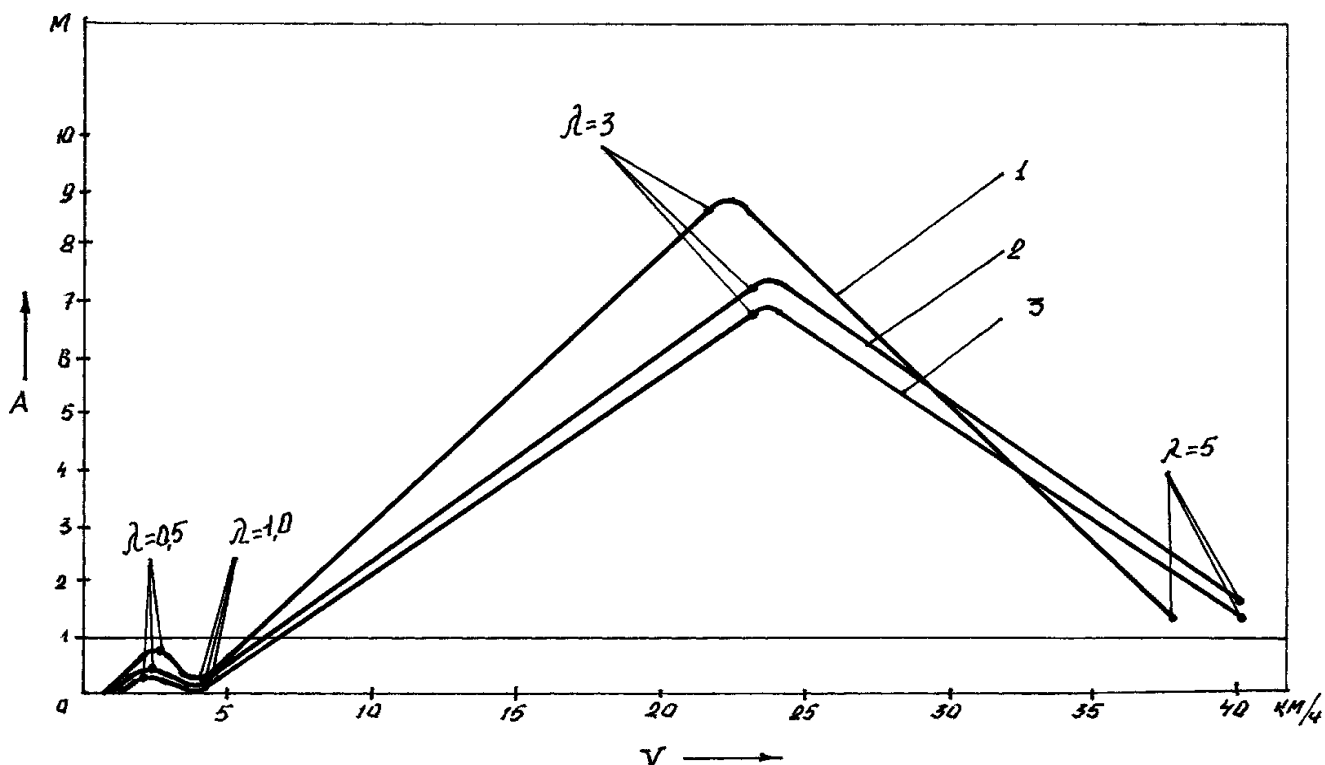


Рис. 4. — Кривая интенсивности двухзвенного тягача по угловым перемещениям конечных точек звеньев при слабой диссипации сцепного устройства

Анализ кривых интенсивности показывает, что перемещения центров масс звеньев тягача практически на всём скоростном промежутке его движения находятся в допустимых пределах. Исключение составляет движение тягача с достаточно малой скоростью и малой длиной волны дорожного профиля с регулярными неровностями. Однако при малой длине волны могут иметь место методические ошибки, когда принятая расчётная схема может давать неточное представление о динамическом поведении реального объекта. Угловые же перемещения практически на всём спектре скоростей выходят за рамки допустимых значений. Таким образом, угловые перемещения звеньев составляют главную угрозу работоспособности сцепного устройства и других элементов тягача и в первую очередь для его вязко-упругой подвески и здоровью личного состава, находящегося в кабине тягача. Анализ кривых интенсивности колебаний тягача также показывает,

что разность массовых характеристик звеньев тягача мало влияет на его динамические свойства.

Так как тягач движется, в основном, на нерезонансных скоростях, то при въезде на грунт с регулярными неровностями целесообразно изменять массово-геометрические параметры «двухзвенника» таким образом, чтобы исключить рассогласования звеньев относительно друг друга. Для этого необходимо включить гидравлику сцепного устройства, чтобы звенья тягача представляли единое жёсткое целое. В этом случае перегрузки на перевозимый длинномерный спецгруз не превосходят допустимых значений.

По полученным результатам сделаны выводы, что для повышения плавности хода двухзвенного тягача при движении по грунту с периодическими неровностями необходимо изменять вязкоупругие характеристики сцепного устройства, которые, в свою очередь, изменяют геометрические и массовые параметры тягача и корректируют параметры режима движения, повышая плавность хода тягача.

Необходимо отметить, что уникальные особенности российских двухзвенных гусеничных тягачей, позволяют сделать вывод о возможности их широкого применения в качестве универсального транспортного средства в составе перспективных мобильных ракетных комплексов. Тягачи рассматриваемого класса способны обеспечивать в составе РК: разведку местности и инженерное обеспечение районов патрулирования; решать задачи охраны и обороны; транспортировку различных грузов; перевозку личного состава, вооружения и аварийно-спасательные работы в любых условиях эксплуатации и боевого применения существующих и перспективных мобильных РК.

Библиографический список

1. Сарач Е.Б. Разработка научных методов создания Комплексной системы подрессоривания высокоподвижных двухзвенных гусеничных машин. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 327 с.
2. Рыбин А.В. Исследование динамики посадки пассажирского самолёта // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=49196>
3. Осколков К.В. Первые отечественные сочленённые гусеничные машины – двухзвенные транспортёры «Витязь». – Уфа: Изд-во Слово, 2005. – 280 с.
4. Дядченко М.Г., Котиев Г.О., Сарач Е.Б. Конструкция и расчёт подвесок быстроходных гусеничных машин: учебное пособие – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 40 с.
5. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – М.: Лань, 2003. – 256 с.
6. Белов Г.П., Сергеев С.А. Динамика СПУ при транспортировке. – Серпухов: СВВКУ, 1987. – 152 с.
7. Степанченко Э.П., Фалалеев П.П. Технологическое оборудование. Основы конструкции и расчёта базовых машин. – М.: Москва, 1986. – 364 с.
8. Котиев Г.О., Сарач Е.Б. Комплексное подрессоривание высокоподвижных двухзвенных гусеничных машин. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 184 с.
9. Дмитриев А.А., Чобиток В.А., Тельминов А.В. Теория и расчёт нелинейных систем подрессоривания гусеничных машин. – М: Машиностроение, 1976. – 207 с.
10. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин. – М: Машиностроение, 1993. - 320 с.

11. Moreau X., Ostaloup A., Nouillant M. Comparison of LG and CRONE methods for the design of suspension system // 13th IFAS World Congress. San Francisco (USA), 1996, pp. 62 – 67.